ETUDE DE MODELES POUR LA PREDICTION DE L'ENERGIE INTERNE DU LAC CLAIR

par

© ANDRE LEBLOND

Une thèse soumise à la Faculty of Graduate Studies and Research comme contribution partielle requise pour le diplôme de Doctor of Philosophy.

Department of Meteorology
McGill University
Montreal, Canada

Août 1979

RESUME

André Leblond

ETUDE DE MODELES POUR LA

PREDICTION DE L'ENERGIE INTERNE DU LAC CLAIR

Département de Météorologie

Ph.D.

Des modèles de prédiction de l'énergie interne sont établis pour le lac Clair à partir de la mesure des profils thermiques à trois stations réparties également sur l'axe principal du lac. Les profils thermiques individuels, réalisés sur l'ensemble du cycle estival, pour les années de 1973 à 1977, permettent d'obtenir un profil moyen, duquel on extrait l'énergie interne, la température moyenne à la surface et la profondeur de la thermocline. Des relations entre ces variables, en tenant compte de la morphométrie du bassin, sont étudiées à l'aide de plusieurs modèles mathématiques par la méthode des corrélations linéaires multiples. Les meilleurs modèles, pour chacune des périodes thermiques, sont optimisés de façon à pouvoir prédire l'évolution de la thermique du bassin pour l'ensemble des années étudiées.

Une étude comparative de sept définitions de la thermocline permet de choisir la définition MTSL comme la plus précise et la plus utile dans les modèles de prédiction de l'énergie interne.

Les modèles sont vérifiés pour la prédiction de la profondeur de la thermocline et pour la prédiction de l'énergie du lac Clair. Dans chacun des cas, les valeurs prédites sont comparées aux valeurs expérimentales et l'analyse des résultats permet d'affirmer qu'il est possible de prédire la thermique du lac Clair avec une précision satisfaisante.

Enfin, le modèle exponentiel simple est appliqué en période automnale instable aux lacs Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix. Une généralisation du modèle est obtenue en introduisant comme variables la profondeur moyenne et la superficie de chacun des lacs. Cela permet de prédire l'énergie interne pour chacune des douze périodes automnales étudiées avec une précision variant de deux à cinq pourcents à partir de la seule connaissance de la température de surface.

ABSTRACT

Prediction models of internal energy have been established for lake Clair from temperature profile measurements at three stations equally spaced along the main axis of the lake. From the individual temperature profiles, obtained during the summer cycle from 1973 to 1977, the mean temperature profile has been computed and from it the internal energy, the mean surface temperature and the depth of thermocline have been obtained. Relations between those variables are studied for some mathematical models, using methods based on multiple linear correlations and considering the morphology of the lake. The best models are used to predict the thermal content of the reservoir for the years studied.

A comparative study of seven definitions of thermocline permits the choice of the MTSL definition as the most precise and useful in prediction models of internal energy.

Models have been tested for prediction of the depth of the thermocline and for the prediction of internal energy of lake Clair. In each case, the predicted value has been compared with the experimental one, and the results demonstrate that it is possible to predict the thermal content of lake Clair with reasonable precision.

In the last chapter, the model called "simple exponential model" is applied to the four lakes - Emmuraillé, Grenon, Otis and à-la-Croix- for the autumnal period. The introduction of the mean depth and the surface area of each lake as variables leads to a generalization of this model, which allows prediction of the internal energy for the twelve autumnal periods studied, knowing only the surface temperature. The precision of the predicted values for the energy of the lakes varies from two to five percent.

REMERCIEMENTS

La réalisation d'un travail aussi important et exigeant que comporte la rédaction d'une thèse de doctorat en météorologie, suppose la collaboration de plusieurs personnes, tant pour la réalisation physique que pour le support au plan scientifique.

Je remercie sincèrement l'Université du Québec à Chicoutimi de m'avoir dégagé, à diverses reprises, de mes tâches régulières afin de réaliser cet objectif.

Plus particulièrement, merci à Raymond Blanchette et Ginette Tremblay du Service de l'Audio-Visuel, pour la réalisation des photographies, des figures et des tableaux; merci au Service de l'Informatique et à son personnel pour leur généreuse et constante collaboration depuis les cinq dernières années; merci au Service de la Bibliothèque pour l'obtention des références nécessaires à l'étude. Merci à Raymond Fortin et son équipe à la reprographie.

Je remercie de sa constante compréhension et de son support, mon directeur de thèse. Merci au personnel du département de Météorologie à McGill.

Le plus gros des "merci" aux amis trop nombreux pour les nommer mais valeureux, qui m'ont accompagné et aidé à faire les mesures des profils thermiques même tard à l'automne, quand l'eau vous glace les doigts et que le vent, la neige, la pluie vous embêtent et rendent la tâche difficile.

Pour terminer, je tiens à remercier mon épouse Anne, dont la patience a été grande au cours de ce travail et dans la réalisation de la dactylographie de ce texte.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

Page

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES VARIABLES

A, B, C	Paramètres dans les corrélations
A_o	Aire de la surface du lac
A(z)	Aire de l'isobathe à la profondeur z
$\bar{b}$	Largeur moyenne du lac
B_i	Paramètres des corrélations
c	Chaleur spécifique
D_m	Diamètre moyen
DIV	Diviseur
E	Diffusivité turbulente
E	Energie totale du bassin, cal
E_{AT}	Energie au-dessus de la thermocline, cal/cm^2
E_s, E_{ss}	Erreurs standards
E_{TA}	Energie moyenne par unité d'aire du bassin, cal/cm^2
F_y, F_{yp}	Fluctuation moyenne de y dans le temps en valeur absolue et en pourcentage
g	Accélération de la gravité
$\bar{G}$	Gradient thermique moyen
G_i	Gradient thermique dans la tranche i
G_{MAX}	Gradient thermique maximal
h ou h_m	Epaisseur de la couche superficielle mélangée
H	Distribution des sources de chaleur dans l'eau
$I^{\uparrow}-I^{\downarrow}$	Bilan infra-rouge net à la surface
k_e	Coefficient permettant de passer du système CGS au système MKS dans les équations d'énergie ($k_e = 4.1840 \cdot 10^6\ J/m^3 \cdot {}^oC$) $\approx \overline{\rho c}$ dans le système MKS (1.0 dans le système CGS)

ℓ	Longueur du lac
n	Nombre d'événements
N_i	Ordre des pics secondaires dans la dérivée du profil thermique
$(Q+q)$	Flux solaire direct et diffus incident à la surface
Q_E	Flux énergétique dû à l'évaporation du bassin
Q_F	Flux énergétique venant du fond du bassin
Q_{HOR}	Transport horizontal net d'énergie
Q_L	Taux de perte d'énergie du bassin (terme "perte")
Q_S	Flux énergétique par transfert thermique du bassin vers l'atmosphère
R	Bilan radiatif net à la surface du bassin
S, S_{PA}	Stabilité du bassin par unité d'aire
S_{so}	Seuil de stabilité
S_{B_i}	Erreur standard de B_i
t	Temps
T(z)	Température au niveau z
T_o	Température au niveau zéro ou à la surface
T_A	Température au niveau Z_A
T_{AE}	Température asymptotique estivale
T_{AH}	Température asymptotique hivernale
T_{AT}	Température moyenne au-dessus de la thermocline
T_F	Température à la limite inférieure de la zone thermoclinéale
T_i	Température moyenne au niveau i
T_{ji}	Température au niveau i du profil thermique j
T_I	Température à la limite supérieure de la zone thermoclinéale
T_m	Température moyenne dans la couche superficielle mélangée
T^*	Température moyenne de référence

T_{MIN}	Température minimale du profil thermique
T_{ML}	Température moyenne du bassin
T_n	Température au dernier niveau du profil thermique
T_{TH}	Température de la thermocline
T_s	Température à la surface du bassin
V	Volume du lac
$\overline{w}$	Vitesse de convection verticale moyenne
y	Variable quelconque
$\overline{y}$	Moyenne temporelle de y
$\overline{\dot{y}}$	Moyenne algébrique de la dérivée de y
$\overline{\lvert\dot{y}\rvert}$	Moyenne des gradients thermiques pris en valeur absolue à chaque niveau
z	Profondeur positive de la surface vers le fond du bassin
z_n	Profondeur maximale du profil thermique
$\overline{Z}$	Profondeur moyenne du bassin
Z_A	Profondeur approximative de la thermocline
Z_F	Profondeur de la limite inférieure de la thermocline
Z_I	Profondeur de la limite supérieure de la thermocline
Z_L	Profondeur limite servant au calcul du gradient thermique moyen pour les méthodes MTSL et MZSL
Z_m	Profondeur maximale du bassin
Z_{TH}	Profondeur de la thermocline avec le profil thermique moyen
$\overline{Z}_{TH}$	Profondeur moyenne de la thermocline calculée à partir de celles obtenues aux stations mesurées au temps t
Z^*	Profondeur de la thermocline de référence

Z_{T1}, Z_{T2}, Z_F^1 Z_{T3}	Profondeurs délimitant la zone thermoclinéale principale et les pics secondaires sur la courbe de la dérivée du profil thermique
Z_V	Profondeur du centre du volume ou approximativement celle du centre de gravité du bassin
α	Diffusivité moléculaire
α	Albédo de la surface du bassin
β	Fraction de la radiation solaire absorbée par l'eau en surface
η	Coefficient d'absorption de la radiation solaire dans le bassin
ρ	Densité de l'eau
ρ_z	Densité de l'eau au niveau z
ϕ_o	Radiation solaire nette atteignant la surface
ϕ_t'	Flux d'énergie turbulente, J/m^2-sec
ΔA, ΔB, ΔC	Accroissement des paramètres A, B et C dans l'optimisation des modèles
ΔB_i	Accroissement du paramètre B_i
ΔT_{TH}	Intensité de la thermocline
ΔZ_T	Epaisseur cumulative de la zone thermoclinéale
ΔZ_{GAP}	Distance entre le pic principal et le pic secondaire voisin
ΔZ_{PIC}	Epaisseur du pic secondaire
ΔZ_{TH}	Epaisseur de la zone thermoclinéale

Chapitre 1
INTRODUCTION GENERALE

1.1 Introduction

Les variations spatiales et saisonnières des profils thermiques dans l'océan et les lacs, ont été étudiées depuis un bon moment par les océanographes et les limnologues. Depuis peu, le développement de grands centres urbains, de complexes industriels et énergétiques importants, ont amené d'autres groupes scientifiques à s'intéresser à la stratification thermique des bassins et aux mécanismes de transport qui y sont reliés. Evidemment chaque groupe scientifique attaque le problème à sa façon, selon ce qui les intéresse le plus du phénomène, faute de ne pouvoir instantanément tout mesurer avec la plus grande précision.

Les limnologues et les biologistes qui étudient les eaux douces continentales et leur faune sont principalement intéressés à connaître la structure thermique verticale et son effet, sur la vie aquatique et animale.

Les océanographes se préoccupent surtout des courants horizontaux dans les grandes masses d'eau et de ce fait, leur étude se concentre sur les variations latitudinales et longitudinales de la température de l'eau et de sa salinité. Ils étudient plus particulièrement, les variations de densité de l'eau près de la surface de la mer et dans la région de la thermocline.

Les ingénieurs hydrauliciens, ont été amené depuis peu, à ce champ d'activité pour solutionner des problèmes reliés au contrôle de la qualité de l'eau et pour déterminer les lieux propices à l'établissement d'installations sanitaires et de centrales thermiques. La connaissance du profil thermique et des mécanismes de la diffusion verticale des substances chimiques et de l'oxygène sont de la plus haute importance dans le positionnement des entrées d'eau froide et des rejets des eaux usées ou réchauffées. Dans ces applications, les modèles dynamiques de prédiction de la structure thermique verticale sont d'une grande utilité même s'il reste encore à améliorer ces modèles à la lumière d'une plus grande expérimentation sur le terrain et par l'utilisation de la simulation en laboratoire. D'autre part, de nombreuses recherches sont actuellement réalisées sur l'utilisation d'étangs naturels ou artificiels comme réservoirs thermiques pour emmagasiner l'énergie solaire. La prédiction de la structure thermique en fonction des paramètres météorologiques et la connaissance des propriétés thermiques de solutions salines plus ou moins concentrées verticalement, sont au centre des préoccupations des expérimentateurs.

Les météorologues, quant à eux, ont reconnu depuis longtemps l'importance des masses d'eau sur le comportement général de l'atmosphère et ont été préoccupés par le besoin de connaître la stratification thermique, laquelle permet en tout temps d'évaluer le contenu énergétique des bassins. Cependant, la connaissance détaillée des profils thermiques ou encore leur simulation sur ordinateur rebutent par l'ampleur des moyens logistiques pour leurs mesures ou pour leurs calculs sur ordinateurs par les modèles dynamiques existants, qui exigent autant de niveaux de calcul dans l'eau que dans l'atmosphère. Incidemment, le but premier du météorologue n'est pas tant de connaître précisément les profils thermiques que de pouvoir calculer l'apport des masses d'eau sous forme de transferts énergétiques vers l'atmosphère.

Le présent travail, va s'inspirer de cette conception en portant tout son intérêt sur des modèles basés essentiellement sur des mesures expérimentales détaillées de la structure thermique pour la prédiction de l'énergie interne d'un bassin. Il est possible d'extraire des profils de température, quelques variables physiques caractéristiques de la stratification thermique qui, de concert avec les propriétés morphométriques du bassin, permettront d'établir des relations indépendantes du temps pour le calcul de l'énergie interne à un instant donné.

Dans ces modèles, l'énergie thermique interne dépendra en général de la température de surface, de la profondeur de la thermocline et de la morphométrie. Du profil thermique moyen, on obtient la température de surface et la profondeur de la thermocline, alors que les paramètres principaux de la morphométrie, tels les profondeurs moyenne et maximale et la relation hypsométrique, sont obtenus définitivement par l'étude bathymétrique du bassin. En conséquence des objectifs visés dans l'établissement de ces modèles, une partie importante de ce travail sera consacrée à une définition de la thermocline la plus objective possible dans la caractérisation de l'évolution sur tout le cycle estival de la stratification thermique. Il est à espérer que cette définition, en plus de servir des buts météorologiques, puisse être utile à d'autre groupes scientifiques.

En définitive, les profils thermiques expérimentaux serviront au calcul de l'énergie interne globale du bassin, de la profondeur de la thermocline et à l'obtention de sa température de surface moyenne. Les modèles reliant ces paramètres ensemble , permettront au météorologue ou au climatologue de calculer, soit les termes manquant au bilan énergétique de surface, soit la position de la thermocline si le bilan de surface est connu. A ce chapitre, il faut souligner les travaux de Tully (1965) et Schule (1965) qui, à la suite de mesures intensives sur l'Atlantique, espéraient pouvoir relier la température de surface de la mer, à la profondeur de la couche d'eau mélangée de surface , laquelle correspond en gros à la profondeur de la thermocline.

1.2 La stratification thermique des bassins et la mécanique de son évolution

1.2.1 La stratification et la densité de l'eau

Les masses d'eau en régions tempérées, telles les lacs, les rivières et les mers, possèdent une structure thermique caractéristique en période estivale, qui fait qu'on passe successivement d'une couche d'eau relativement chaude plus ou moins bien mélangée en surface, à une eau de plus en plus froide en allant vers le fond. Les lacs du Moyen-Nord québécois démontrent une structure thermique de ce type qu'on qualifie de "stratifiée".

En fait, c'est la variation de la densité de l'eau par tranches successives qui est responsable de cette stratification thermique et, ainsi la densité de l'eau va en augmentant de la surface vers le fond. Indépendamment des phénomènes physiques, nous savons que la densité des eaux naturelles dépend de deux facteurs principaux : la température et la salinité. A toute fin pratique, les eaux naturelles de lac sont des eaux pures, de sorte qu'on peut affirmer que la densité de ces eaux ne dépendra que de la température.

TABLEAU 1.1 LA DENSITE ET LA CHALEUR SPECIFIQUE DE L'EAU PURE (SELON G.S. KELL, JOURNAL OF CHEMICAL AND ENGINEERING DATA 12, 67-68 (1967) POUR LA DENSITE ET LE HANDBOOK OF CHEMISTRY AND PHYSIC 14 IEME EDITION POUR LA CHALEUR SPECIFIQUE).

T, °C	ρ	C	T, °C	ρ	C
0	0.999868	1.00738	16	0.998972	0.99955
1	0.999927	1.00652	17	0.998804	0.99933
2	0.999968	1.00571	18	0.998625	0.99914
3	0.999992	1.00499	19	0.998435	0.99897
4	1.000000	1.00430	20	0.998234	0.99883
5	0.999992	1.00368	21	0.998022	0.99869
6	0.999968	1.00313	22	0.997801	0.99857
7	0.999930	1.00260	23	0.997569	0.99847
8	0.999877	1.00213	24	0.997327	0.99838
9	0.999809	1.00170	25	0.997075	0.99828
10	0.999728	1.00129	26	0.996814	0.99821
11	0.999634	1.00093	27	0.996544	0.99814
12	0.999526	1.00060	28	0.996264	0.99809
13	0.999406	1.00029	29	0.995976	0.99804
14	0.999273	1.00002	30	0.995678	0.99802
15	0.999129	0.99976			

Le maximum de la densité de l'eau pure se produit à 4°C et celle-ci varie régulièrement de part et d'autre de ce maximum (voir le tableau 1.1). Cette propriété de l'eau pure conditionne l'ensemble du cycle annuel des lacs dimictiques aux latitudes moyennes.

1.2.2. Les conditions initiales de la stratification thermique estivale

A nos latitudes, les lacs dégèlent tardivement, soit en général entre les début et la fin de mai, suivant l'altitude du lac et les conditions météorologiques. Le tableau 1.2 illustre la variabilité des dates de dégel au lac Clair, un bassin situé à environ 25 kilomètres au nord de Chicoutimi, Québec.

TABLEAU 1.2 DATES DES DEGELS ET DES GELS ACCOMPAGNEES DES TEMPERATURES ASYMPTOTIQUES DES EAUX PROFONDES EN HIVER ,TAH, ET DE L'EPAISSEUR MAXIMALE NETTE DE GLACE ,EGMAX, MESUREE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

ANNEE	DEGELS	GELS	TAH °C	EGMAX CM
1973	5 MAI	22 NOV	3.5	80
1974	18 MAI	22 NOV	3.8	80
1975	11 MAI	25 NOV	3.7	70
1976	5 MAI	10 NOV	4.0	65
1977	5 MAI	27 NOV	4.0	55

Après un hiver rigoureux, qui est responsable de la formation d'une couche de glace totale nette variant habituellement de 60 à 85 cm, le dégel du manteau de glace suit une progression qui va s'accélérant en avril grâce à un ensoleillement de plus en plus fort et prolongé. Au début d'avril, alors que la couche de glace est à son maximum (voir tableau 1.2), la stratification thermique existante est encore approximativement celle qui a prévalue tout l'hiver, et qu'on peut décrire schématiquement comme suit : en quelques mètres la température de l'eau passe rapidement de $0^{o}C$ sous la glace à une température inférieure à $4^{o}C$, puis elle augmente légèrement et asymptotiquement à une température inférieure ou égale à $4^{o}C$, pour ensuite augmenter de quelques dixièmes de degrés, dans la couche d'eau en contact avec les sédiments relativement chauds au fond du bassin. Ce schéma typique a ses variantes. Par exemple, la température asymptotique ou, la température maximale des eaux en hiver (voir T_{AH} au tableau 1.2), peut être atteinte au centre de la masse d'eau et la température de l'eau peut ensuite diminuer tout en fluctuant en allant vers le fond. Ainsi donc, la structure thermique hivernale varie d'une année à l'autre, selon la météorologie qui a présidé au gel définitif du bassin et, cet état de fait a comme conséquence directe d'influencer le contenu thermique disponible pour contribuer à la fonte de la glace.

Le début du dégel est marqué par un réchauffement graduel de l'atmosphère, et surtout par l'action intense du soleil qui vient modifier l'albédo de la couche de glace et de neige, le faisant passer d'une valeur variant de 0.6 à 0.95 à une valeur se situant autour de 0.33. Le manteau de glace fond alors par le dessus et les bords du bassin se dégagent petit à petit jusqu'à ce qu'on voit apparaître un contour aqueux tout le long de la rive. Ce contour joue un rôle important dans le dégel du lac, en tant que milieu perturbateur interagissant directement avec l'atmosphère. Par la suite l'action du vent et la captation d'une énergie solaire importante, permet un élargissement graduel de ce contour. Simultanément une partie de plus en plus grande de l'énergie solaire incidente, quoique faible, est transmise à travers la glace, ce qui contribue en général à diminuer l'épaisseur de la couche d'eau stable située immédiatement sous la glace, et à augmenter l'énergie interne du bassin. Une ou deux semaines avant le dégel, l'albédo de la glace passe subitement d'une valeur de 0.33 à une valeur qui s'approche de celle de l'eau calme vers le midi, soit 0.04 environ. Dorénavant, la glace résiduelle transmet une partie importante de l'énergie solaire incidente. L'épaisseur de la glace cristalline passe alors d'une épaisseur d'environ 30 cm à une épaisseur d'environ 15 à 20 cm.

Juste avant le dégel total, la structure thermique est en général quasi-isotherme et elle est extrêmement fluctuante et complexe à cause des courants de densité verticaux et ceux qui sont générés dans le plan horizontal par le vent sur la partie dégagée au contour du lac. Le "calage" de la glace se produit rapidement, et parfois presqu'instantanément lorsque le lien entre les cristaux verticaux qu'on appelle "glace en aiguilles" devient lâche, et que l'action du vent pousse la masse de glace sur la rive. Les cristaux libérés de leurs liens se retrouvent flottant individuellement sur l'eau et leur fusion est réalisée en moins d'une demi-heure à même l'énergie thermique du lac. Cette fonte rapide de la glace impose une transformation drastique de la structure thermique, et elle peut être responsable au lac Clair d'un abaissement de la température moyenne du lac de l'ordre de 1°C.

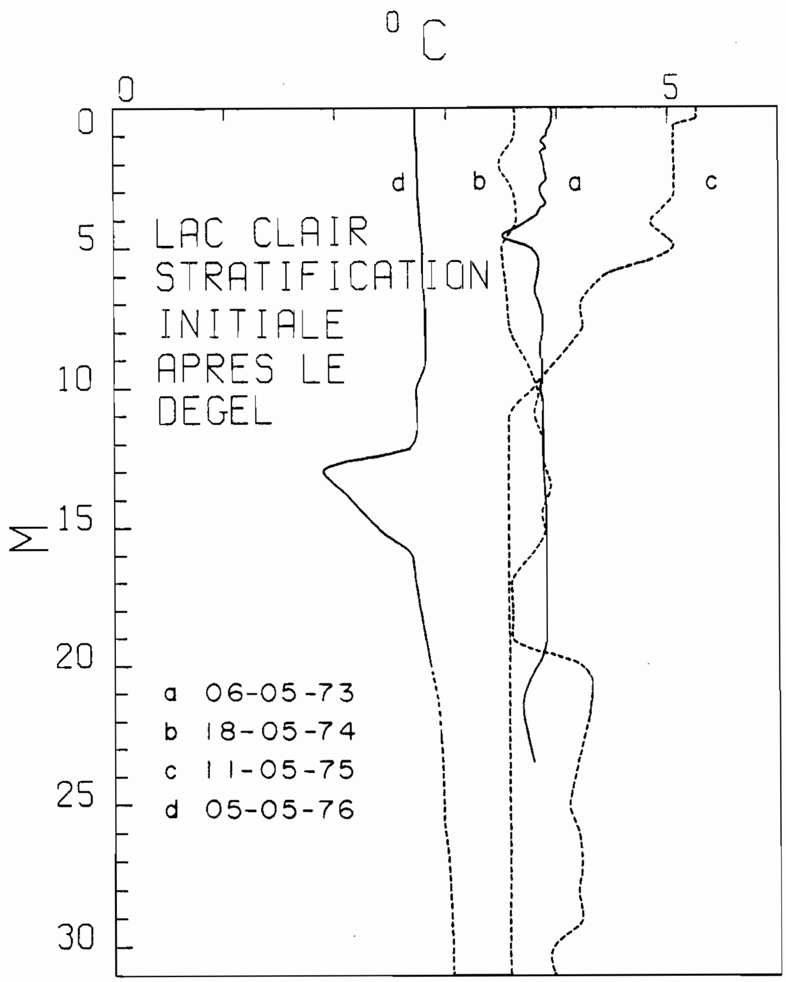


Figure 1.1 Les profils thermiques juste après le dégel du lac Clair pour les années 1973 à 1976.

La figure 1.1 nous montre quatre profils thermiques différents existant peu de temps après le dégel du lac Clair. Ils démontrent la disparité dans les conditions thermiques initiales. Les profils de 1973 et 1974 sont semblables et présentent une stratification quasi-isotherme inférieure à $4^{o}C$. Pour ces deux années, les eaux ont accumulé suffisamment d'énergie avant le dégel pour contrebalancer l'effet de la fonte finale responsable d'un refroidissement moyen de $1^{o}C$. Par contre, en 1975, l'accumulation d'énergie avant le calage du lac fut si grand que quelques minutes après celui-ci, il y avait déjà une stratification importante du milieu. En 1976, la situation est complètement différente. Les mesures réalisées juste après le dégel montre une isothermie un peu inférieure à $3^{o}C$. Un dégel rapide d'une couche de glace relativement mince et un faible dégagement sur le contour a fait qu'il n'y eu pratiquement pas d'échauffement de l'eau avant le dégel. L'énergie pour fondre la couche de glace finale fut prélevée à même le contenu thermique hivernal qui était quand même important si on considère que la température asymptotique était en avril de $4.0^{o}C$ selon le tableau 1.2.

L'action du vent après le dégel du lac, permet en général, un brassage plus ou moins complet et prolongé du bassin. Cette période donne lieu à ce qu'on appelle le "retournement printanier". Dans le cas des années 1973, 1974 et 1976, le retournement s'est effectivement produit. Il a été remarquablement prolongé au cours des printemps 1974 et 1976, pour lesquels les eaux ont été brassées pendant 6 jours avant que la stratification négative apparaisse, alors qu'en 1973 le retournement n'a duré que 3 jours. L'année 1975 illustre un dégel de lac pour lequel il ne s'est pas produit de retournement des eaux. Malgré l'action du vent pendant cette période, la captation de l'énergie solaire en surface, aidée d'une stratification initiale déjà négative au dégel, a permis de maintenir cette stratification et, dix jours seulement après le dégel, soit le 21 mai, on pouvait affirmer que la structure thermique avait atteint le niveau de la permanence saisonnière.

1.2.3 L'évolution de la stratification thermique estivale et les périodes thermiques

Après le dégel, les lacs se retrouvent quasi-isothermes, à une température en général inférieure à 4^{o}C, et quelquefois une faible stratification négative peut exister en surface. A partir de ce moment, le lac subit l'action de deux facteurs déterminants : la captation de l'énergie solaire dans les premières couches d'eau et l'action du vent qui permet la diffusion de l'énergie thermique de la surface vers les profondeurs. C'est le dosage plus ou moins important de chacun de ces phénomènes qui conditionne la forme de la stratification permanente et le moment de son installation définitive.

Ainsi au départ, le lac connaît une période où la stabilité acquise par l'échauffement solaire en surface, est continuellement détruite

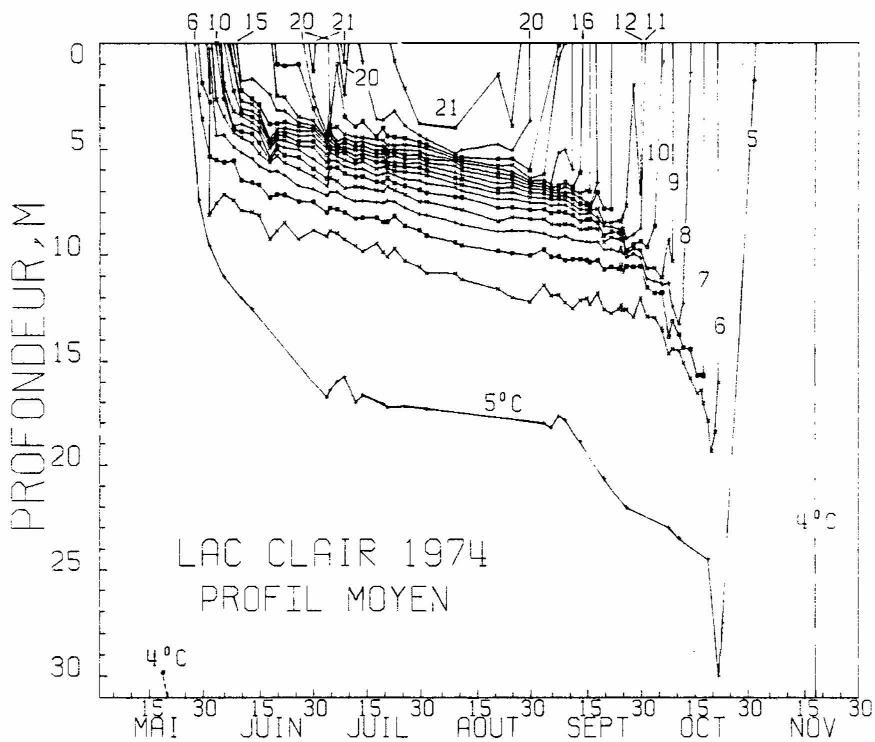
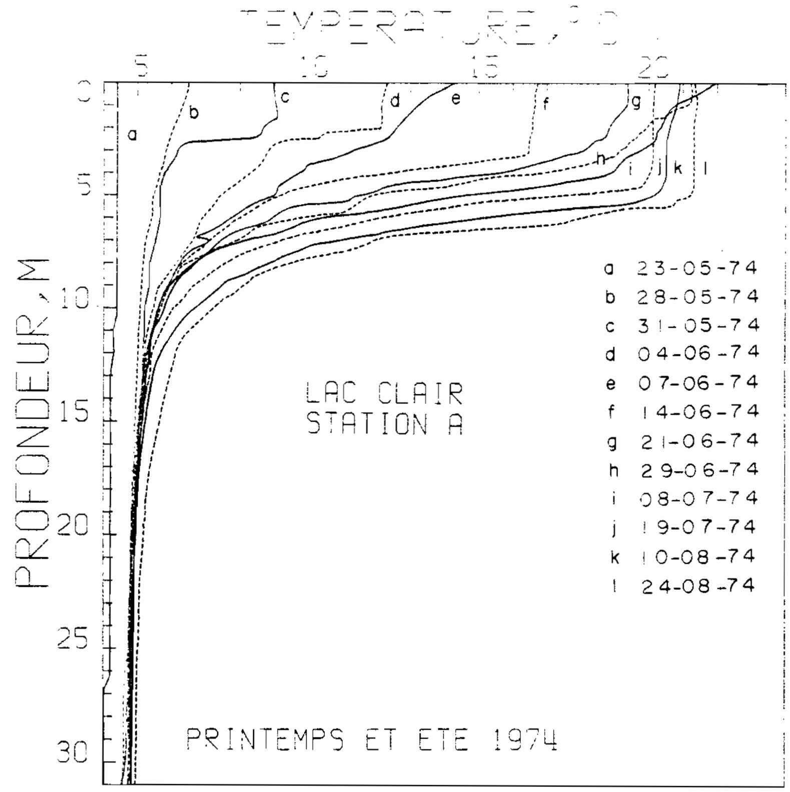


Figure 1.2 Evolution des isothermes avec la profondeur au lac Clair (1974).

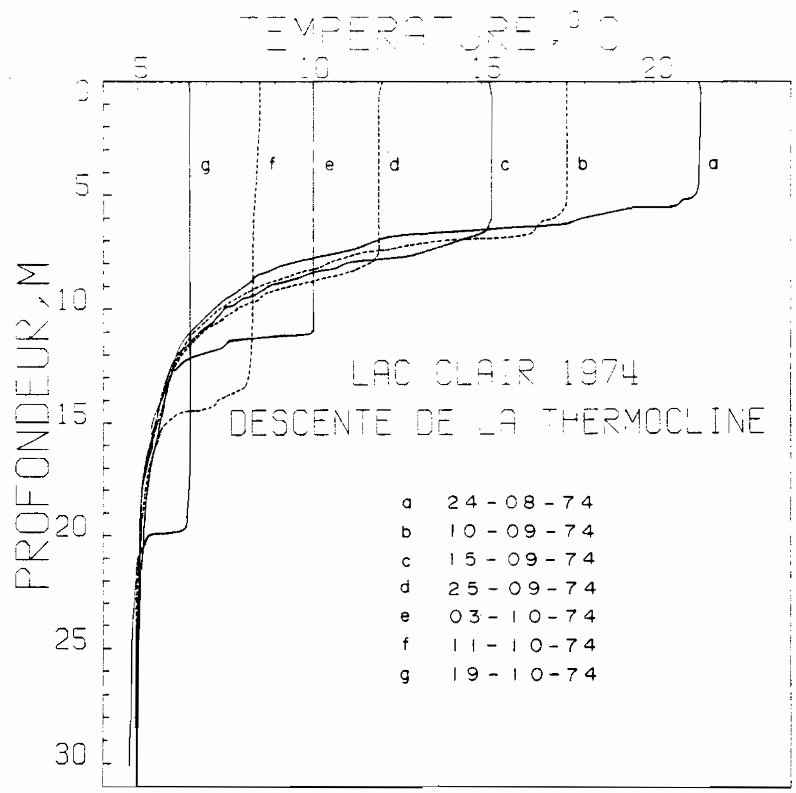
par l'action du vent. Cette période qui débute en général par le retournement printanier, et qui se termine par l'apparition d'une structure thermique permanente, est appelée la "période printanière instable" (voir la figure 1.2 pour 1974 au lac Clair et l'appendice A.1 pour les autres années de l'étude).

En fait, l'évolution des isothermes avec la profondeur montre qu'il arrive un moment où il apparaît des couches d'eau stratifiées et que celles-ci existent de façon permanente par la suite. Les isothermes ont tendance à descendre lentement au cours de l'été et de nouveaux isothermes naissent en surface dû à l'échauffement estival. Cette période de croissance de la stratification (voir la figure 1.3a) pendant laquelle la thermocline évolue lentement, est appelée la "période estivale stable". Cette période est caractérisée par une couche d'eau chaude très stratifiée, rarement isotherme contrairement à ce qui se passe dans l'océan au cours de la même période, alors que le vent et la convection verticale permettent d'y maintenir presque constamment une couche d'eau bien mélangée en surface. La fin de cette période arrive quand le bilan thermique quotidien devient systématiquement négatif, la date limite étant le jour où l'énergie interne devient maximale. Le tableau 1.3 montre que cette période commence au début de juin et se termine vers la fin du mois d'août.

A partir du moment où le bilan énergétique devient négatif, on assiste à la destruction systématique de la stabilité du lac dû au refroidissement des eaux de surface et à la descente de la thermocline. Ce mouvement, comme le montre la figure 1.3b, est d'abord lent puis va s'accélérant jusqu'au moment où la thermocline disparaît au fond du lac. Cette période thermique est appelée "période automnale instable". La stratification thermique, pendant cette période, est marquée par une nette isothermie de la couche d'eau supérieure et, des mesures précises mettent en évidence de légères inversions de température dans les deux premiers mètres d'eau, dont la force varie du centième à quelques dixièmes de degré celcius, selon la valeur du taux de refroidissement de la surface.



(a)



(b)

Figure 1.3 <u>Croissance et décroissance de la thermocline au lac Clair en 1974.</u>

TABLEAU 1.3 LES PRINCIPALES PERIODES CARACTERISANT LA STRATIFICATION THERMIQUE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977. DATES LIMITES FIXEES SELON LES DATES DES EXPEDITIONS REALISEES ET DES DATES DU DEGEL ET DU GEL DEFINITIF.

ANNEE	PERIODE PRINTANIERE INSTABLE		PERIODE ESTIVALE STABLE		PERIODE AUTOMNALE INSTABLE		PERIODE DE RETOURNEMENT AUTOMNAL		PERIODE AVEC THERMOCLINE STABLE	
1973	DU	5-05-73	DU	24-06-73	DU	9-09-73	DU	8-11-73	DU	24-06-73
	AU	3-06-73	AU	3-07-73	AU	31-10-73	AU	22-11-73	AU	31-10-73
1974	DU	18-05-74	DU	4-06-74	DU	24-08-74	DU	24-10-74	DU	4-06-74
	AU	2-06-74	AU	20-08-74	AU	23-10-74	AU	22-11-74	AU	23-10-74
1975	DU	11-05-75	DU	21-05-75	DU	16-08-75	DU	11-11-75	DU	21-05-75
	AU	20-05-75	AU	14-08-75	AU	28-10-75	AU	25-11-75	AU	28-10-75
1976	DU	5-05-76	DU	30-05-76	DU	29-08-76	DU	25-10-76	DU	30-05-76
	AU	28-05-76	AU	27-08-76	AU	24-10-76	AU	10-11-76	AU	24-10-76
1977	DU	5-05-77	DU	1-06-77	DU	10-08-77	DU	13-11-77	DU	1-06-77
	AU	30-05-77	AU	8-08-77	AU	10-11-77	AU	27-11-77	AU	10-11-77

Lorsque la thermocline saisonnière disparaît définitivement, le bassin atteint l'isothermie à la température des eaux de fond. On peut définir pour l'automne, analogiquement à la situation hivernale, la "température asymptotique estivale", T_{AE} , comme la température des eaux près du fond, mesurée quelque temps avant la disparition de la thermocline, là où la conduction thermique avec les sédiments n'influence plus significativement.

TABLEAU 1.4 LES TEMPERATURES ASYMPTOTIQUES ESTIVALES, TAE, MESUREES AU LAC CLAIR A 30 METRES DE PROFONDEUR POUR LES ANNEES 1973 A 1977.

ANNEE	TAE, °C
1973	4.91
1974	4.90
1975	5.23
1976	4.97
1977	5.57

Le tableau 1.4 montre que la température asymptotique estivale peut varier beaucoup d'une année à l'autre. Cette température dépend principalement du type de période printanière instable qui a présidé à la stratification permanente, et de la conduction thermique moléculaire des eaux chaudes vers les eaux froides du fond. Elle ne dépend aucunement de l'énergie maximale accumulée (voir figure 1.4 et l'appendice A.2) puisque si on compare l'année la plus chaude (1975) avec l'année la plus froide (1977) des cinq années étudiées, on constate que les températures asymptotiques estivales sont respectivement de 5.23 et 5.57°C alors que les années 1973, 1974 et 1976 semblent être des années normales avec des températures de fond variant de 4.9 à 5.0°C.

Une fois devenu isotherme, le lac perd graduellement son énergie tout en procédant par isothermies successives jusqu'à la température de 4°C. A partir de ce moment, la stratification devient positive et stable en même temps que la température de l'eau descend en dessous de $4^{o}C$. Dépendant des conditions météorologiques et surtout du vent, la pellicule de surface peut à tout moment geler, et si le temps froid persiste, la mince couche de glace formée augmente rapidement en épaisseur et on assiste alors au gel définitif du lac. Cet événement marque la fin de la quatrième période thermique, soit la "période de retournement automnal ".

Les concepts de stabilité et de permanence de la stratification méritent une attention particulière, et nous devons examiner pour voir si la quantification du concept de la stabilité n'aiderait pas à objectiver la délimitation de périodes thermiques, et à mieux comprendre un concept déjà utilisé couramment d'une façon qualitative pour décrire l'évolution de la structure thermique d'un bassin.

Birge (1916) définit le "travail du vent" comme le travail minimal nécessaire pour vaincre les forces de poussée afin de distribuer une certaine quantité d'énergie de la surface dans un lac initialement non-stratifié, qu'on suppose en général isotherme à $4^{o}C$, de façon à produire la stratification thermique observée. Schmidt (1928) définit la "stabilité" d'un lac comme le travail additionnel qu'il faudrait fournir pour transformer la distribution de densité en une nouvelle isothermie sans modifier le contenu thermique du bassin.

En mesurant le travail en ergs, la stabilité par unité de surface est

$$S = \frac{g}{A_o} \int_{o}^{Z_m} (Z_v - z)\ (1 - \rho_z)\ A(z)dz \qquad (1.1)$$

où z_v est la profondeur du centre du volume du lac, donné par

$$Z_v = \frac{1}{V} \int_{o}^{Z_m} z\ A(z)\ dz \qquad (1.2)$$

et Z_m est la profondeur maximale du lac.

La quantité S (ou S_{PA}=S/g) est le travail que le vent aurait à fournir continuellement pour empêcher le développement d'une stratification. Comme le montre la figure 1.5 (voir aussi l'appendice A.3) la stabilité du lac augmente à mesure qu'il devient de plus en plus stratifié. Cependant, comme l'échauffement peut s'accompagner d'un transport de chaleur vers les profondeurs par la descente de la thermocline, une augmentation d'énergie interne n'implique pas nécessairement une augmentation de la stabilité. Il est donc probable que la stabilité maximale survienne avant le maximum de contenu thermique. A partir du moment où la thermocline atteint le niveau du centre de gravité du lac, Z_v , la stabilité commence à diminuer même si la température moyenne au-dessus de la thermocline ne diminue pas. Au lac Clair, le centre de gravité est à 9.14 mètres et la profondeur de la thermocline est toujours moins profonde que ce niveau pendant la période estivale stable. Idéalement, comme cela arrive pour 1974, 1976 et 1977, le maximum de stabilité du lac Clair devrait survenir au moment où le contenu est maximal. On constate cependant, que la stabilité, quoique élevée en période estivale, est extrêmement variable et que sa valeur dépend principalement de la température et de la stratification des premières couches d'eau chaude. Le maximum de stabilité ne peut donc pas servir à spécifier avec une certaine fiabilité la fin ou le début d'une période thermique.

Par contre, on peut certainement parler d'un seuil de stabilité, S_{so} , pour lequel il est possible d'affirmer qu'il y a une grande probabilité pour que la stratification soit qualifiée de permanente. Comme le vent peut théoriquement détruire en tout temps la stabilité acquise, et qu'il n'existe pas de frontière précise pour indiquer un passage net de l'instabilité printanière à la stabilité estivale, on peut évaluer à partir de l'évolution de la thermocline ou encore de l'évolution des isothermes annuels (voir figure 1.2 et l'appendice A.1) la date à laquelle la stratification est devenue permanente. En connaissant empiriquement ces dates, et en interpolant sur la courbe de stabilité (figure 1.5 et appendice A.3), on obtient des valeurs du seuil de stabilité. Le tableau 1.5

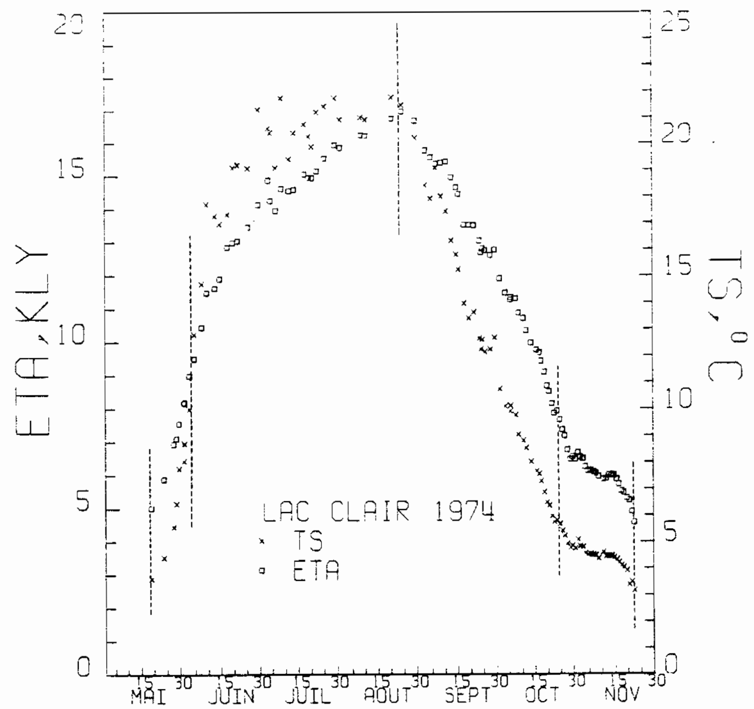


Figure 1.4 Evolution de l'énergie moyenne par unité de surface, E_{TA}, et de la température de surface au lac Clair en 1974.

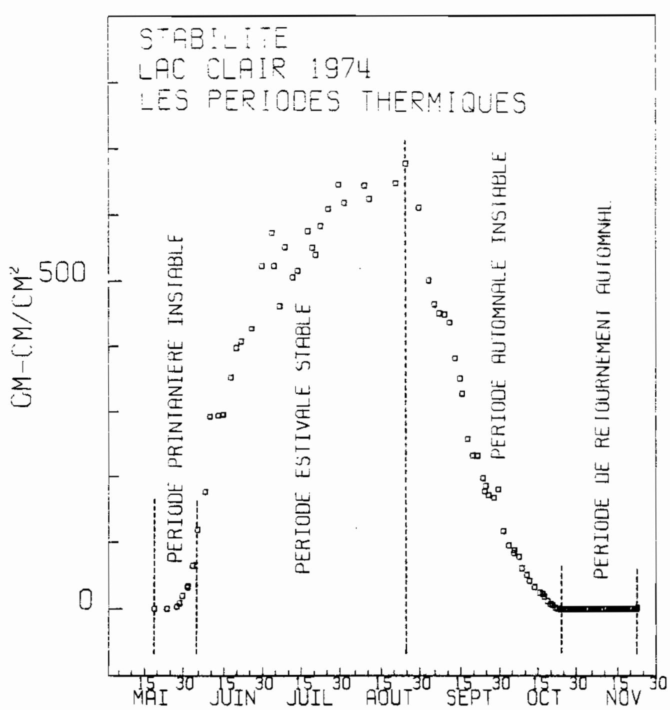


Figure 1.5 Evolution de la stabilité, S_{PA}, au lac Clair en 1974.

nous montre ces valeurs, ainsi que la température à la surface du lac, T_s , et l'énergie moyenne, E_{TA} . L'analyse de ces données indique qu'un seuil de stabilité se trouvant entre 80 et 130 gm-cm/cm^2 est approprié pour déterminer objectivement le moment de l'apparition d'une stratification permanente au lac Clair.

TABLEAU 1.5 LES SEUILS DE STABILITE PERMETTANT LA DETERMINATION DU MOMENT OU LA STRATIFICATION THERMIQUE A UNE GRANDE PROBABILITE D'ETRE PERMANENTE AU LAC CLAIR (1973 A 1977).

ANNEE	DATE	S_{so} G-CM/CM	TS °C	ETA LY
1973	3-06-73	150	12.59	11400
1974	4-06-74	85	12.80	9500
1975	21-05-75	85	11.06	9100
1976	28-05-76	130	13.54	10600
1977	30-05-77	200	14.03	11800

En résumé, il existe cinq événements qui permettent de délimiter objectivement les périodes thermiques d'un lac : 1- le dégel; 2- le moment où la stabilité atteint le seuil de permanence, S_{so} ; 3- le moment où le contenu thermique est maximal; 4- la disparition de la thermocline; 5- le gel définitif.

1.2.4 Les mécanismes générateurs et destructeurs de la stratification

Les principaux mécanismes qui permettent d'affecter l'énergie d'un bassin sont : l'énergie solaire captée en surface et transmise en profondeur selon les propriétés de l'eau; la diffusion par turbulence visqueuse provoquée par les courants, eux-mêmes générés par le vent et les vagues; les ondes de gravité interne créés au niveau de la thermocline; la convection naturelle verticale lorsque le refroidissement de surface créé des inversions; la conduction pure entre les couches d'eau; la conduction à la frontière eau-sédiment; l'entrée et la sortie d'eau par les rivières; les précipitations.

Ces mécanismes jouent leur rôle avec plus ou moins d'intensité selon la morphométrie du lac, la période thermique considérée, le lieu géographique et les conditions météorologiques.

Ainsi en périodes printanière instable et estivale stable, deux mécanismes principaux interviennent : la captation et la transmission de l'énergie solaire qui est alors intense et la diffusion par turbulence visqueuse provoquée par le vent et les vagues. Ces périodes démontrent un bilan énergétique quotidien en général positif. Cependant, il ne faut pas sous-estimer l'influence du mécanisme des inversions nocturnes sur la création de la thermocline.

La période automnale instable est caractérisée par un bilan énergétique quotidien la plupart du temps négatif. La contribution solaire devient moins importante et le vent contribue à soutirer de l'énergie de la surface par évaporation, et par conduction turbulente. La convection verticale devient alors le phénomène principal, qui provoque la descente de la thermocline en même temps que les eaux de surface deviennent de plus en plus froides.

En période de retournement automnal, c'est l'action combinée du vent et de la convection naturelle qui est à la source de mouvements importants des eaux, tant dans le plan vertical que dans le plan horizontal du bassin.

1.3 Revue des théories existantes pour la prédiction de la stratification thermique.

1.3.1 La théorie physique de base

La façon avec laquelle l'énergie entrant à la surface d'un bassin est répartie dans la masse d'un réservoir dépend de sa capacité d'absorber, de préserver et de diffuser cette énergie. Physiquement, ce phénomène, qui conduit à la stratification thermique du bassin, est déterminé par les interactions entre les éléments voisins à l'intérieur du réservoir. Dès lors, le problème se ramène à l'étude du bilan énergétique d'un élément de fluide localisé à l'intérieur de la masse du réservoir (voir figure 1.6).

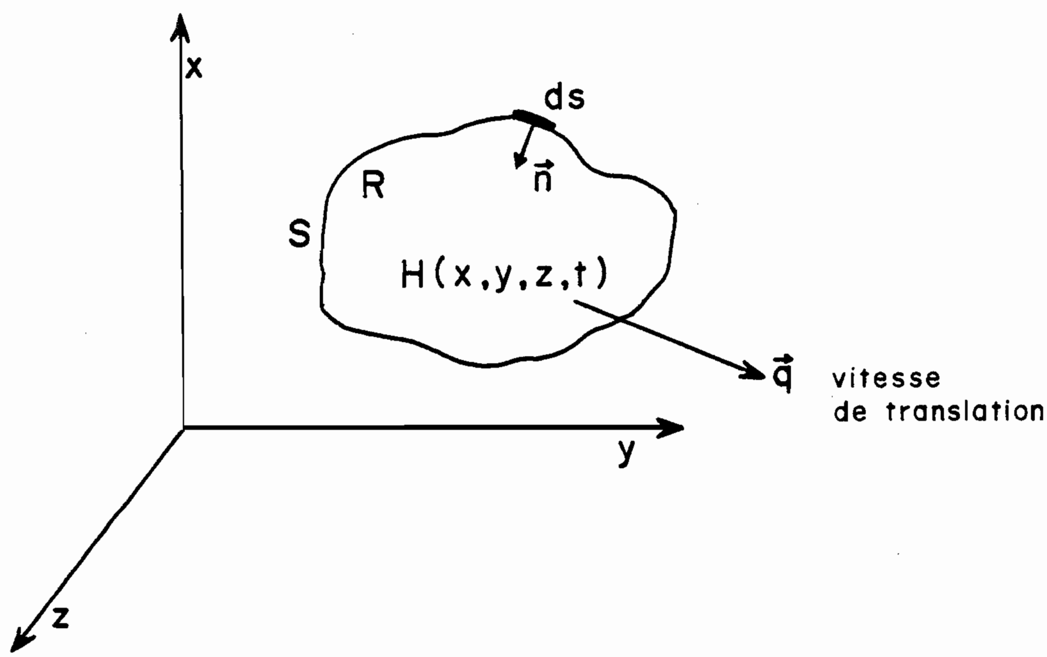


Figure 1.6 Le bilan d'énergie pour un élément de fluide.

Cet élément est situé à une position (x,y,z) au temps t et il se déplace à une vitesse moyenne $\vec{q}$. Il remplit une région R limitée par la surface S et son volume est V. Sa température moyenne est T(x,y,z,t) et on peut imaginer une source de chaleur localisée dans cet élément R produisant de l'énergie à un taux H(x,y,z,t) par unité de volume et par unité de temps.

Le taux de variation de l'énergie calorifique totale dans l'élément de fluide R est

$$\frac{d}{dt}\iiint_R \rho c\ T\ dV = \rho c \iiint (\partial T/\partial t + \vec{q}\cdot\nabla T)\ dV \tag{1.2a}$$

Parmi les processus d'échange d'énergie entre les éléments de la masse aqueuse il y a d'abord la diffusion moléculaire. Pour en tenir compte, on introduit le coefficient α. En plus de ce processus de diffusion, qui est une propriété physique du fluide, il existe un autre mode de diffusion qui provient des fluctuations turbulentes de la vitesse et de la température du fluide. Ce phénomène est tout à fait similaire aux efforts dits de "Reynolds" dans un écoulement turbulent. Ainsi, les fluctuations turbulentes donnent lieu à un flux d'énergie turbulente qu'on écrit comme (Bird et autres 1965)

$$\begin{aligned} \phi'_x &= -\rho c\ \overline{u'T'} = \rho c\ E_x\ \partial T/\partial x \\ \phi'_y &= -\rho c\ \overline{v'T'} = \rho c\ E_y\ \partial T/\partial y \\ \phi'_z &= -\rho c\ \overline{w'T'} = \rho c\ E_z\ \partial T/\partial z \end{aligned} \tag{1.2b}$$

où u', v' et w' sont les parties fluctuantes des composantes du vecteur vitesse, T', la température fluctuante et E_x, E_y, E_z, les composantes de E, qu'on définie comme la diffusivité turbulente. En utilisant la notation tensorielle, le transport d'énergie turbulente dans le fluide s'écrit

$$\phi'_t = \rho c \begin{bmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & E_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial T/\partial x \\ \partial T/\partial y \\ \partial T/\partial z \end{bmatrix} \tag{1.2c}$$

Dans un milieu isotropique et pour une turbulence elle-même isotropique, $E_x=E_y=E_z=E$ et le flux d'énergie turbulente s'écrit alors par

$$\phi_t' = \rho c \; E \; \nabla T \tag{1.2d}$$

Si $\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal à la surface S dirigé vers l'intérieur de R, le taux de transfert d'énergie dû à la diffusion moléculaire et à la diffusion turbulente pour l'ensemble de la région R, est

$$\rho c \iint_S \alpha \; \nabla T \cdot \vec{n} \; ds + \iint \phi_t' \cdot \vec{n} \; ds \tag{1.2e}$$

L'énergie étant conservé, le taux de changement de l'énergie de l'élément de fluide doit être égal au taux d'énergie transférée dans le volume R augmenté du taux d'énergie produite dans celui-ci. Ainsi, on doit avoir

$$\rho c \iiint_R (\partial T/\partial t + \vec{q} \cdot \nabla T) \; dV = \rho c \iint_S \alpha \; \nabla T \cdot \vec{n} \; ds + \iint_S \phi_t' \cdot \vec{n} \; ds + \iiint_R H \; dV \tag{1.2f}$$

En transformant les intégrales de surface en intégrales de volume par le théorème de divergence et en égalant l'intégrant à zéro, on obtient l'équation générale suivante

$$\partial T/\partial t + \vec{q} \cdot \nabla T = \nabla \cdot E \; \nabla T + \alpha \; \nabla^2 T + H/\rho c \tag{1.2g}$$

Pour simplifier un problème déjà fort complexe, on néglige habituellement les termes de flux énergétique dans le plan horizontal et on obtient de cette façon une équation unidimensionnelle aux dérivées partielles s'appliquant aux transferts de chaleur dans un milieu convectif. Soit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{w} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[E \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{H}{\rho c} \tag{1.3}$$

A l'interface air-eau, l'énergie conduite dans le bassin à travers la surface, doit être égale au flux énergétique net de la surface :

$$(E + \alpha) \rho c \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=o} = \beta \phi_o - Q_L \tag{1.4}$$

La source de chaleur H, s'exprime par la divergence du flux solaire pour l'élément de volume considéré, soit :

$$\begin{aligned} H &= - \nabla \cdot \phi \\ H &= - \nabla \cdot \phi_o \, (1-\beta) \, e^{-\eta z} \\ H &= \eta \, (1-\beta) \, \phi_o \, e^{-\eta z} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Les termes utilisés sont définis comme suit :

T = température (^oC)

$\bar{w}$ = vitesse de convection verticale moyenne (L/t)

E = diffusivité turbulente (L^2/t)

H = distribution des sources de chaleur(cal/L^3-t)

α = diffusivité moléculaire (L^2/t)

η = coefficient d'absorption de la radiation solaire ($1/L$)

β = fraction de la radiation solaire absorbée par l'eau en surface (sans dimension)

ϕ_0 = radiation solaire nette atteignant la surface (cal/L^2-t)

ρ = densité de l'eau (g/L^3)

c = chaleur spécifique de l'eau (cal/g-^oC)

z = distance mesurée positivement vers le bas de l'interface air-eau (L)

t = temps (t)

Q_L = taux de perte d'énergie du bassin (cal/L^2-t)

1.3.2 Les théories existantes pour la prédiction de la stratification thermique

1.3.2.1 Quelques généralités sur les différentes approches théoriques

A peu près dans toutes les études théoriques de la stratification des océans, des lacs et des étangs, on a cherché à solutionner l'équation (1.3) tout en reconnaissant que la solution de cette équation dépend grandement de la spécification de la diffusivité turbulente E, de la distribution des sources de chaleur H, et du champ de vitesse $\overline{w}$. Il va de soi que les limites de chaque modèle de prédiction viennent des spécifications plus ou moins complètes de E, H et $\overline{w}$, en plus, naturellement, des limites qu'impose le modèle unidimensionnel.

La plupart des chercheurs ont tôt reconnu l'importance des processus turbulents, spécialement à la surface des réservoirs, et ont souvent négligé le terme de diffusivité moléculaire au profit de la diffusion turbulente. Plusieurs modèles ont été basés sur la formulation du coefficient E, qui pour les uns dépend de la profondeur z et qui pour d'autres n'en dépend pas, ce qui permet une simplification importante du terme de diffusion turbulente. Par contre, d'autres chercheurs, dans des applications particulières, ont traité le problème comme un cas de diffusion moléculaire pure, en posant E=0. Finalement, dans la plupart des modèles on néglige simplement le terme convectif $\overline{w}$.

Quant à la distribution de la source d'énergie solaire, il existe trois approches différentes. Un groupe de chercheurs considère que toute la radiation solaire est absorbée en surface ; donc H=0 dans le bassin à l'équation (1.3), et β=1 pour les conditions frontières à l'équation (1.4). A l'opposé, d'autres chercheurs considèrent que toute la radiation solaire est transmise dans le réservoir selon le coefficient η dans les équations (1.3) et (1.4), avec β=0. La troisième voie est celle adoptée par Dake et Harleman (1966 et 1969) pour qui la vérité se situe entre les deux premiers points de vue. En fait, les travaux de Goldman et Carter (1965) au lac Tahoe (Californie), ceux de Bachman et Goldman (1965) au lac Castle (Californie) et ceux de Beeton (1962) aux Grands Lacs permettent d'affirmer que la fraction d'énergie absorbée en surface est la même partout, même si ces lacs ont des coefficients de transmission différents. La fraction constante obtenue est β=0.40.

Depuis le début du siècle et surtout depuis une trentaine d'années, les théories physiques pour prédire la stratification thermique dans les masses d'eau se sont développées à un rythme très rapide, en grande partie grâce à l'avènement d'ordinateurs de plus en plus efficaces. Ceux-ci ont permis le développement de théories de plus en plus audacieuses et complexes. De ces études, on dégage deux grandes approches de la théorie physique.

La première approche et la plus fondamentale est celle qui va dans la ligne tracée par les travaux de Ekman (1905), et de Munk et Anderson (1948) pour qui les équations différentielles de Reynolds sont le point de départ. Dans la même voie, on peut citer quelques travaux parmi plusieurs : Orlob (1965), Sundaram et Rehm (1972), Mellor (1973), Mellor et Yamada (1974), Mellor et Durbin (1975).

Plus récente est la deuxième approche, qui est celle des théories de la couche mélangée ("mixed layer"), lesquelles sont pour la plupart des théories intégrales plutôt que différentielles. Dans cette veine, on peut citer les travaux suivants : Kraus et Turner (1967), Turner et Kraus (1967), Kitaigorodsky et Miropolsky (1970), Denman (1973), Denman et Miyake (1973), Gill et Turner (1974), Pollard et autres (1973), Niiler (1975), Jeong-Woo Kim (1976). L'avantage des méthodes intégrales réside dans leur apparente simplicité tandis que les quantités distribuées dans l'espace sont englobées dans des valeurs intégrales. On perd donc le fin détail du phénomène physique. Selon Mellor et Durbin (1975), ces théories introduisent des hypothèses compliquées concernant les profils verticaux des vitesses, des températures, des flux de chaleur et des efforts et, "for example, integral theories do not predict the existence of a mixed layer and thermocline as a consequence of oceanic boundary conditions; existence must be assumed, a priori". En particulier, ces théories sont telles qu'elles sont restreintes à un petit nombre de conditions frontières, ce qui n'est pas le cas pour les "théories différentielles" pour lesquelles il est possible d'imposer les conditions frontières réelles, cela à condition de mettre l'effort nécessaire sur le plan des calculs numériques par ordinateur. Néanmoins, la représentation intégrale de la dynamique de la couche superficielle des océans est d'une grande utilité, spécialement pour les modèles numériques de la circulation océanique générale. Quoi qu'il en soit, il restera toujours que c'est par l'approche des "théories physiques différentielles" couplées à des conditions frontières quelconques, ou telles qu'elles se produisent dans le nature, qu'on pourra vérifier et améliorer les théories intégrales, lesquelles auront toujours l'avantage de leur simplicité.

Incidemment, il faut faire remarquer que tous ces développements théoriques se sont accompagnés d'un travail important sur le plan expérimental. Dans la plupart de ces travaux, l'idée maîtresse consistait à prédire l'évolution de la couche superficielle ou encore l'évolution du profil thermique entier, en imposant au système en laboratoire des conditions frontières bien contrôlées. Les résultats de ces travaux ont permis une compréhension beaucoup plus grande des différents facteurs qui influencent la thermique des bassins et ils ont profités également aux scientifiques des deux grandes tendances citées plus haut. On peut énumérer quelques-uns de ces travaux : Cromwell (1960), Turner et Kraus (1967), Deardorff et autres (1969), Kato et Phillips (1969), Dake et Harleman (1966, 1969), Caldwell et autres (1972), Moore et Long (1971), Linden (1975).

1.3.2.2 La théorie de Munk et Anderson et son développement par d'autres chercheurs

L'une des plus vieilles théorie sur le sujet est celle développée par Munk et Anderson (1948). Leur principal but était d'établir une relation donnant la variation de la diffusivité turbulente avec la profondeur, ce qui permettrait de prédire la distribution des températures et des courants dans les grandes masses d'eau. Ils n'ont pas utilisé l'équation différentielle (1.3) directement mais ils débutent leur étude par l'hypothèse fondamentale de la loi de Fick pour les flux dirigés vers le bas, soit pour le momentum, la chaleur et le sel (ils omettent la pénétration de la radiation). Les trois coefficients de diffusion sont ensuite reliés à la gravité g, au cisaillement $\partial V/\partial z$ et à la stabilité $\partial T/\partial z$. Par la suite, en combinant l'analyse dimensionnelle avec des données empiriques, les auteurs établissent des relations entre les coefficients de turbulence et le nombre sans dimension de Richardson défini alors comme (V=vitesse horizontale moyenne)

$$\begin{aligned} R_i &= (g/\rho) \cdot \partial\rho/\partial z \Big/ (\partial V/\partial z)^2 \\ &= g\, a_1\, \partial T/\partial z \Big/ (\partial V/\partial z)^2 \end{aligned} \qquad (1.5a)$$

Munk et Anderson expérimentent ensuite le profil thermique T(z) en fonction du nombre de Richardson, tel que

$$T(z) = R_i\ (1 + \beta_V\, R_i)\ (1 + \beta_T\, R_i)^{-3/2} \qquad (1.5b)$$

où β_V et β_T sont des constantes ($\beta_T=\beta_V/3=3.33$). En résumant leur théorie, Munk et Anderson établissent que la profondeur du plan de courbure maximale sur le profil thermique est approximativement égal à la profondeur de courbure nulle dans la courbe de T(z). Ainsi selon cette théorie, si la variation du nombre de Richardson est connu en fonction de la profondeur, le profil T(z) est calculé selon l'équation (1.5b) et son point d'inflexion localise le "genou" du profil thermique vertical. Finalement, on constate que cette théorie ne prévoit aucune dépendance en fonction du temps pour la profondeur de ce "genou".

Orlob (1965) procède par intégration numérique en se basant sur les principes formulés par Munk et Anderson. Il néglige également le terme source H, la convection et la conduction moléculaire. Dans l'équation (1.3) on a donc $H=\alpha=\overline{w}=0$ et il reste

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[E\,\frac{\partial T}{\partial z}\right] \tag{1.5c}$$

En écrivant cette équation sour forme de différences finies et en utilisant les profils thermiques mesurés au lac Tahoe pour calculer le coefficient de diffusion E en fonction de la profondeur z, Orlob obtient des valeurs de l'ordre de 1000 fois supérieures à la diffusivité moléculaire α pour l'eau douce à des profondeurs supérieures à 100 mètres. Ces grandes valeurs sont hors de proportion étant donné qu'il ne peut être généré une turbulence aussi forte à une si grande profondeur. Compte tenu que le lac Tahoe est reconnu pour son exceptionnelle transparence, on doit attribuer les grandes valeurs de E en profondeur au fait que le modèle utilisé par Orlob néglige les effets de la pénétration de la lumière. Par la suite, celui-ci fait l'hypothèse qu'il existe un nombre de Richardson critique pour le développement de la thermocline qu'il établit à l'unité. En définissant E en fonction du nombre de Richardson selon Munk et Anderson, il intègre numériquement l'équation (1.5c) par ordinateur et il localise la thermocline selon la définition de Wesenburg-Lund, $T''=0$, à l'endroit où $R_i=1$. De cette façon, il a pu prédire la structure thermique d'un réservoir hypothétique. Néanmoins, il reste que ce modèle est imprécis quand z est grand. Il semble donc qu'on ne puisse l'appliquer que dans la couche superficielle mélangée et qu'en profondeur, là où c'est stratifié, on doive tenir compte de la conduction moléculaire et de la pénétration lumineuse comme mécanismes de transport d'énergie.

Ertel (1954) propose un modèle dans lequel il néglige le terme convectif, de même que la conduction moléculaire. Ce modèle, qui n'a pas trouvé d'application réelle, suppose une diffusivité turbulente constante et il s'écrit comme suit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = E \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{H}{\rho c} \qquad (1.5d)$$

En plus d'être incomplet sur le plan de la convection et de la conduction moléculaire, ce modèle suppose un coefficient de diffusion turbulente constant, ce qui n'est pas le cas selon les travaux de Munk et Anderson (1948) et Orlob (1965), et il incorpore le terme de source à l'intérieur du processus de diffusion plutôt que d'utiliser l'équation (1.5) pour définir ce terme.

Mellor et Durbin (1975) porposent d'importantes améliorations aux modèles précédents. Une des particularités des fonctions dépendantes du nombre de Richardson définies par Munk et Anderson est l'impossibilité qu'elles ont de satisfaire les conditions frontières pour la vitesse. Mellor et Durbin utilisent toute l'information a priori disponible sur l'effet du nombre de Richardson et la grande possibilité de "modeler" les flux de chaleur et de momentum dans le cas de neutralité. Ils combinent ces éléments afin de mettre au point un modèle pouvant prédire le détail de la couche mélangée ainsi que celui de la thermocline. Le modèle numérique proposé est unidimensionnel et il ne tient pas compte du terme de source de chaleur H. Un nombre de Richardson fonction de la stabilité est dérivé des équations de turbulence dans les travaux suivants : Mellor (1973), Mellor et Yamada (1974). Un nombre de Richardson critique au-delà duquel la turbulence ne peut exister égal à

0.23 est obtenu et, il apparaît selon ces auteurs, qu'un nombre de Richardson compris entre 0.21 et 0.25 soit un critère général pour l'existence de la turbulence. Les équations proposées par Mellor et Durbin pour toute une variété de conditions frontières sont

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} - fV &= \frac{\partial}{\partial z}\left[- \overline{w'u'} + \nu \frac{\partial U}{\partial z} \right] \\ \frac{\partial V}{\partial t} + fV &= \frac{\partial}{\partial z}\left[- \overline{w'v'} + \nu \frac{\partial V}{\partial z} \right] \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \overline{w} \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z}\left[- \overline{w'T'} + \alpha \frac{\partial T}{\partial z} \right] \end{aligned} \tag{1.5e}$$

où f est le paramètre de Coriolis, U et V les composantes moyennes de la vitesse relativement à la vitesse géostrophique, $-\overline{w'u'}$, $-\overline{w'v'}$ et $-\overline{w'T'}$ les efforts turbulents de Reynolds et le flux de chaleur et, ν la viscosité cinématique moléculaire. D'après le modèle de "niveau 2", Mellor et Yamada (1974), on définit

$$\begin{aligned} (- \overline{u'w'} \ , \ - \overline{v'w'}) &= \ell\, q\, \tilde{S}_M \left(\frac{\partial U}{\partial z} \, , \, \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\ - \overline{T'w'} &= \ell\, q\, \tilde{S}_H\, \partial T/\partial z \end{aligned} \tag{1.5f}$$

où $q^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2$ est deux fois l'énergie cinétique turbulente, et $\tilde{S}_M$ et $\tilde{S}_H$ sont des facteurs dépendants du nombre de "Reynolds-flux", R_f , définis comme suit

$$\begin{aligned} \tilde{S}_M &= \tilde{S}_H \left[3A(\nu_1 - C - 9A\Gamma B_1) \right] \ / \left[\nu_1 - \nu_2\Gamma + 3A\Gamma/B_1 \right] \\ \tilde{S}_H &= 3A\ (\nu_1 - \nu_2\Gamma) \end{aligned} \tag{1.5g}$$

où $\Gamma = R_f / (1-R_f)$

$\nu_1 = 1/3 - 2A/B_1$

$\nu_2 = B_2/B_1 + 6A/B_1$

et $(A, B_1, B_2, C) = (0.78,\ 15.0,\ 8.0,\ 0.056)$.

Trois de ces constantes empiriques sont déterminées une fois pour toute à partir des données d'écoulement neutre turbulent et elles sont reliées à la quatrième par la relation

$$B_1 = \left[A(B_1 - 6A - 3B_1 C \right]^{3/4}$$

(Voir Mellor et Durbin, 1975, pour les définitions de ℓ, une longueur caractéristique, et pour R_f ; ceux-ci font référence à des travaux importants sur lesquels ils s'appuient: Gill, 1969 ; Deardorff, 1970 et 1973 ; Caldwell et autres, 1972 ; comme compléments à la présente théorie on peut suggérer Mellor et Herring (1973), Mellor (1975) et Turner (1973) pour une revue des études de stabilité.)

Mellor et Durbin résolvent les équations par intégration numérique et leur modèle leur permet d'imposer des conditions frontières comme bon leur semble. Ils réussissent, par exemple, à simuler l'évolution de la thermique à la station PAPA dans le Pacifique pendant les mois de mai et juin 1970 à partir des données météorologiques en surface et de la température de surface. Les températures calculées se comparent favorablement avec les résultats expérimentaux publiés par Denman et Miyake (1973) et par Minkley (1971).

1.3.2.3 Le modèle de Dake et Harleman

Dake et Harleman (1966, 1969) proposent un modèle unidimensionnel linéarisé dans lequel le profil thermique $T(z,t)$ est la superposition de trois distributions de température, chacune due à un phénomène différent :

l'absorption de rayonnement solaire en surface, l'absorption de rayonnement à l'intérieur, les pertes en surface et autres sources. Le modèle de Dake et Harleman utilise la transmission lumineuse et la diffusion moléculaire comme mécanismes de transport d'énergie en profondeur et le brassage convectif vertical comme mécanisme pour rétablir l'équilibre instable existant lorsque les inversions de température se produisent à la surface. En remplaçant le terme source de l'équation (1.5) et en négligeant les termes $\overline{w}$ et E, on obtient une équation différentielle partielle linéaire de second ordre en z comme suit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta(1-\beta)\ \phi_0\ e^{-\eta z}/\rho c \tag{1.5h}$$

Les expériences en laboratoire de Dake et Harleman, démontrent que l'action du vent accroît le taux d'évaporation du lac, et agit comme agent perturbateur en amplifiant le brassage convectif. Cependant, ces mesures en laboratoire ne permettent pas de confirmer la thèse d'une prépondérance de la turbulence comme principal mode de transfert énergétique dans le réservoir. Au contraire, ils arrivent à montrer que l'absorption de la radiation solaire combinée à la diffusion moléculaire, sont les principaux mécanismes de transport d'énergie en profondeur.

Par exemple, dans le cas d'un bassin très profond par rapport à la pénétration lumineuse, la température T(z,t) est la somme d'une température initiale uniforme $T_o(z,0)$= constante, $T_s(z,t)$ fonction du bilan d'énergie en surface et $T_b(z,t)$ fonction de l'énergie lumineuse absorbée en profondeur, tel que

$$T = T_o + T_s + T_b \tag{1.5i}$$

Des solutions analytiques sont obtenues pour T_s et T_b pour des conditions frontières particulières : 1- insolation constante dans le temps 2- variation parabolique de l'insolation dans le temps et en $t^{1/2}$ pour les pertes. Des équations sont également obtenues pour la couche superficielle mélangée en fonction du temps.

A toute les fois que le bilan de surface devient négatif ($\beta\phi_o < Q_L$), une légère inversion est créée en surface et la moindre brise permet le rétablissement de l'équilibre thermique en fournissant l'impulsion nécessaire à la destruction de cette inversion. Comme en moyenne ce processus est relativement lent, on peut en tenir compte en appliquant le principe de conservation d'énergie plutôt qu'en introduisant un facteur de diffusion convective dans l'équation (1.5h). Selon Dake et Harleman, si l'épaisseur de la couche mélangée est h_m et sa température uniforme T_m (voir figure 1.7), on doit avoir

$$\int_o^{h_m} \left[T(z,t) - T_m \right] dz = 0 \qquad (1.6)$$

tel qu'à $z=h_m$, $T(h_m,t) = T_m$

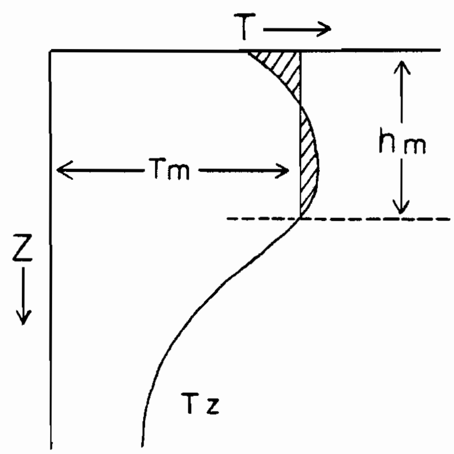


Figure 1.7 La couche de mélange obtenue par le brassage convectif vertical.

En conclusion, ce modèle permet d'obtenir le profil thermique $T(z,t)$ et la profondeur de la couche superficielle mélangée $h_m(t)$ pour des conditions initiales uniformes (T_0= constante) et pour des conditions particulières entre t=0 et t pour la fonction d'ensoleillement et pour celle des pertes en surface. Malgré son caractère limitatif, ce modèle peut permettre une meilleure compréhension de l'influence de certains paramètres physiques, qu'on peut faire varier dans les équations analytiques de T et de h_m, en gardant les autres facteurs constants d'un essai à l'autre, tels : le coefficient d'absorption de la radiation solaire η , la fraction de la radiation solaire absorbée en surface β , le rapport $\sigma=Q_L/\beta\phi_0$, l'intensité de la radiation ϕ_0 et le taux de perte d'énergie Q_L. Finalement, on doit conclure que ce modèle n'est d'aucune utilité dans la prédiction de la stratification thermique d'un bassin réel ayant initialement une stratification thermique quelconque et subissant des conditions frontières variables.

1.3.2.4 Les théories intégrales pour la couche superficielle mélangée

Pour prédire l'évolution de la thermocline saisonnière, Turner et Kraus (1967) suggèrent une stratégie sifférente de celle des théories physiques différentielles (section 1.3.2.2), théories dans lesquelles on intègre numériquement l'équation unidimensionnelle (1.3) pour obtenir la fonction de température T(z,t). Ces auteurs proposent que toute la chaleur et toute l'énergie mécanique qui affectent la colonne d'eau, puissent être entrées près de la surface et propagées vers le bas, sans que ce mouvement soit affecté par les vitesse horizontales, l'advection et la rotation. Si toute l'énergie cinétique du brassage de surface est employée pour modifier l'énergie potentielle du système, on peut calculer la température et la profondeur de la couche superficielle mélangée en fonction du temps à partir de la connaissance des quantités de chaleur entrant dans le bassin. Turner et Kraus ont vérifié qualitativement l'évolution de la couche mélangée et de sa température, théoriquement et expérimentalement en imposant un chauffage en dents de scie et un brassage constant de la surface.

Dans leur seconde publication à ce sujet, Kraus et Turner (1967) établissent une théorie plus générale pour décrire ce phénomène de la couche superficielle mélangée. Leur modèle est basée sur l'équation unidimensionnelle dans laquelle on néglige le terme de convection verticale. Ils supposent, de plus, que toute l'énergie solaire est transmise dans la colonne selon une loi exponentielle. L'équation de base pour ce modèle s'écrit

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'T'}) = Q \qquad (1.6a)$$

où Q= H/ρc. Kraus et Turner supposent qu'il existe au départ une couche de surface bien mélangée de température uniforme T_s, reposant sur une couche d'eau plus froide de température T_h. En intégrant l'équation (1.6a) de 0 à z ($z<h$, où h est la profondeur de la couche bien mélangée) et en tenant compte des conditions frontières, on obtient

$$\frac{dT_s}{dt}\, z + (\overline{w'T'})_z = \phi_o' - Q_L' - \phi_o' e^{-\eta z} \qquad (1.6b)$$

où $(\phi_o' , Q_L') = (\phi_o , Q_L)/\rho c$. La couche isotherme deviendra moins profonde si la convection n'atteint pas la profondeur h et dans le cas contraire, elle augmentera par l'entrainement des eaux profondes si le flux de chaleur dû à la turbulence est plus grand que zéro au niveau h. L'eau entrainée sera donc chauffée de sa température T_h à la température de la couche T_s. Ainsi

$$(\overline{w'T'})_h = \Lambda(T_s - T_h)\; dh/dt \qquad (1.6c)$$

où Λ est la fonction de Heaviside, définie comme : $\Lambda=1$ si $dh/dt>0$ et $\Lambda=0$ si $dh/dt<0$. En supposant que toute la radiation est absorbée dans la couche et en appliquant l'équation (1.6b) à la couche entière de profondeur h, on a

$$h\,\frac{dT_s}{dt} + \Lambda(T_s - T_h)\,\frac{dh}{dt} \simeq \phi_o' - Q_L' \qquad (1.6d)$$

Si D^* représente la dissipation de l'énergie dans la couche, G^* l'entrée d'énergie venant du vent et W^* la transformation de l'énergie potentielle à partir de l'énergie cinétique de la turbulence, le bilan de l'énergie mécanique s'écrit

$$W^* + G^* - D^* = 0 \tag{1.6e}$$

En résumant les étapes, Kraus et Turner obtiennent pour l'équation d'énergie

$$\frac{1}{2} \frac{dT_s}{dt} h^2 + \Lambda \, (T_s - T_h) \, h \frac{dh}{dt} = G - D + \phi_o'/\eta \tag{1.6f}$$

où $(G,D) = (G^*,D^*) / g\alpha\rho$, α étant dans ce cas, le coefficient d'expansion de l'eau. Finalement, en solutionnant les équations (1.6d) et (1.6f), on obtient deux équations donnant respectivement l'évolution de la température T_s et celle de la profondeur de la couche superficielle mélangée h en fonction des entrées d'énergie calorifique et mécanique et de la dissipation à l'intérieur de cette couche. Ainsi

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{2}{h^2} \left[(\phi_o' - Q_L') \, h - (G - D + \phi_o'/\eta) \right] \tag{1.6g}$$

$$\Lambda \frac{dh}{dt} = \frac{1}{(T_s - T_h) h} \left[2(G - D + \phi_o'/\eta) - (\phi_o' - Q_L') \right] \tag{1.6h}$$

Kraus et Turner arrivent très bien à décrire, du moins qualitativement, le phénomène de la stratification thermique résumé dans cette théorie intégrale, par les deux paramètres T_s et h. Cependant, l'application du modèle aux données présentées par Tabata et Giovando (1973) révèle une différence marquée entre la profondeur minimale de la couche mélangée h_{min} calculée par le modèle et celle mesurée. Ils suggèrent des améliorations au modèle. D'abord, ils constatent que la pénétration de la radiation est un mécanisme de transport d'énergie aussi important que le brassage turbulent et qu'on devrait tenir compte beaucoup plus de l'effet que peut avoir le chauffage diurne alterné avec le refroidissement nocturne sur le brassage additionnel que ce dernier phénomène peut occasionner.

Cependant, Alexander et Jeong-Woo Kim (1976) montrent que le modèle Kraus et Turner donne des résultats beaucoup plus réalistes pour la couche mélangée du Pacifique Nord (Station PAPA), si l'effet du terme de dissipation est judicieusement introduit pour limiter la profondeur de la couche superficielle calculée, spécialement pour le cas où le chauffage en surface est faible.

Denman (1973) propose une généralisation du modèle de Kraus et Turner afin d'étudier l'évolution de la couche mélangée de l'océan en fonction des données météorologiques sur une échelle de temps variant de un à sept jours. Le profil thermique suggéré tend à être très ressemblant à celui qu'on obtient en milieu océanique : 1- température uniforme T_s dans la couche superficielle, 2- passage très rapide de T_s à T_h et, en allant vers les profondeurs, décroissance graduelle de la température. Denman obtient deux équations plus complexes mais semblables à (1.6g) et (1.6h) pour la prédiction de T_s et de h (voir p.177, éq. 18 et 19 de Denman, 1973). Une troisième équation est ajoutée afin d'évaluer la température T_h au sommet des eaux profondes, laquelle varie continuellement dans ce modèle alors que dans celui de Kraus et Turner T_h était une constante. Il est important de noter que dans ce modèle, Denman tient compte de l'advection verticale par le terme $\overline{w}\ \partial T/\partial z$ dans l'équation (1.3) ou en l'ajoutant dans (1.6a), et qu'il tient compte de la pénétration lumineuse dans la couche inférieure. Ce modèle donne de bons résultats pour la prédiction du comportement de la couche superficielle suite à l'action des éléments extérieurs sur une période variant entre un et cinq jours. Pour le cas particulier de vents constants et en l'absence d'échange d'énergie calorifique en surface, une expression analytique est obtenue pour l'évolution de h(t) (en définissant, $L=(-\partial T/\partial z)_h$) tel que

$$h(t) = (12G/L)^{1/3} \cdot t^{1/3} \qquad (1.6i)$$

On constate que la profondeur h est proportionnelle à la racine cubique du temps t, le facteur de proportionnalité étant lui-même proportionnel à la vitesse du vent. Ce résultat est en accord avec l'étude corrélative de Tabata et autres (1965) et en accord avec ceux de Kato et Phillips (1969). Egalement, Denman affirme que son modèle lui permet de constater la grande sensibilité de la couche superficielle face au degré de pénétration de la radiation. Par exemple, le coefficient d'absorption η peut varier d'un facteur 2 par la présence plus ou moins grande des phytoplanctons dans la couche superficielle. Comparativement à ce phénomène, les effets dus à des changements des valeurs relatives d'énergie solaire captée près de la surface et des autres termes du bilan thermique de surface, sont beaucoup moins importants, selon cet auteur.

Denman & Miyake (1973) appliquent ce modèle à la "station océanique PAPA" pour des périodes variant d'un jour à une semaine. Le modèle prédit avec une bonne précision la stratification thermique pour une période s'étendant sur douze jours à cette station.

Pollard et autres (1973) sont également intéressés à décrire l'évolution de la couche superficielle suite à l'action du vent pour des périodes allant de un à quelques jours. Ils tiennent compte de l'effet de la rotation terrestre dans les équations d'énergie mécanique. Une de leur principale conclusion est que h, au début de la descente de la couche, est fonction de $t^{1/2}$. D'autre part, ils démontrent que la descente de la couche mélangée est arrêtée par la rotation à une profondeur maximale h_{max} proportionnelle à u^*, une vitesse d'échelle proportionnelle à la vitesse du vent à la surface. Ce modèle n'est pas tout à fait dans la ligne tracée par Turner et Kraus (1967), Kraus et Turner (1967), Denman (1973) ; il apporte une contribution nouvelle à la compréhension des phénomènes dynamiques et thermiques dans le milieu océanique surtout dans ce qui est convenu d'appeler la "couche d'Ekman".

Niiler (1975) propose un modèle qui combine les hypothèses de Kraus et Turner (1967) sur l'érosion turbulente à la base de la couche superficielle et le traitement de Pollard-Rhines-Thompson (1973) de la descente par écoulement visqueux induit et de la limitation de cette descente par les forces de Coriolis. De Szoeke et Rhines (1976) montrent, à partir de l'équation du modèle proposé par Niiler, que ces deux cas particuliers découlent des solutions asymptotiques de cette équation. Les solutions numériques qu'ils obtiennent montrent que la dynamique passe par quatre régimes distincts dans le cas d'un brassage par le vent à partir d'un fluide initialement au repos. Ils proposent un scénario complet à partir de t=0 jusqu'au moment où quand t devient grand on retrouve pour h une dépendance en $t^{1/3}$ pour la descente de la couche superficielle (voir pages 114 et 116 de leur publication).

Jeong-Woo Kim (1976) propose un modèle généralisé de la couche superficielle qui englobe trois théories ou trois modes de la descente de la thermocline : 1- celui de Kraus et Turner (1967) 2- celui de Gill et Turner (1974) 3- et celui de Warren (1972). C'est une généralisation du modèle de Kraus et Turner qui inclut à la fois l'énergie turbulente venant du vent et de l'élimination de la convection. Il tente d'isoler les mécanismes impliqués dans la création d'une convection plus ou moins pénétrante, convection qui dépend de la grandeur du refroidissement de surface.

1.3.2.5 Le modèle de Darbyshire et Edwards

Le travail de Darbyshire et Edwards (1972) porte sur la formation et le mouvement de la thermocline du lac Llyn Cwellyn en Snowdonia, North Wales, pendant la période estivale. Leur hypothèse de départ consiste à affirmer que la formation de la thermocline exige une entrée d'énergie mécanique venant du vent, de même qu'une entrée de chaleur venant du soleil ou de l'air. En conséquence, ils montrent que la profondeur de la thermocline est proportionnelle au rapport de l'entrée d'énergie mécanique à l'entrée de chaleur. La thermocline descend ou monte selon que ce rapport est plus grand ou plus petit que l'unité. Si T_0 désigne la température uniforme au-dessous de la thermocline, E et Q des termes respectivement proportionnels à l'entrée d'énergie mécanique et à l'entrée de chaleur, la profondeur de la thermocline d (qu'ils définissent à leur façon, voir p.143) est obtenue selon le modèle suivant

$$d = (2E/Q - |\beta|Q) / (2|\beta|T_0 - \alpha) \qquad (1.6j)$$

où α et β sont respectivement les coefficients linéaire et bicarré de la relation existant entre la densité de l'eau et la température.

Des formules sont obtenues pour calculer la variation de E et Q en fonction de l'effet cumulatif du vent et de la somme des heures d'ensoleillement. Enfin les résultats montrent qu'ils réussissent à prédire assez bien l'évolution de la thermocline. Un coup d'oeil rapide aux figures 3 et 4 de leur publication montre que les différences entre la valeur prédite et celle tirée du profil expérimental selon leur définition, varient entre 1 et 4 mètres, l'erreur moyenne se situant entre 1.5 et 2.0 mètres. Le coefficient de corrélation entre les valeurs (50 cas) de la profondeur de la thermocline calculée selon leur modèle et les valeurs tirées des profils thermiques est 0.83. En somme, le travail de Darbyshire et Edwards montre qu'il est possible de prédire la profondeur de la thermocline dans un lac avec une précision moyenne d'environ 2 mètres, à partir de la connaissance de la vitesse du vent, de la température de l'air et de celle de la surface du lac.

Dans la même voie, Darbyshire et Jones (1974) proposent un modèle pour prédire l'évolution des profils thermiques. Il s'agit d'un modèle à deux couches (une couche de surface à la température T_s et une couche en profondeur à la température T_o) dont l'objectif est de prédire les profils thermiques à partir de la vitesse du vent et de la température de l'air. Le succès de la prédiction est relatif compte tenu que ce modèle à deux couches se révèle un peu trop limitatif.

1.3.2.6 Le modèle de Svensson pour les lacs

Svensson (1978) propose un modèle mathématique unidimensionnel pour prédire la stratification thermique des lacs. A partir de la description des processus physiques, il est constaté que le profil thermique observé est la synthèse d'un grand nombre de phénomènes compliqués et interdépendants. Svensson utilise son modèle pour estimer l'importance de la morphométrie et de la transparence du lac. Il trouve que la variation de la superficie en fonction de la profondeur (ou l'hypsométrie) et les variations de la transparence influencent considérablement la structure thermique du lac. Finalement, il arrive à prédire avec une bonne précision l'évolution de la structure thermique du lac Velen pour la période allant de mai à septembre.

1.3.2.7 Quelques autres travaux sur le sujet

Pour quiconque est intéressé aux modèles de prédiction de la thermique des bassins, il est à propos d'ajouter quelques travaux récents. D'abord sur la turbulence et la convection citons Ottensen (1975) et Farmer (1975). Par ailleurs, il se réalise de plus en plus de travaux sur la microstructure des lacs; par exemple, on peut faire référence aux travaux de Simpson et Woods (1970), Neal et autres (1971), Lazier (1973). Par ailleurs Mayhew (1973) propose certaines relations entre la morphométrie et la stratification thermique de quelques lacs en Iowa. Finalement, on se doit de citer l'oeuvre de Niiler et Kraus (1977), une contribution importante dans le présent champ d'étude.

1.4 Méthodologie de la présente investigation

1.4.1 Le lac Clair et son bassin hydrographique

Le lac Clair (71°06'W, 48°37.5'N) est situé dans la municipalité de Falardeau et son altitude, au-dessus du niveau de la mer, est de 184.5 mètres.

La figure 1.8 nous montre les lignes de contour du lac Clair qui est composé de trois bassins reliés entre eux par des passes, dont la profondeur au centre est de l'ordre du mètre. Egalement, cette figure montre les limites ouest du bassin hydrographique de la rivière Valin, auquel appartient le lac Clair et en hachuré, on aperçoit le sous-bassin hydrographique du bassin ouest du lac Clair qui a été choisi comme site expérimental en partie à cause des faibles contributions de son réseau hydrographique. En fait, son seul petit tributaire est un ruisseau intermittent du côté sud du bassin alors que les tributaires principaux du lac Clair viennent du lac Grenon, au Sud, et du lac Emmuraillé, au Nord, le premier entrant au sud du bassin central, alors que le second, coule par dessous la terre au

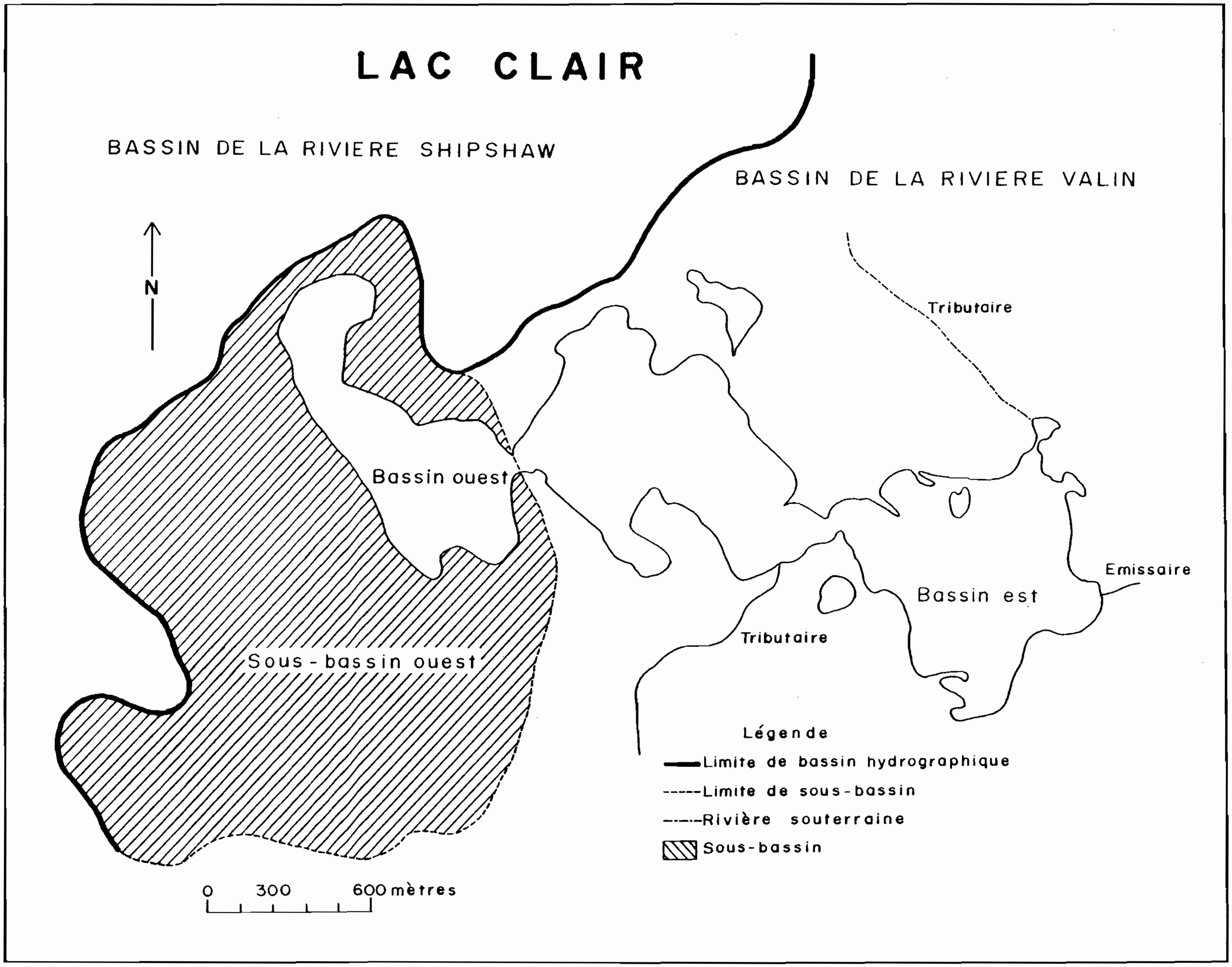


Figure 1.8 Le lac Clair et les bassins hydrographiques.

nord du bassin est. Le seul émissaire du lac Clair se déverse à l'extrémité Est du bassin Est et va rejoindre plus loin la rivière Falardeau. Pour simplifier l'appellation, le bassin ouest sera appelé dorénavant lac Clair dans le reste du texte.

1.4.2 L'étude bathymétrique et morphométrique du lac Clair

L'étude de la forme d'un bassin est certainement une condition préalable à l'étude de l'évolution de son énergie interne.

Ainsi, l'objectif de toute étude bathymétrique est d'obtenir les caractéristiques tridimensionnelles d'un bassin. La carte bathymétrique, à la figure 1.9, illustre le résultat obtenu à partir des sondages effectués en 1974 au lac Clair (voir Leblond et Vonarburg, 1974). Cette carte est à la base du calcul des paramètres morphométriques, tel la relation hypsométrique, A(z), qui représente la variation de l'aire des isobathes de la surface jusqu'au fond. La figure 1.10 montre cette relation pour des isobathes espacés à tous les deux mètres sur l'axe vertical.

La relation hypsométrique et la connaissance de la profondeur maximale du lac permettent le calcul du volume du lac, sa profondeur moyenne et d'autres paramètres morphométriques apparaissant au tableau 1.6.

TABLEAU 1.6 QUELQUES PARAMETRES MORPHOMETRIQUES DU LAC CLAIR.

ℓ ,M	1219
$\bar{b}$,M	347
A_o ,M^2	423700
V ,M^3	5694500
D_m ,M	734.5
$\bar{Z}$,M	13.44
Z_m ,M	31.00
Z_v ,M	9.14

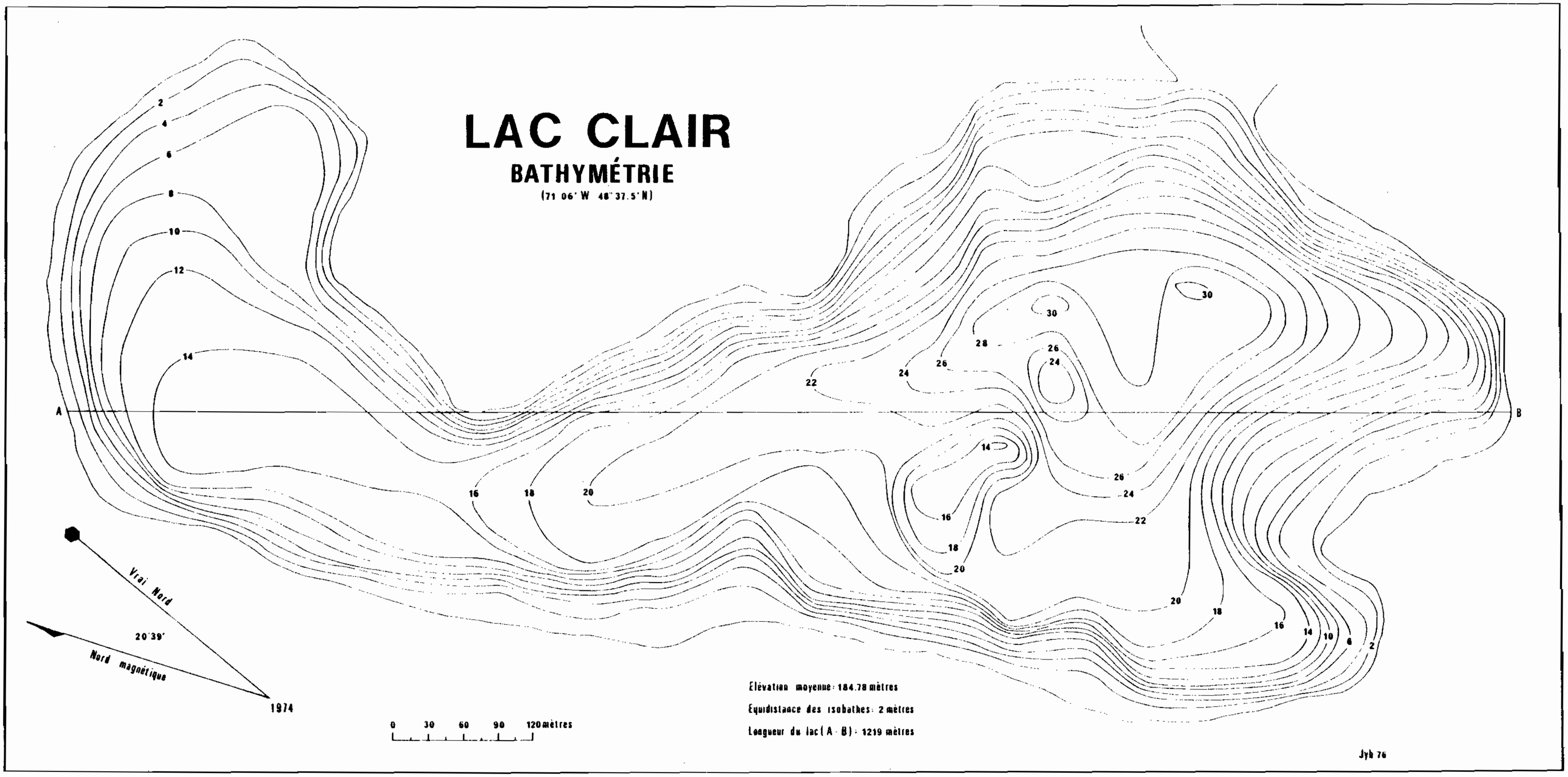


Figure 1.9 Carte bathymétrique du bassin ouest du lac Clair.

Sommairement, les principaux paramètres sont définis comme suit :

ℓ = longueur, m
$\bar{b}$ = largeur moyenne, m
A_o = superficie, m^2
V = volume, m^3
D_m = diamètre moyen, m
$\bar{Z}$ = profondeur moyenne, m
Z_m = profondeur maximale, m
Z_v = profondeur du centre du volume, m

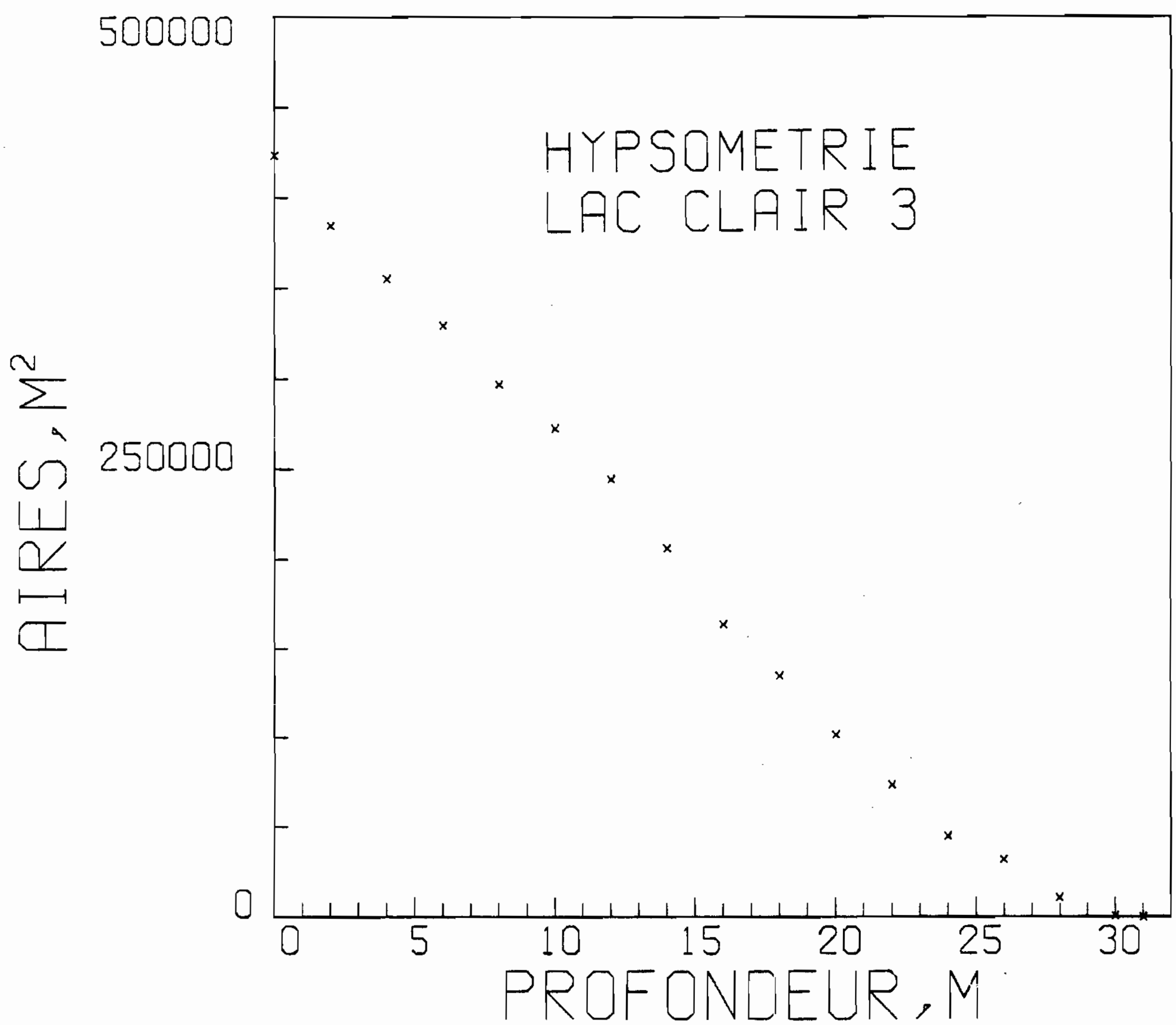


Figure 1.10 La relation hypsométrique au lac Clair (bassin ouest).

1.4.3 La mesure des profils thermiques

La connaissance précise de l'énergie interne d'un bassin à un instant donné, exige en plus de l'utilisation de thermomètres précis, la mesure simultanée des profils thermiques à un très grand nombre de points sur la surface du lac. En pratique, à moins de disposer d'équipements nombreux et d'un personnel suffisant, il faut choisir le nombre de stations de mesure selon les disponibilités et les objectifs du programme lui-même. Comme un des objectifs importants de l'étude est de décrire le plus fidèlement possible l'évolution de l'énergie totale du lac Clair, trois stations A, B et C (voir figure 1.11) furent choisies de façon à ce que chacune d'elle puisse être représentative d'une partie du lac.

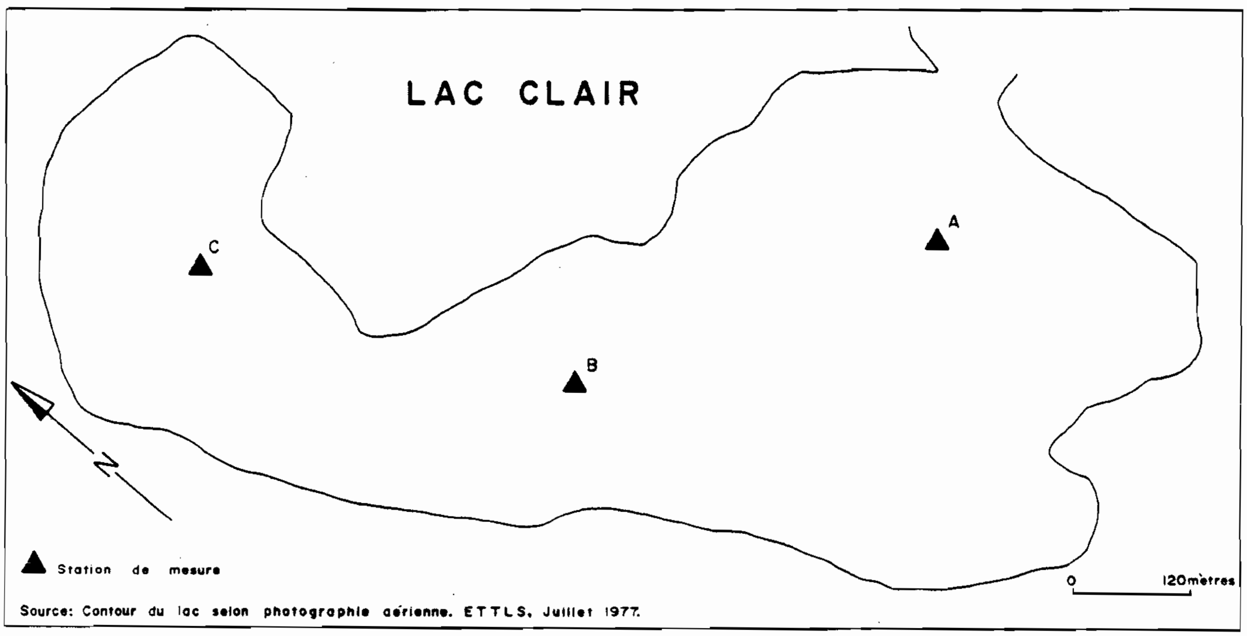


Figure 1.11 Les stations de mesure des profils de température sur le bassin ouest du lac Clair.

La mesure des profils thermiques s'est effectuée systématiquement à ces trois stations de 1973 à 1977. Cependant, même si le but était de mesurer le plus souvent possible (voir tableau 1.7), il n'y a jamais eu d'horaire fixe, les mesures étant prises à toute heure du jour en commençant habituellement par la station C et en terminant à la station A, le temps total des mesures ne dépassant pas une demi-heure. En 1973, la période estivale stable est complètement manquante, alors que de 1974 à 1977, les mesures ont été réalisées sur tout le cycle estival.

TABLEAU 1.7 LE NOMBRE DE PROFILS THERMIQUES REALISES AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

ANNEE	NOMBRE DE PROFILS	NOMBRE D'EXPEDITIONS
1973	73	31
1974	272	100
1975	267	92
1976	329	125
1977	202	73

Au cours des années, les techniques de mesure ont varié du thermocouple au thermomètre à résistance de platine en passant par le thermomètre à diode. La précision en valeur absolue de la température s'est maintenue en général en deçà de 0.1^{o}C et la sensibilité a été le plus souvent de l'ordre de 0.01^{o}C. Quant à la mesure de la profondeur, la précision a varié de 1 à 10 cm selon les conditions du vent et, surtout de l'amplitude de la vague. Finalement, pour un profil donné, les mesures de température ont été faites à tous les 20 cm là où la température varie sensiblement et à tous les mètres dans les zones à faibles gradients thermiques.

1.4.4 Le profil thermique moyen

Généralement, au tout début de l'étude d'un lac, on procède à des mesures préliminaires de sa structure thermique à une station, qu'on choisit intuitivement au centre du bassin. Par la suite, la tendance normale est de répartir les stations supplémentaires le long de l'axe principal du lac. Le fait d'augmenter le nombre des stations peut certainement accroître la précision de l'étude de la thermique d'un bassin à condition bien sûr, comme le signalait déjà Birge et Juday (1914, pa.556), de tenir compte de certains phénomènes tels : l'inclinaison du plan de la thermocline lorsque les vents génèrent des courants importants; les oscillations (seiches) qui les accompagnent et qui se produisent surtout après que les forces qui les ont produites ont disparu ; les seiches internes ou ondes de gravité créées principalement au niveau du plan de la thermocline. D'autre part, comme nous l'avons vu précédemment, les effets de la bathymétrie combinés avec le phénomène de convection verticale produisent des profils thermiques différents d'un point à l'autre du bassin. Compte tenu de ces phénomènes, il semble important de mesurer les profils thermiques à plusieurs endroits en choisissant le plus adéquatement possible le lieu des stations.

Pour étudier l'évolution générale de la thermique d'un bassin, il est souvent souhaitable de pouvoir calculer l'ensemble de ses propriétés en utilisant le "profil thermique moyen" qu'on peut extrapoler, au besoin, à la profondeur maximale du bassin, Z_m. Ce profil moyen est obtenu en calculant la moyenne des températures dans des tranches d'eau horizontales d'égale épaisseur Δz, et en utilisant tous les profils thermiques individuels pour lesquels la température existe au niveau z considéré.
La méthode consiste à redéfinir les profils individuels, dont les niveaux sont la plupart du temps inégalement espacés, en de nouveaux profils d'égal espacement Δz en ayant soin d'interpoler linéairement les températures sur le profil original.

Si NP est le nombre de profils individuels mesurés presque simultanément au temps arithmétique moyen, $\bar{t}$, la température moyenne à chaque niveau est ,

$$T_i = \sum_{j=1}^{n \leq NP} T_{ji} \, / \, n \qquad (1.7)$$

où n est le nombre de profils individuels pour lesquels il existe une température au niveau i considéré et j est l'indice du profil individuel. Dans l'équation (1.7), l'importance de chaque température T_{ji}, où la pondération, est l'unité, ce qui semble approprié compte tenu du choix des stations au lac Clair. Une autre voie serait de calculer des facteurs de pondération à partir de considérations volumétriques et de surface mais, il n'est pas certain qu'on atteigne un plus haut niveau d'objectivité en introduisant de tels critères. D'ailleurs, si on considère le centre d'oscillation des seiches comme référence, lequel est situé la plupart du temps au centre géométrique du lac, Birge et Juday (1914, p.557) comparent les profils moyens obtenus par la moyenne arithmétique de 3 ou 4 profils individuels de stations réparties également sur l'axe principal de trois lacs (Canandaiga, Do et Owasco) aux profils thermiques de la station de référence. La différence de résultat constatée est inférieure à un pourcent. Ainsi donc, un choix judicieux des stations sur l'axe principal d'un lac permet d'obtenir un profil moyen représentatif en considérant la contribution de chaque profil thermique individuel comme d'égale importance.

1.4.5 Le bilan énergétique et quelques définitions.

La connaissance de la relation hypsométrique et du profil thermique moyen permet le calcul de l'énergie totale du bassin, E, au temps t. Ainsi :

$$E = \int_{o}^{Z_m} \rho c \; A(z) \; T(z) \; dz \qquad (1.8)$$

où ρ et c sont respectivement la densité et la chaleur spécifique de l'eau au niveau z, A(z) l'aire de l'isobathe et T(z) la température à ce niveau. Pour étudier le bilan d'énergie du bassin, le météorologue préfère utiliser l'énergie moyenne par unité d'aire, E_{TA}, définie simplement par :

$$E_{TA} = E \;/\; A_o \qquad (1.9)$$

où A_o est l'aire de la surface du bassin. En fait, c'est la variation de E_{TA} qui vient balancer l'équation du bilan de la surface entourant tout le volume d'eau. Ainsi sous forme de flux énergétique, l'équation du bilan s'écrit :

$$\frac{dE_{TA}}{dt} = R - Q_E - Q_S + Q_{HOR} + Q_P + Q_F \qquad (1.10)$$

Q_F est le flux d'énergie provenant du fond du bassin. Ce terme devient non-négligeable en période hivernale et dans le cas de bassin peu profond par rapport à la pénétration lumineuse. En période estivale, les sédiments gagnent un peu d'énergie venant du lac par conduction moléculaire, mais ce terme du bilan est d'habitude négligé dans les modèles de prédiction de la structure thermique.

Q_{HOR} représente le transport horizontal net d'énergie. Dans les mers et l'océan, ce terme est non-négligeable à cause de l'existence de courants importants et des grands espaces considérés, alors que dans les lacs, ce terme dépend du résultat net des produits des débits et des températures, à la fois des tributaires et des émissaires, lequel est la plupart du temps minime par rapport aux autres termes du bilan.

Le terme Q_P représente l'apport énergétique dû à la précipitation. Il dépend à la fois de la quantité de précipitation, de sa température et de son état. En général, on néglige ce terme en été du fait que la température de la précipitation aqueuse est à peu près égale à la température du thermomètre humide, laquelle n'est pas tellement différente de celle de la surface du lac. Cependant en automne, la précipitation sous forme de neige, affecte d'une façon significative le bilan énergétique du lac à cause de la chaleur latente de fusion de la neige. L'effet est d'autant plus grand que la chute de neige est importante.

Le terme Q_S exprime le transfert par conduction thermique, moléculaire et turbulente, entre l'eau et l'atmosphère. Il dépend principalement de l'état de stabilité de la couche limite, de la vitesse du vent et du gradient thermique entre l'eau et l'air.

Le terme Q_E représente les pertes d'énergie dues à l'évaporation à la surface du lac. Son calcul exige surtout la connaissance de la stabilité de la couche limite, la vitesse du vent et la tension de vapeur d'eau dans la masse d'air en contact avec l'eau.

Le terme R exprime le bilan radiatif net à la surface du lac. Soit :

$$R = (Q+q)\ (1-\alpha) + I^{\downarrow} - I^{\uparrow} \tag{1.11}$$

où (Q+q) est la somme des flux solaire direct et diffus atteignant la surface, et $I^{\downarrow}-I^{\uparrow}$ est le bilan infra-rouge net à la surface. L'albédo de la surface, α, dépend de l'angle zénithal du soleil, de la quantité de lumière diffuse, de l'indice d'ennuagement et de l'état calme ou agité du plan d'eau.

Les termes du bilan peuvent être regroupés en un terme source, ϕ_o, qui représente le flux solaire net entrant dans le lac et Q_L, le terme de perte composé de tous les autres termes à l'équation (1.10). Ainsi :

$$\phi_o = (Q+q)\ (1-\alpha) \tag{1.12}$$

$$Q_L = Q_E + Q_S + I^{\uparrow} - I^{\downarrow} - Q_{HOR} - Q_P - Q_F \tag{1.13}$$

Ces substitutions nous permettent d'obtenir une équation simple du bilan énergétique où la différence entre le terme de source et le terme des pertes donne le sens de l'évolution de l'énergie du bassin. Ainsi :

$$\frac{dE_{TA}}{dt} = \phi_o - Q_L \tag{1.14}$$

Parmi les variables les plus utiles à cette étude il y a $\bar{Z}$, la profondeur moyenne et T_{ML}, la température moyenne du bassin. Par définition,

$$\bar{Z} = V / A_o \tag{1.15}$$

$$T_{ML} = \frac{\int_o^{Z_m} \rho c\ A(z)\ T(z)\ dz}{\int_o^{Z_m} \rho c\ A(z)\ dz} \tag{1.16}$$

Le produit $\overline{\rho c}$ est à peu près constant, ce qui permet d'écrire en utilisant l'équation (1.8)

$$T_{ML} = E / \overline{\rho c}\ V \tag{1.17}$$

Finalement on introduit E_{TA} et $\overline{Z}$ par les équations (1.9) et (1.15), et on obtient

$$T_{ML} = E_{TA} / \overline{\rho c}\ \overline{Z} \tag{1.18}$$

où $\overline{\rho c}$ est le produit moyen de la densité et de la chaleur spécifique à la température T_{ML}. Ce produit varie peu et il se situe autour de l'unité. Ainsi de 4^oC à 15^oC, il varie de 1.00430 à 0.998889 selon le tableau 1.1. L'équation (1.18) montre que la température moyenne d'un lac est directement reliée à l'énergie moyenne du bassin et à l'inverse de sa profondeur moyenne.

1.4.6 La conception à la base des modèles de prédiction proposés dans cette étude.

En principe, il est possible d'imaginer qu'on puisse prédire la thermique totale d'un bassin, à partir de la connaissance détaillée des paramètres météorologiques à la surface, des propriétés optiques de l'eau et de la forme du bassin. Ainsi schématiquement le problème consiste à trouver une fonction analytique ou numérique telle que :

$$T(x,y,z,t) = f(\phi_o,\ Q_L,\ \text{propriétés du réservoir}) \tag{1.19}$$

La revue des modèles de prédiction a montré comment il est difficile de prédire avec précision la structure thermique d'un bassin. Les modèles proposés sont la plupart du temps unidimensionnels et, à moins d'imposer des conditions spéciales sur la variation des paramètres du bilan, ϕ_o et Q_L, il est impossible d'arriver à une solution analytique. On doit alors intégrer numériquement en faisant un choix sur les quantités différentielles Δz et Δt lesquels influent sur la stabilité de la solution numérique et sur la précision de la prédiction. De plus, le succès du modèle dépend de la précision des mesures météorologiques et de son degré de sophistication dans le traitement de tous les mécanismes de transport d'énergie dans les bassins.

Quoiqu'il en soit, le profil thermique prédit, peut être utilisé pour calculer l'évolution de l'énergie totale du bassin selon les équations (1.8) et (1.10).

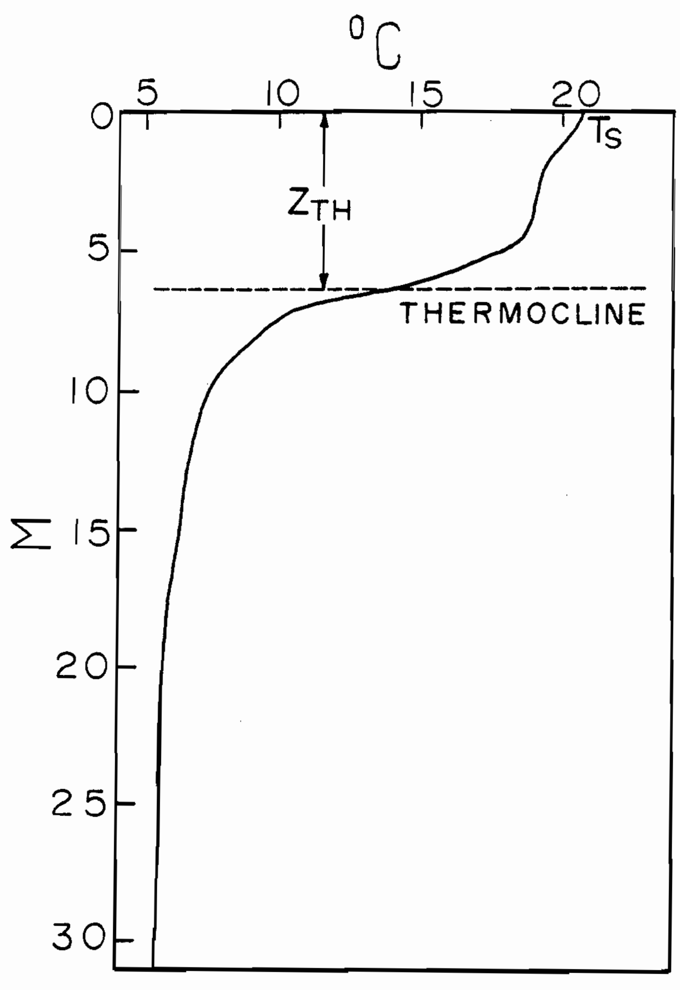


Figure 1.12 Exemple de profil thermique montrant deux paramètres caractéristiques : T_s et Z_{TH}. Conception d'un bassin divisé en deux régions thermiques.

Les modèles proposés dans cette étude ne sont pas des modèles de prédiction de la structure thermique. Il s'agit plutôt de prédire l'évolution de l'énergie totale du bassin à partir de quelques paramètres de sa structure thermique et de sa morphométrie. Selon cette conception, on extrait du profil thermique moyen, lequel est calculé à partir des profils thermiques expérimentaux, les variables les plus susceptibles de permettre l'introduction de relations indépendantes du temps les reliant à l'énergie totale du bassin.

Incidemment, l'examen d'un profil thermique quelconque, permet de constater que l'énergie du lac dépend en gros de deux facteurs principaux : la température des eaux chaudes dans les premières couches et la profondeur de cette tranche d'eau.

La température de surface, T_s, est sûrement un choix valable pour caractériser la température des eaux chaudes, d'autant plus que ce paramètre d'interface peut être mesuré facilement, soit directement, soit par des moyens aériens ou par satellite.

En second lieu, comme le montre la figure (1.12), il existe nettement deux régions thermiques, la chaude et la froide. Cependant, il n'existe pas à première vue, de frontière précise entre ces régions. Nous verrons dans les prochains chapitres les résultats d'une étude approfondie sur la définition d'un plan, appelé "thermocline", séparant adéquatement les régions thermiques. Ainsi donc, la profondeur de la thermocline, Z_{TH}, est le paramètre qui caractérise le mieux l'évolution générale de la structure thermique.

Finalement, le calcul de l'énergie totale du bassin est réalisé en tenant compte de la morphométrie par la relation hypsométrique, A(z), de la profondeur maximale, Z_m, et de la profondeur moyenne, $\bar{Z}$.

Schématiquement, il s'agit de déterminer des fonctions F telles

$$E = F(T_s, Z_{TH}, A(z), Z_m, \bar{Z}) \qquad (1.20)$$

où les variables E, T_s et Z_{TH} sont dépendantes du temps. Enfin, l'utilisation des équations (1.9) et (1.18) nous permettent d'introduire T_{ML}, la température moyenne du lac qui dépend implicitement de la morphométrie, et d'éliminer la profondeur moyenne $\bar{Z}$. Ainsi, on obtient une nouvelle fonction où n'apparaissent plus explicitement les variables morphométriques. Soit :

$$T_{ML} = f(T_s, Z_{TH}) \qquad (1.21)$$

L'objectif ultime est donc la détermination des paramètres de la fonction f par des méthodes basées sur les régressions multiples, laquelle peut être calculée pour la saison entière ou pour des périodes thermiques particulières telles que définies plus haut. Finalement, on effectue les calculs pour toutes les années pour lesquelles il y a suffisamment de mesures des profils thermiques et, par un processus itératif, on cherche les paramètres optima en faisant varier chacun de ces paramètres entre les valeurs annuelles obtenues, de façon à minimiser la somme des erreurs standards pour l'ensemble des années considérées.

La fonction optimale obtenue, constitue le modèle idéal pour décrire l'évolution de l'énergie interne des années, qui ont servi à son calcul, et permet de prédire l'évolution énergétique du bassin considéré pour les années passées ou à venir, à condition bien sûr que le modèle soit basé à la fois sur des données de plusieurs années, et sur des mesures nombreuses et bien réparties dans le temps, de ses profils thermiques.

Chapitre 2
LES ZONES THERMIQUES ET LA THERMOCLINE

2.1 Les régions thermiques et la terminologie

Les définitions existantes de la thermocline sont basées sur deux conceptions différentes des régions thermiques. La première façon d'aborder le problème est de diviser le bassin en deux régions, l'une chaude, l'autre froide, séparées par un plan plus ou moins courbe dans l'espace sous-marin. Cette conception, déjà illustrée à la figure 1.12, est celle adoptée dans le présent travail.

L'autre conception des choses, consiste à diviser le bassin en trois régions thermiques. La tranche d'eau chaude en surface, en général peu stratifiée, est appelée "épilimnion" (voir la figure 2.1). Cette région est celle qui reçoit la plus grande partie du rayonnement solaire et qui est le siège de l'ensemble des mécanismes responsables du transport de l'énergie, des substances chimiques et biologiques en profondeur.

"L'hypolimnion" est la région thermique froide du fond, isolée de toute influence extérieure grâce aux forts gradients thermiques qui le sépare de l'épilimnion. C'est la région des processus lents et des faibles mouvements par comparaison avec l'épilimnion.

La région de transition thermique séparant l'épilimnion de l'hypolimnion fut appelée successivement "sprungschicht" par Richter (1892), "discontinuity layer" ou la couche de discontinuité par Wedderburn (1907) et la "thermocline" par Birge (1897).

Il semble bien que le terme "thermocline" se soit imposé avec le temps, et qu'il ait acquis un caractère universel au point où le sens restreint que lui donnait Birge, s'estompe peu à peu. Ainsi, au grand dam de Birge et Juday (1914), Brönsted et Wesenburg-Lund (1911) redéfinissent le

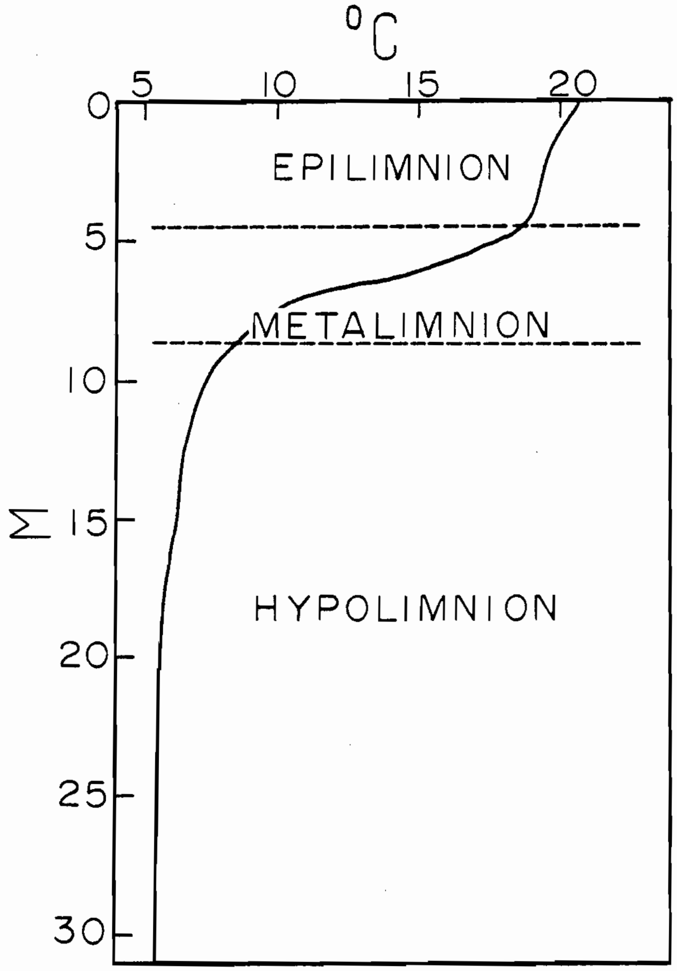


Figure 2.1 Conception d'un bassin divisé en trois régions thermiques.

mot thermocline comme le plan séparant les eaux chaudes des eaux froides, selon le concept de deux régions thermiques. L'acceptation de ce point de vue semble irréversible même si les moyens pour l'évaluer peuvent varier selon les théories proposées.

Pour faire disparaître la confusion existant sur la dénomination de la zone de transition, il fut proposé l'appellation "métalimnion" comme la région délimitée mathématiquement par deux plans : le plan supérieur étant situé au maximum de courbure, alors que le plan inférieur est situé au maximum de courbure inverse.

Au moment où Hutchinson (1957) a fait la revue de la littérature à ce sujet, il affirme que l'usage des termes métalimnion et thermocline sont le plus couramment acceptés pour désigner respectivement une zone et un plan, et il ajoute que plusieurs scientifiques sont à la recherche d'une terminologie plus satisfaisante.

2.2 L'utilisation du profil thermique expérimental.

Il peut sembler superflu de préciser qu'il est impératif d'utiliser le profil de température expérimental, pour décrire objectivement le phénomène de la thermocline. Des méthodes comme celle décrite par Boston (1966), où le profil thermique, ou encore une de ses parties, est comparé à un profil idéalisé dérivé d'une couche gaussienne, doivent être non pas rejetées à priori mais certainement découragées dans la plupart des applications courantes. Selon Boudreault et Laprise (1973), ces méthodes présument du mécanisme de formation de la structure thermique ou de la loi de distribution de température. L'objectivité d'une telle approche est douteuse et, à l'instar des scientifiques ayant oeuvré dans ce domaine, la présente étude sera basée sur les données expérimentales telles qu'elles sont, avec leurs fluctuations réelles et les erreurs normales dues aux conditions expérimentales.

Ainsi le résultat des mesures est un tableau des couples profondeur et température, tel qu'entre deux niveaux successifs de ce profil thermique, on puisse supposer que la température varie linéairement. Conséquemment, le gradient de température, G_i, est considéré comme constant dans toute la tranche d'eau, tel que :

$$G_i = (T_{i+1} - T_i) / (Z_{i+1} - Z_i) \qquad (2.1)$$

2.3 Revue des définitions existantes de la thermocline

2.3.1 La définition de Birge

Birge (1897) définit par l'expression "thermocline", la région de transition thermique qui sépare l'épilimnion de l'hypolimnion. Selon son expression : "This layer in which the temperature changes rapidly may be known as the "thermocline", the "sprungschicht" of German authors." Par ailleurs, ses études au lac Mendota (Wisconsin), lui permettent de situer la thermocline entre une couche d'eau chaude, où les variations de température

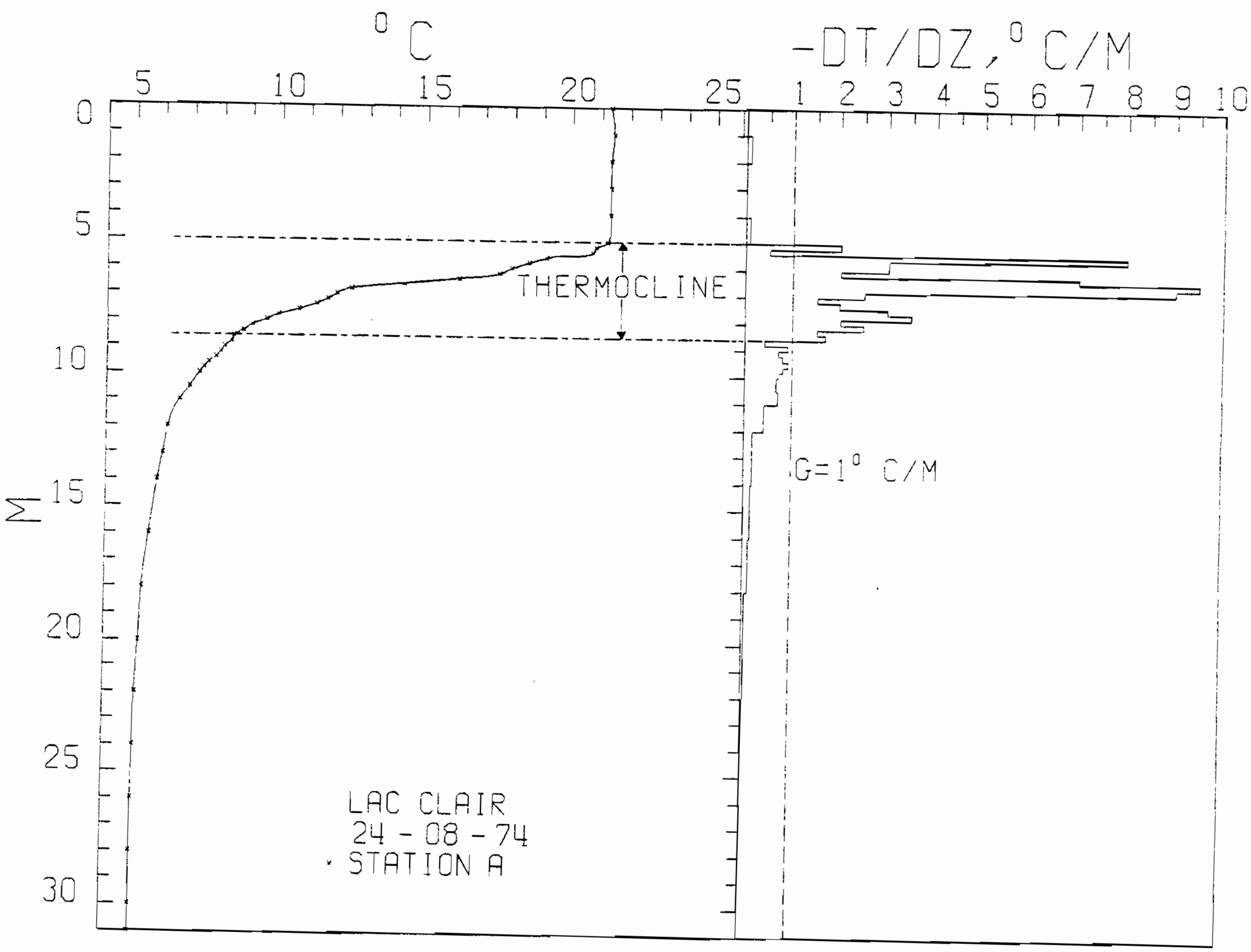


Figure 2.2 La thermocline selon la définition de Birge (1897).

de la surface à la frontière de la thermocline sont le plus souvent une fraction de degré, et une couche d'eau froide dont la température varie d'abord rapidement puis lentement, "the rate of decline rarely exceeding one degree per meter of depth". Ainsi donc, la thermocline selon Birge, est la région thermique dans laquelle le gradient de température dépasse le niveau de 1°C par mètre (voir la figure 2.2).

L'objection la plus courante, soulevée entre autres par Hutchinson (1957), réside dans l'arbitraire du choix d'un gradient thermique constant, pour délimiter la région de transition thermique. Tout d'abord, un gradient aussi élevé ne peut s'appliquer en général qu'à des bassins de faibles dimensions, où la stratification thermique est très marquée. Dans l'océan, les mers, les golfes et les lacs d'eau douce de grande dimension, ainsi qu'au cours de la descente de la thermocline automnale dans les lacs, le gradient maximal n'atteint pas toujours cette limite de 1°C par mètre.

Cette discussion laisse entrevoir qu'une diminution de l'arbitraire du choix d'un gradient constant, fixé pour toutes les situations, passe par l'introduction d'un gradient limite qui serait mieux adapté à l'étude de la stratification d'un milieu donné, et dont la valeur pourrait être en rapport direct avec la force de cette stratification.

En dernier lieu, il est difficile de juger de l'objectivité de la définition de Birge telle que décrite dans son ouvrage. Les méthodes de mesure de la température utilisées par Birge (1897), d'abord la bouteille de prélèvement d'eau, puis le thermophone ne permettant pas de prendre beaucoup de mesures sur l'axe vertical, et le temps pour effectuer une seule d'entre elles prenant plus d'une minute, n'ont pas permis à celui-ci d'être plus explicite sur ce point. Pour rendre cette définition objective, il faut préciser les règles qui s'appliquent une fois pour toute à la définition de chaque plan délimitant la thermocline.

2.3.2 La définition de Brönsted et Wesenburg-Lund

Brönsted et Wesenburg-Lund (1911) définissent la thermocline comme le plan où le gradient de température est maximal. Mathématiquement ce plan se trouve là où :

$$d^2T / dz^2 = 0 \qquad (2.2)$$

La figure 2.3 illustre cette définition et montre que la thermocline divise le bassin en deux régions thermiques par un plan situé au centre de la tranche où le gradient est maximal.

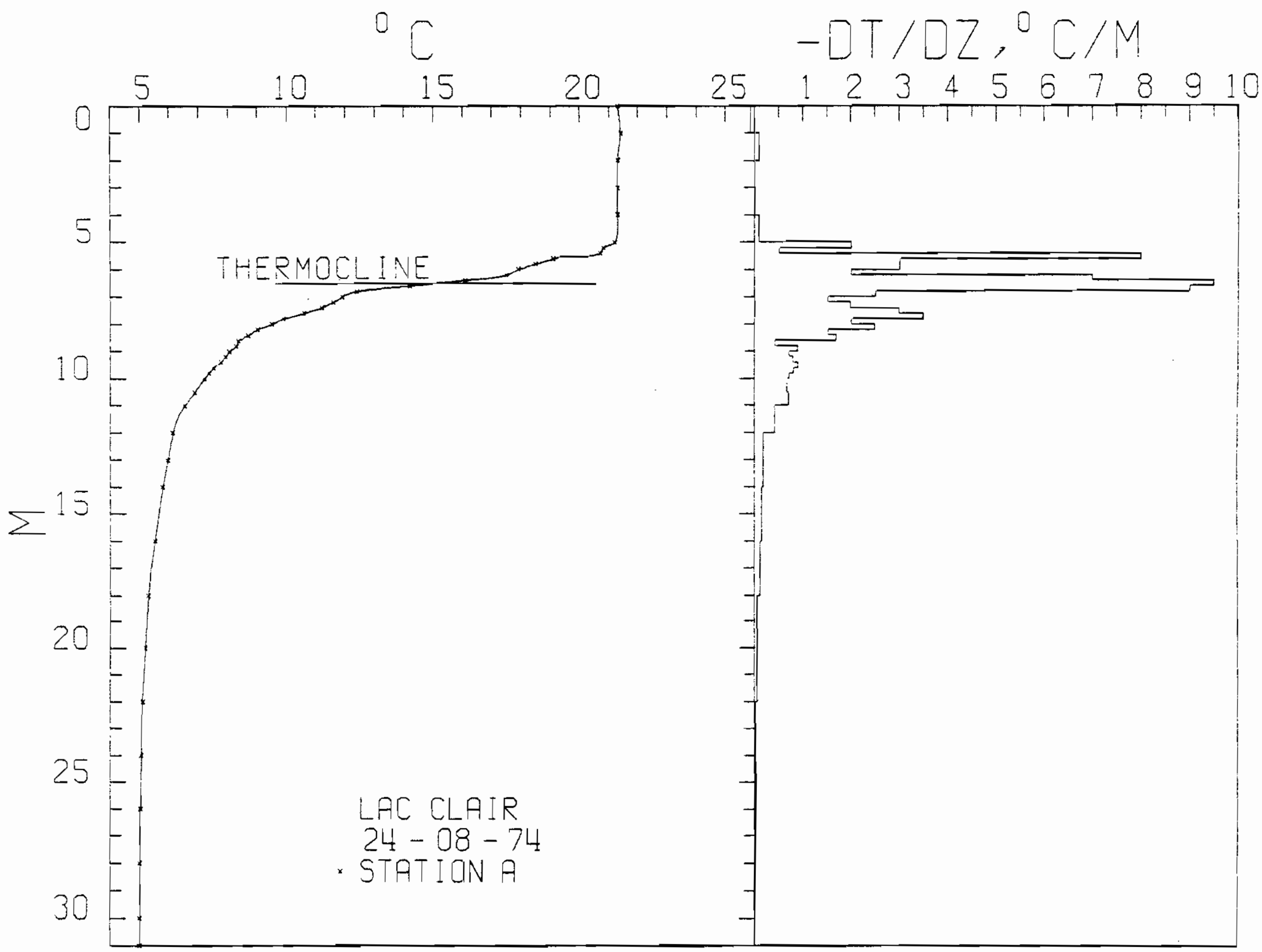


Figure 2.3 La thermocline selon la définition de Brönsted et Wesenburg-Lund (1911).

Le fait que le niveau de la thermocline, selon cette définition, corresponde physiquement au lieu de la conduction thermique maximale, permet d'affirmer le caractère non-arbitraire de cette définition. De plus, on peut même dire que son niveau d'objectivité est très élevé, puisque tout profil thermique a son gradient maximal quelque part au centre de la région de transition thermique. Cependant, on pourrait ajouter à l'objectivité de cette définition, en introduisant des critères permettant de décider où se situe la thermocline quand le maximum de grandient thermique se retrouve à deux ou plusieurs niveaux.

D'autre part, il n'est pas assuré que la définition de Brönsted et Wesenburg-Lund satifasse à un troisième critère, soit la précision, c'est-à-dire le degré de fluctuation de la profondeur de la thermocline au cours de son évolution ou encore la valeur des écarts entre les profondeurs mesurées instantanément sur l'axe principal du bassin. Cette définition, largement employée à cause de ses qualités et de sa simplicité, sera utilisée plus loin pour fin de comparaison à six nouvelles définitions de la thermocline.

2.3.3 Les définitions de nature statistique

L'analyse des phénomènes thermiques montre qu'il n'existe pas de frontière précise à l'intérieur des bassins telle qu'on puisse affirmer comme Riffenburgh (1970) : "At this point we are in one class and at this adjacent point we are in another". Il continue par : "However, in the absence of precise boundaries, we can often speak of the probable location of boundaries". Ce n'est pas la première fois qu'on évoquait une telle conception probabiliste. Ainsi Tully et Giovando (1963) écrivaient : "It is... apparent that the position of a thermocline is best described by the mean depth of each of its limits and the standard deviations from the means". Il faut préciser à ce sujet, que la thermocline dans le milieu océanique peut connaître des oscillations très importantes et qu'à ce titre, il faut être d'abord en mesure de fixer les limites de la thermocline à un instant donné, et répéter l'expérience plusieurs fois afin d'obtenir la moyenne et l'écart-type s'appliquant à chacune des frontières.

Riffenburgh illustre dans un tableau les différences existant entre les conceptions déterministes et probabilistes pour diverses classes de phénomènes dans le milieu aquatique. L'approche probabiliste qu'il propose, et dont il démontre l'utilité et le pragmatisme à l'aide d'applications à différentes couches d'eau dans le milieu océanique, est basée sur la nature continue, sans frontière précise des gradients thermiques ou autres, eux-mêmes fluctuants dû aux phénomènes réels ou à des incertitudes expérimentales, qu'il considère comme des éléments statistiques propres à déterminer les frontières à l'intérieur d'une masse d'eau. Ainsi il définit la zone halocline, comme la zone dans laquelle le gradient vertical de la salinité est significativement supérieur au gradient moyen calculé sur toute la profondeur, alors que selon la théorie déterministe, on utilise un gradient fixe pour la délimiter.

Sur le même principe, Boudreault et Laprise (1973) définissent la thermocline comme "une couche approximativement horizontale dans laquelle le gradient vertical de température est significativement plus grand que le gradient moyen du profil". Cette définition, illustrée à la figure 2.4, utilise le mot thermocline pour désigner une région thermique, ce qui vient ajouter à la controverse entre les tenants d'un plan ou d'une zone pour l'utilisation de ce terme.

Quoiqu'il en soit, le gradient moyen pour n niveaux de mesure peut être calculé algébriquement par :

$$\overline{G} = \int_0^{z_n} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \cdot dz \Big/ \int_0^{z_n} dz \qquad (2.3)$$

ou encore plus simplement, après simplification, par :

$$\overline{G} = (T_n - T_o) / z_n \qquad (2.4)$$

En milieu marin, il peut arriver que d'importantes inversions se produisent et que le gradient moyen calculé avec l'équation (2.4) devienne presque nul. Pour palier à cette difficulté Boudreault et Laprise proposent

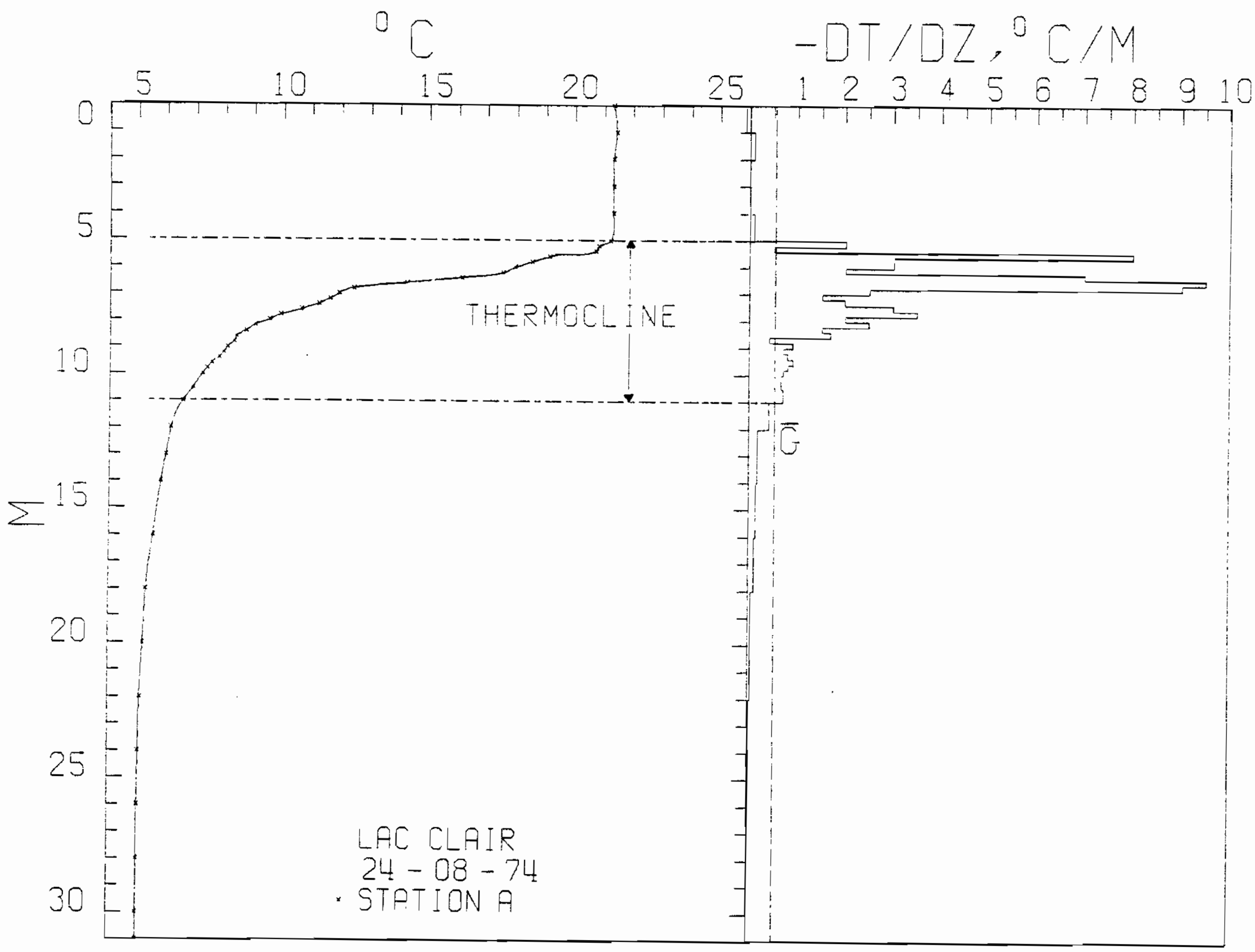


Figure 2.4 La thermocline selon la définition probabiliste de Boudreault et Laprise (1973).

de calculer le gradient moyen à partir des gradients pris en valeur absolue pour chaque tranche d'eau, tel que :

$$\overline{G} = \int_{o}^{z_n} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right| \cdot dz \; / \; z_n \tag{2.5}$$

Cette méthode semble donner de bons résultats en milieu océanique et il n'y a vraiment pas d'objection à l'utiliser pour les lacs, puisqu'il n'y existe pratiquement pas d'inversion de température.

Dans le passé, l'arbitraire a habituellement impliqué la subjectivité du chercheur dans la délimitation des zones thermiques et autres dans les bassins. Si l'arbitraire ne peut être complètement éliminé, la subjectivité le peut. Quand on analyse les données par une méthode statistique, le choix du "gradient thermique limite" est arbitraire, cependant si ce choix est fait préalablement à la réception des résultats de l'analyse ou des données originales, les décisions qui en découlent seront "arbitraires" mais "objectives". La conception probabiliste de Riffenburgh et la définition de Boudreault et Laprise conduisent certainement à une définition du phénomène de la thermocline moins arbitraire si on la compare, par exemple, à la conception déterministe introduite par Birge (1897). Ainsi, l'utilisation d'un gradient moyen, nécessairement proportionné à la force de la stratification, est certainement plus à propos pour délimiter la zone de la thermocline, qu'un gradient thermique fixe quelconque. Cependant, il reste à diminuer encore l'arbitraire de la définition de Boudreault et Laprise, pour lesquels le calcul du gradient moyen est fait sur toute la profondeur du profil.

2.4 Une conception améliorée du gradient moyen

Le fait d'inclure toute la partie inférieure de la zone de la thermocline dans le calcul du gradient moyen, contribue à redonner à la définition de Boudreault et Laprise l'arbitraire qu'avait fait perdre l'introduction d'une conception probabiliste dans la délimitation de cette zone. On peut illustrer cet énoncé par un exemple simple. On mesure deux profils thermiques à deux endroits sur un lac où les profondeurs sont respectivement de 20 et 60 mètres. L'analyse visuelle des données montre que ces profils thermiques se superposent et que la thermocline se situe à environ 10 mètres. Selon la conception de Boudreault et Laprise décrite à l'équation (2.5), le gradient moyen à la station de 60 mètres est égal au tiers de celui de la station à 20 mètres, puisque la température dans l'hypolimnion ne change pratiquement pas. Ainsi donc, pour délimiter une zone de la thermocline semblable à deux stations d'un bassin, on utilise selon cette conception deux gradients moyens très différents qui ont comme résultat de définir deux thermoclines différentes.

Il convient donc d'éliminer la tranche d'eau dans l'hypolimnion qui n'est d'aucun apport dans la connaissance de la thermocline et qui contribue à diminuer considérablement la valeur du gradient moyen. Pour ce faire, on introduit le concept de la "profondeur limite", Z_L, qui définit une tranche d'eau dans laquelle le phénomène de la thermocline se produit principalement, et dont la limite supérieure est la surface du bassin. L'examen de nombreux profils thermiques permet de remarquer que la température ne varie plus beaucoup lorsqu'on atteint une profondeur qui est deux fois la profondeur estimée du plan de la thermocline. Si Z_A, est la profondeur estimée de la thermocline, on définit la profondeur limite par :

$$Z_L = 2 \cdot Z_A \tag{2.6}$$

et le gradient moyen est défini par :

$$\overline{G} = \int_{o}^{Z_L} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right| \cdot dz \; / \; Z_L \tag{2.7}$$

On peut estimer une première fois, le niveau de la thermocline, Z_A, par le point sur le profil expérimental correspondant à la température T_A, définie comme :

$$T_A = (T_s + T_{MIN}) / 2 \tag{2.8}$$

où T_s et T_{MIN} sont respectivement les températures à la surface et la température minimale du profil entier, laquelle correspond, en général, à la température au fond pour les lacs.

Pour le cas des bassins où la thermocline se trouve assez près du fond, la profondeur Z_L devient plus grande que la profondeur réelle à la station mesurée, z_n, et on doit quand même calculer le gradient moyen en tenant compte de cette profondeur hypothétique afin de pouvoir comparer les résultats de cette station avec une autre, de profondeur différente.

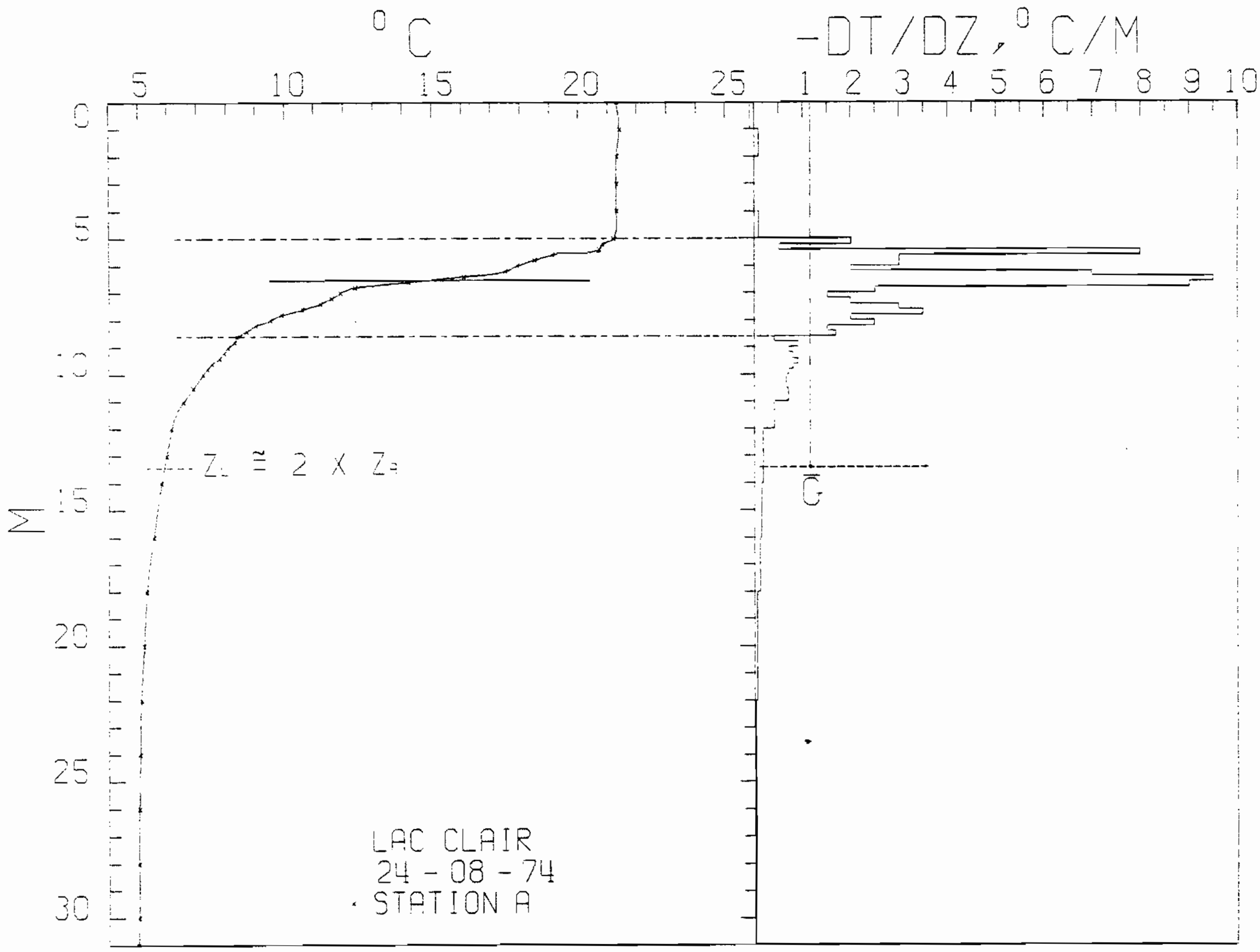


Figure 2.5 Définition des limites du phénomène de la thermocline à partir d'un gradient moyen calculé selon la conception de l'auteur (Leblond, 1976).

Il est risqué d'extrapoler la température au niveau hypothétique Z_L et, comme la température au-dessous de la thermocline ne varie pas beaucoup, il est préférable de calculer le gradient moyen comme suit :

$$\overline{G} = \int_{0}^{z_n} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right| \cdot dz \,/\, Z_L \tag{2.9}$$

Cette conception permet d'obtenir un gradient moyen proportionné au phénomène étudié et de comparer objectivement la thermocline d'un point à l'autre du bassin en ne considérant qu'une tranche d'eau approximativement égale partout à Z_L.

2.5 Quelques définitions de la thermocline

2.5.1 Définition générale de la thermocline et de la zone thermoclinéale.

Pour décrire convenablement le phénomène de la thermocline, il faut être en mesure de quantifier ses deux caractéristiques principales : sa profondeur et son épaisseur. Ainsi plus particulièrement, le mot "thermocline" désigne un plan plus ou moins courbe dans l'espace aquatique, qui sépare les eaux chaudes des eaux froides et qui est complètement spécifié par sa profondeur, Z_{TH}, et sa température, T_{TH}, lesquelles sont définies à partir des propriétés aux frontières de la zone de la thermocline ou "zone thermoclinéale".

Un des objectifs importants du présent travail est de trouver la meilleure définition de la thermocline saisonnière. Dans cette perspective, la dérivée du profil thermique est considérée comme une courbe de probabilité qui permet de définir la zone thermoclinéale comme "la région thermique entière où, de façon générale, le gradient thermique est supérieur ou égal à un gradient limite" choisi selon l'une ou l'autre des méthodes : 1- le gradient fixe de $1^{o}C/m$ de Birge; 2- le gradient moyen de Boudreault et Laprise; 3- le gradient moyen calculé sur la profondeur limite Z_L. Qu'importe le gradient limite utilisé, "la zone thermoclinéale", décrivant la thermocline saisonnière, est délimitée à partir d'un plan supérieur où le gradient thermique devient pour la première fois plus grand ou égal au gradient limite, à un plan inférieur où le gradient thermique devient définitivement inférieur au gradient limite, exception faite pour la "thermocline de fond" pour laquelle la frontière est le fond lui-même.

L'expression "pour la première fois" implique que les "transitoires" qui ont un gradient thermique maximal supérieur ou égal au gradient limite, sont considérés comme partie intégrante du phénomène de la thermocline saisonnière des lacs alors que celles qui n'atteignent pas ce niveau sont simplement ignorées. Pour la limite inférieure de la zone, l'expression "définitivement" signifie qu'on élimine les soubresauts de la dérivée qui sont de faibles largeurs et qui sont suffisamment éloignés du phénomène principal de la thermocline.

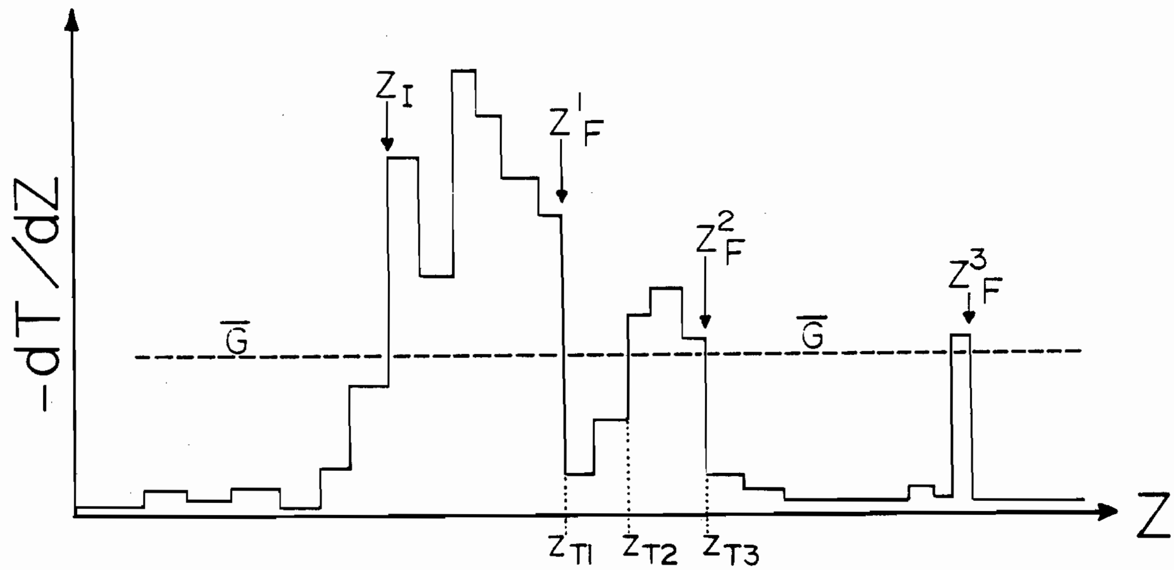


Figure 2.6 La délimitation de la zone thermoclinéale.

L'exemple à la figure 2.6 montre un cas où la "cloche" principale, délimitée par les profondeurs Z_I et Z_F^1, est suivie d'un pic secondaire lui-même délimité par les profondeurs Z_{T2} et Z_{T3}. L'intervalle de profondeur qui les sépare de Z_{T1} à Z_{T2} est la zone où le gradient thermique devient inférieur au gradient limite $\overline{G}$. Le but est d'introduire des critères permettant d'objectiver la détermination de la limite inférieure de la zone thermoclinéale malgré le caractère inévitablement arbitraire de ces critères.

Pour cela, on définit chaque zone par son épaisseur, tel que :

$$\Delta Z_T = Z_F^1 - Z_I \tag{2.10}$$

$$\Delta Z_{GAP} = Z_{T2} - Z_{T1} \tag{2.11}$$

$$\Delta Z_{PIC} = Z_{T3} - Z_{T2} \tag{2.12}$$

Un premier critère consiste à éliminer les pics trop éloignés de la cloche principale. Si

$$\Delta Z_{GAP} \; / \; \Delta Z_T \leq (0.6)^{Ni-1} \tag{2.13}$$

le pic secondaire suivant fait nécessairement partie de la zone thermoclinéale dont la limite inférieure passe de Z_F^1 à Z_F^2 et ΔZ_T est recalculé à l'aide de l'équation (2.10). Le nombre N_i représente l'ordre des pics secondaires.

Le deuxième critère permet d'inclure un pic secondaire dans la zone thermoclinéale à cause de son importance en étendue même si le premier critère n'est pas satisfait. Pour cela, il faut que

$$\Delta Z_{PIC} \; / \; \Delta Z_T \geq 0.5 \tag{2.14}$$

Par la suite, le processus est répété pour les pics suivants et à la fin, les limites de la zone thermoclinéale sont caractérisées par les couples de profondeur et de température (Z_I, T_I) et (Z_F, T_F).

Les paramètres de la zone thermoclinéale permettent d'ajouter deux autres définitions. D'abord, il y a l'épaisseur de la zone thermoclinéale saisonnière, ΔZ_{TH},

$$\Delta Z_{TH} = Z_F - Z_I \tag{2.15}$$

Dans le cas de cette étude de la stratification saisonnière, la zone thermoclinéale peut s'étendre jusqu'à la surface du lac ou encore toucher au fond du bassin. Ainsi il y a une "thermocline de surface" (Z_I=0) quand le gradient thermique est toujours plus grand que le gradient limite de la surface jusqu'au lieu de la stratification maximale et de même, il y a une "thermocline de fond" quand le gradient thermique du lieu du gradient maximal jusqu'au fond est toujours supérieur au gradient limite.

En second lieu, on définit "l'intensité de la thermocline", ΔT_{TH}, par la différence des températures aux bornes de la zone thermoclinéale, tel que

$$\Delta T_{TH} = T_I - T_F \tag{2.16}$$

Cette expression peut avoir une grande importance du fait qu'elle est directement reliée au concept de la stabilité thermique.

2.5.2 Les méthodes de type TTH

Le plan de la thermocline est obtenu à partir des propriétés aux limites de la zone thermoclinéale. Ainsi une première façon de matérialiser ce plan est de définir la thermocline comme "le plan correspondant à la température de la thermocline, T_{TH}, calculée comme la moyenne arithmétique des températures aux limites de la zone thermoclinéale". Soit

$$T_{TH} = (T_I + T_F) / 2 \tag{2.17}$$

La profondeur de la thermocline, Z_{TH}, est obtenue directement du profil thermique selon la valeur de T_{TH}.

La figure 2.7 illustre cette définition générale dite de "type TTH". Selon le gradient limite utilisé, on peut définir les méthodes TTH suivantes : MTGB, "méthode TTH par gradient de Birge" ($1^{o}C/m$); MTSS, "méthode TTH statistique simple" avec le gradient moyen calculé sur le profil entier selon la définition de Boudreault et Laprise; MTSL, "méthode TTH statistique Leblond" dont le gradient moyen est calculé de la surface à une profondeur limite Z_L.

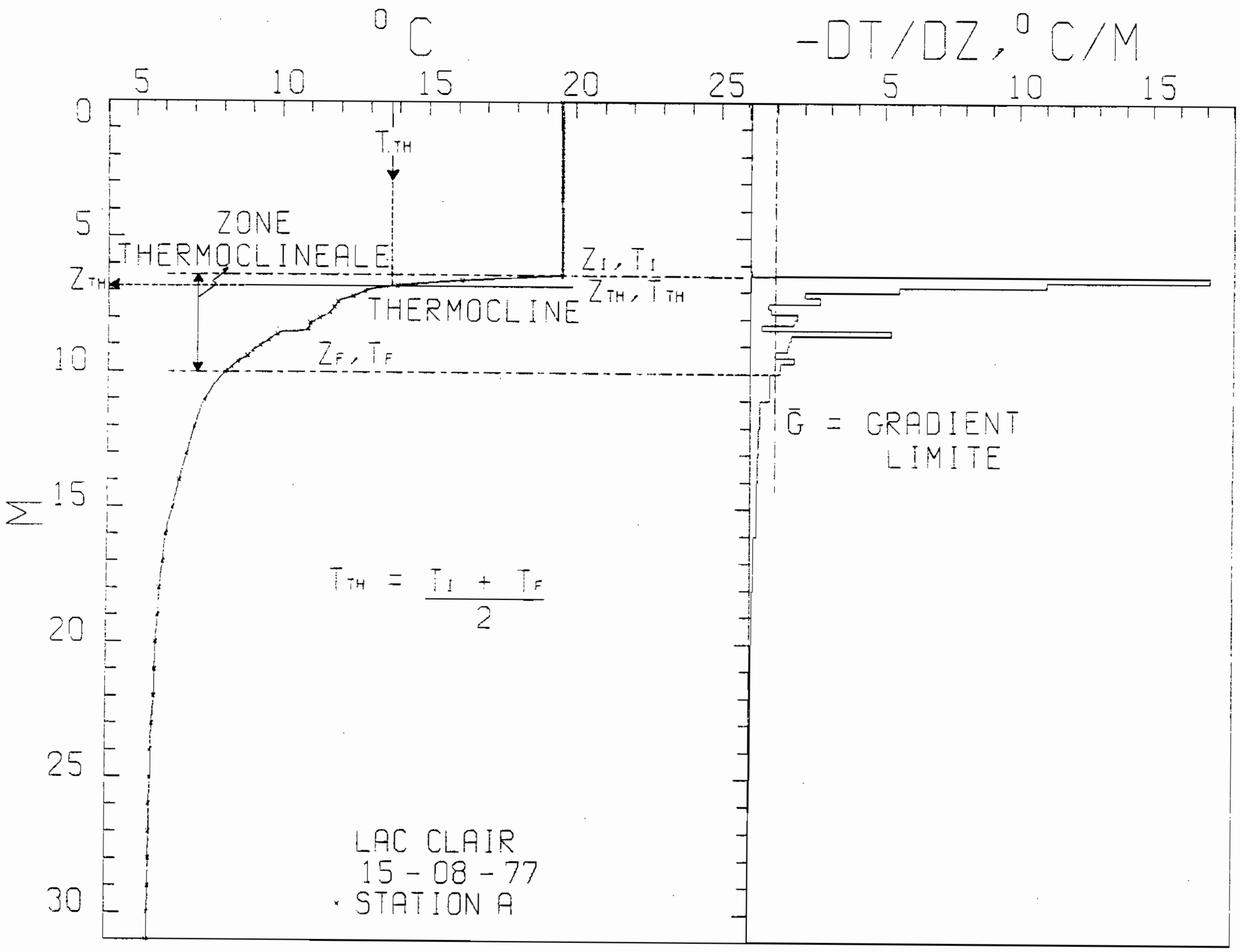


Figure 2.7 Définition de la thermocline par les méthodes de type TTH.

2.5.3 Les méthodes de type ZTH

D'une façon tout à fait similaire, le plan de la thermocline peut être défini comme "le plan dont la profondeur est la moyenne arithmétique des profondeurs aux limites de la zone thermoclinéale", tel que

$$Z_{TH} = (Z_I + Z_F) / 2 \qquad (2.18)$$

La température de la thermocline, T_{TH}, est la température correspondant à Z_{TH} sur le profil thermique expérimental.

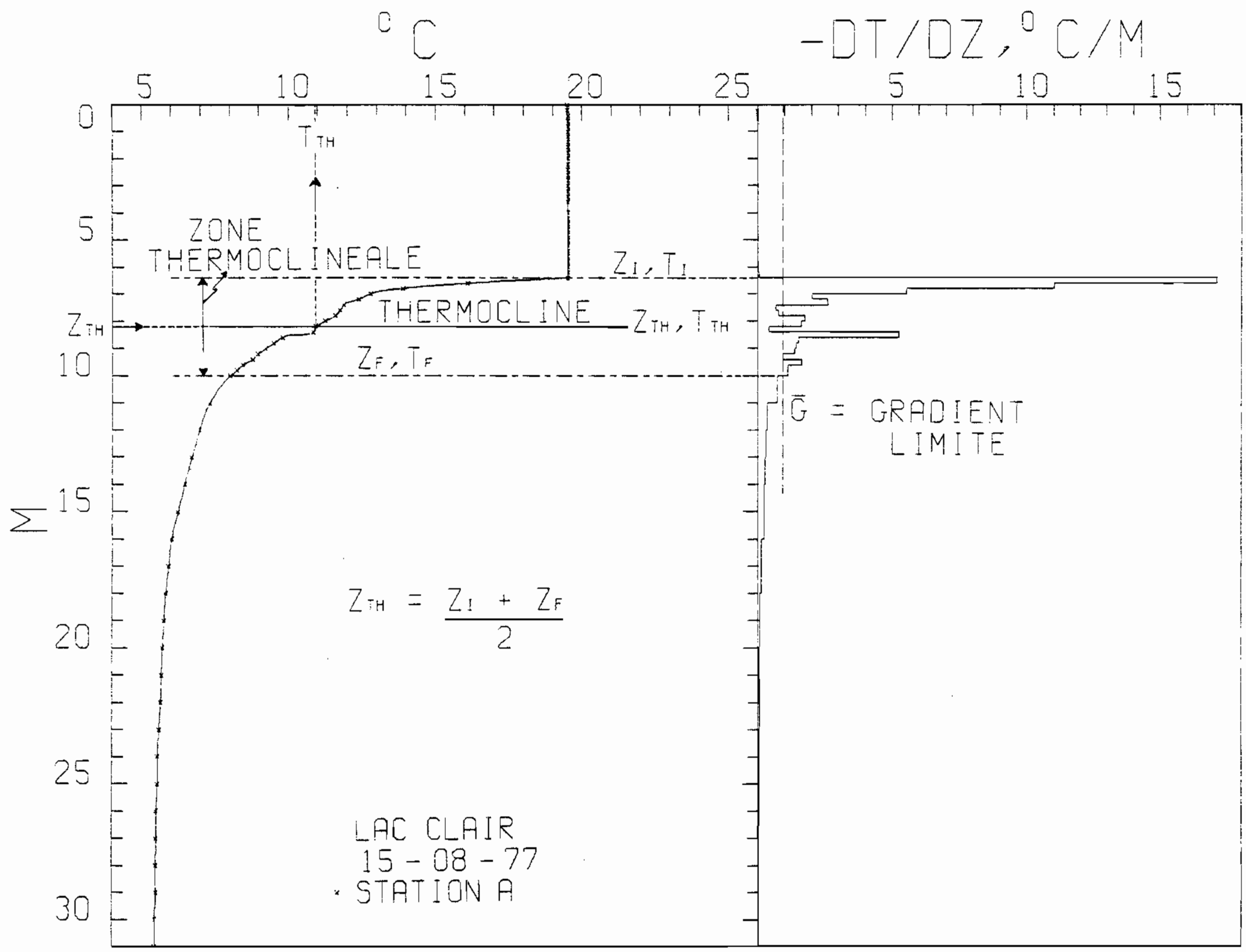


Figure 2.8 Définition de la thermocline par les méthodes de type ZTH.

La figure 2.8 donne un exemple d'une définition de type ZTH. Selon le gradient limite utilisé et similairement aux méthodes TTH, on définit trois méthodes différentes : MZGB, MZSS et MZSL.

Chapitre 3

LA THERMOCLINE MOYENNE D'UN BASSIN

ETUDE COMPARATIVE

3.1 Introduction à l'étude comparative de sept définitions de la thermocline

L'objectif du présent chapitre est de déterminer la meilleure définition de la thermocline, pour des fins d'utilisation dans des modèles de prédiction de l'énergie interne d'un bassin, basés sur l'emploi du profil thermique moyen. Pour atteindre cet objectif, on introduit les critères de sélection suivants :

1- Les écarts entre les positions de la thermocline à plusieurs stations sur l'axe principal du lac, à un instant donné, doivent être minimals.
2- La thermocline obtenue avec le profil moyen doit être le plus près possible de la moyenne des thermoclines individuelles obtenues à plusieurs stations au même moment et l'écart moyen entre ces valeurs doit être minimal.
3- Les fluctuations au cours de l'évolution de la profondeur de la thermocline du profil moyen doivent être minimales.

Pour les modèles de prédiction, la seule variable importante au niveau de la thermocline, est sa profondeur, Z_{TH}. Cependant, comme on peut définir d'autres paramètres importants à partir de la définition du plan de la thermocline, il faudra que ceux-ci satisfassent à des critères semblables à ceux cités plus haut. Ainsi, il convient de considérer les variables suivantes : T_{TH}, la température de la thermocline; E_{AT}, l'énergie au-dessus de la thermocline; T_{AT}, la température moyenne au-dessus de la thermocline. Les variables E_{AT} et T_{AT} sont définies respectivement par les équations suivantes :

$$E_{AT} = \int_{0}^{Z_{TH}} \rho c \; T(z) \; dz \tag{3.1}$$

$$T_{AT} = E_{AT} \Big/ \int_{0}^{Z_{TH}} \rho c \, dz \qquad (3.2)$$

Les sept définitions considérées pour les études comparatives sont:

1- Méthode MDM : selon la définition de Brönsted et Wesenburg-Lund; thermocline au centre de la tranche où il y a le gradient maximal G_{MAX} puis selon les deux conceptions TTH et ZTH, et selon les trois types de gradients décrits au chapitre précédent, nous avons les six définitions suivantes :
2- Méthode MTGB
3- Méthode MTSS
4- Méthode MTSL
5- Méthode MZGB
6- Méthode MZSS
7- Méthode MZSL

Afin de comparer le plus objectivement ces différentes définitions, un seul sous-programme d'ordinateur est utilisé afin que les critères pour le calcul des limites de la zone thermoclinéale soient les mêmes pour les six dernières définitions, la seule variable à changer d'une méthode à l'autre étant la valeur du gradient limite, alors que la thermocline selon la définition MDM est calculée au début du sous-programme, indépendamment des autres définitions.

Finalement, qu'importe la définition, des critères d'existence minimale de la thermocline sont appliqués à l'ensemble des données. Ainsi, il n'y a pas de thermocline si

$$G_{MAX} \leq 0.2^{o}C/m \qquad (3.3)$$

ou encore si

$$(T_s - T_n) \leq 0.2^{o}C \qquad (3.4)$$

où T_s et T_n sont respectivement les températures à la surface et au fond du bassin.

3.2 Etude statistique comparative des résultats moyens pour quelques variables de la thermocline

Pour comparer adéquatement les moyennes et les écarts statistiques pour diverses théories, en l'occurence les sept définitions de la thermocline précitées, il faut pouvoir compter sur un échantillon de données unique, dont le nombre d'événements doit autant que possible, atteindre la trentaine. L'étude statistique sera basée sur les données prises au lac Clair de 1974 à 1976, en période estivale stable (voir tableau 1.3), les seuls ensembles de données conservées étant uniquement ceux où les mesures ont été réalisées, sans exception, aux trois stations A, B et C. Pour ces trois périodes, le nombre d'événements, n, a été dans l'ordre, 20, 34 et 39.

Il y a deux façons d'obtenir une valeur moyenne du niveau de la thermocline d'un bassin. La première consiste à calculer sa valeur pour chacune des stations, en faire une moyenne, $\overline{Z}_{TH}$, et calculer l'écart, $D\overline{Z}_i$, entre les valeurs obtenues en divisant par deux la différence DZ_{MAX}, existant entre la valeur maximale et la valeur minimale de la profondeur de la thermocline aux trois stations. Ainsi :

$$\overline{Z}_{THi} = \left[Z^A_{THi} + Z^B_{THi} + Z^C_{THi} \right] / 3 \qquad (3.5)$$

$$D\overline{Z}_i = DZ_{MAX} / 2 \qquad (3.6)$$

et

$$D\overline{Z}_{Ri} = D\overline{Z}_i / \overline{Z}_{THi} \qquad (3.7)$$

La deuxième approche consiste à obtenir un profil moyen à partir des profils individuels (voir équation 1.7) et d'en obtenir la profondeur de la thermocline, Z_{THi}. Pour chaque événement i, on calcule les écarts absolus et relatifs $\Delta\bar{Z}_i$ et $\Delta\bar{Z}_{Ri}$ existant entre les deux valeurs moyennes de la profondeur de la thermocline $\bar{Z}_{THi}$ et Z_{THi}, tel que :

$$\Delta\bar{Z}_i = \left| Z_{THi} - \bar{Z}_{THi} \right| \tag{3.8}$$

$$\Delta\bar{Z}_{Ri} = \left| Z_{THi} - \bar{Z}_{THi} \right| / \bar{Z}_{THi} \tag{3.9}$$

Pour chacune des périodes thermiques, on calcule les valeurs moyennes suivantes :

$$Z_{TH}^{A} = \sum Z_{THi}^{A} / n \quad ; \quad Z_{TH}^{B} = \sum Z_{THi}^{B} / n$$

$$Z_{TH}^{C} = \sum Z_{THi}^{C} / n \quad ; \quad \bar{Z}_{TH} = \sum \bar{Z}_{THi} / n$$

$$D\bar{Z} = \sum D\bar{Z}_i / n \quad ; \quad D\bar{Z}/\bar{Z} = \sum D\bar{Z}_{Ri} / n \tag{3.10}$$

$$Z_{TH} = \sum Z_{THi} / n \quad ; \quad |Z - \bar{Z}| = \sum \Delta\bar{Z}_i / n$$

$$\left| \frac{Z - \bar{Z}}{\bar{Z}} \right| = \sum \Delta\bar{Z}_{Ri} / n$$

Les figures 3.1 à 3.3 nous montrent, pour les périodes estivales stables, de 1974 à 1976 au lac Clair, l'évolution de $\bar{Z}_{THi}$, de l'écart maximal DZ_{MAX} entre les valeurs aux stations A, B et C centré sur $\bar{Z}_{THi}$ et l'évolution de la profondeur Z_{THi} obtenue du profil thermique moyen. Similairement, les appendices A.4, A.5 et A.6 montrent l'évolution de trois autres propriétés liées à la définition de la thermocline, soit T_{TH}, E_{AT} et T_{AT}.

L'évolution des gradients maximals et moyens, pour les trois périodes étudiées et pour chacune des définitions, à l'exception des méthodes MTGB et MZGB pour lesquelles le gradient limite est toujours $1^{o}C/m$, est illustrée aux figures 3.4 à 3.6

Les tableaux 3.1 et 3.2 montrent les valeurs moyennes calculées avec les équations (3.10) pour les variables Z_{TH} et les gradients thermiques (voir l'appendice A.7 pour les variables T_{TH}, E_{AT} et T_{AT}) tandis que le tableau 3.3 montre les résultats moyens obtenus des équations (3.10) en considérant tous les événements des trois saisons en même temps (n=93). Les résultats moyens saisonniers et sur l'ensemble des trois années sont illustrés pour chacune des variables aux figures 3.7 à 3.11.

Cette analyse statistique comparative permet de répondre aux deux premiers critères de sélection de la meilleure définition de la thermocline. L'examen des figures et des tableaux permet de dégager les conclusions suivantes sur la profondeur de la thermocline, Z_{TH}.

1- D'un seul coup d'oeil, la figure 3.7 permet de constater que les écarts moyens $D\bar{Z}$ et $|Z-\bar{Z}|$ sont minimals pour les méthodes de type TTH par comparaison avec les méthodes de type ZTH et la méthode MDM dont les écarts moyens sont en général de deux à trois fois plus grands.

2- Les valeurs moyennes de $\bar{Z}_{TH}$ et Z_{TH} pour les trois méthodes de type TTH sont très rapprochées l'une de l'autre. L'examen des valeurs aux tableaux 3.1 et 3.3 montre que c'est avec la méthode MTSS que la différence est la plus forte et que les méthodes MTGB et MTSL ont des

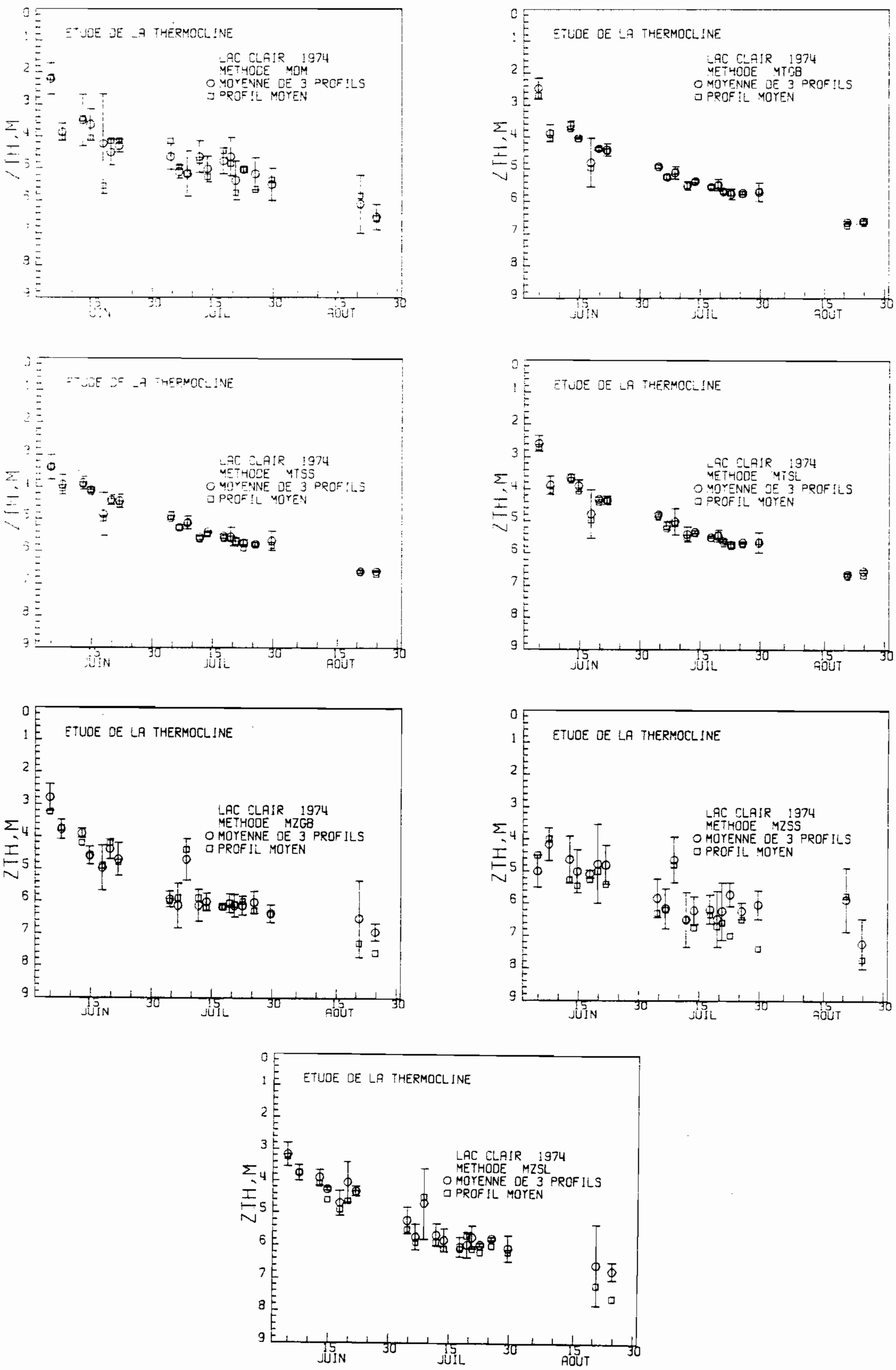


Figure 3.1 Evolution de la profondeur de la thermocline pour la période estivale stable de 1974 au lac Clair selon 7 définitions.

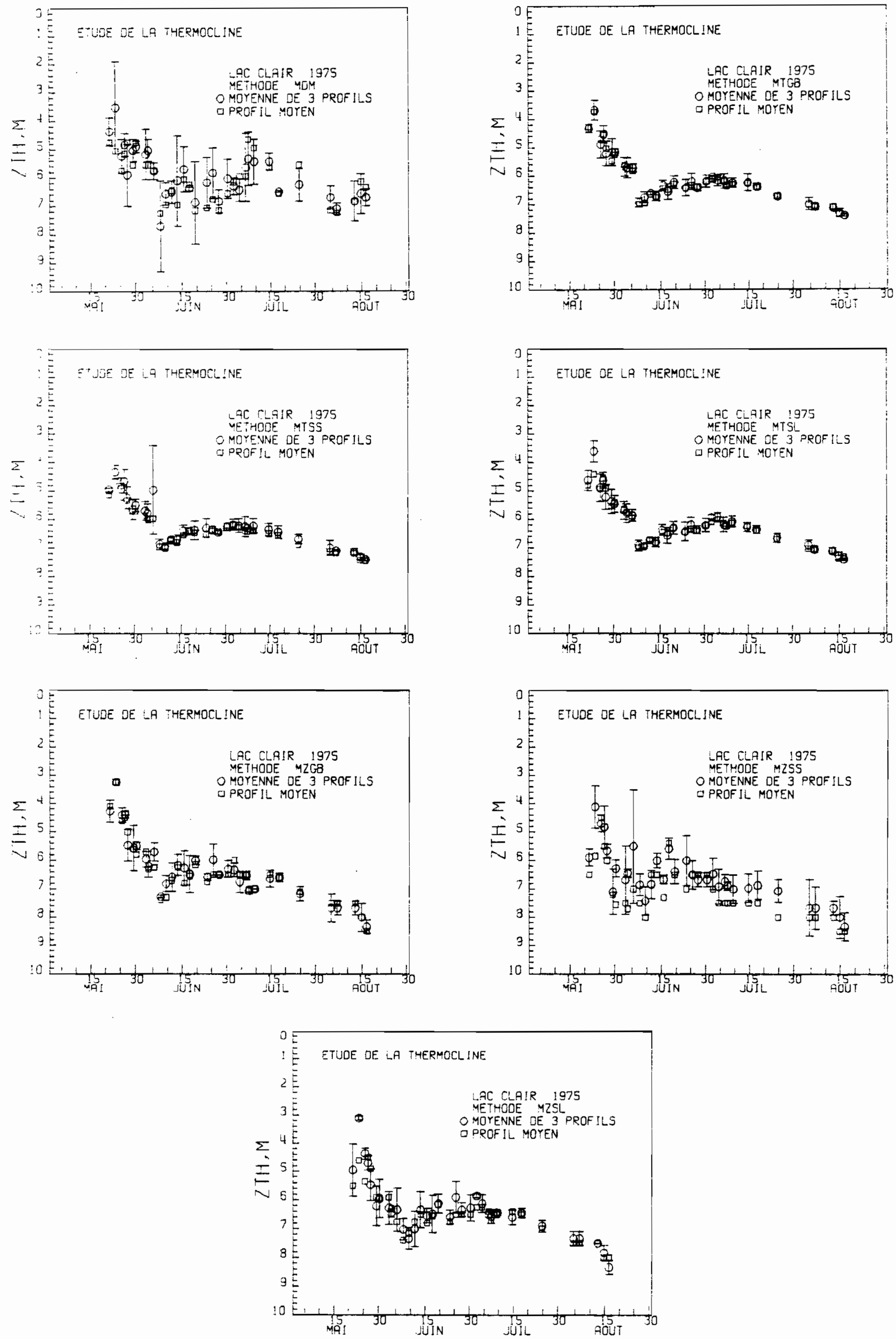


Figure 3.2 Evolution de la profondeur de la thermocline pour la période estivale stable de 1975 au lac Clair selon 7 définitions.

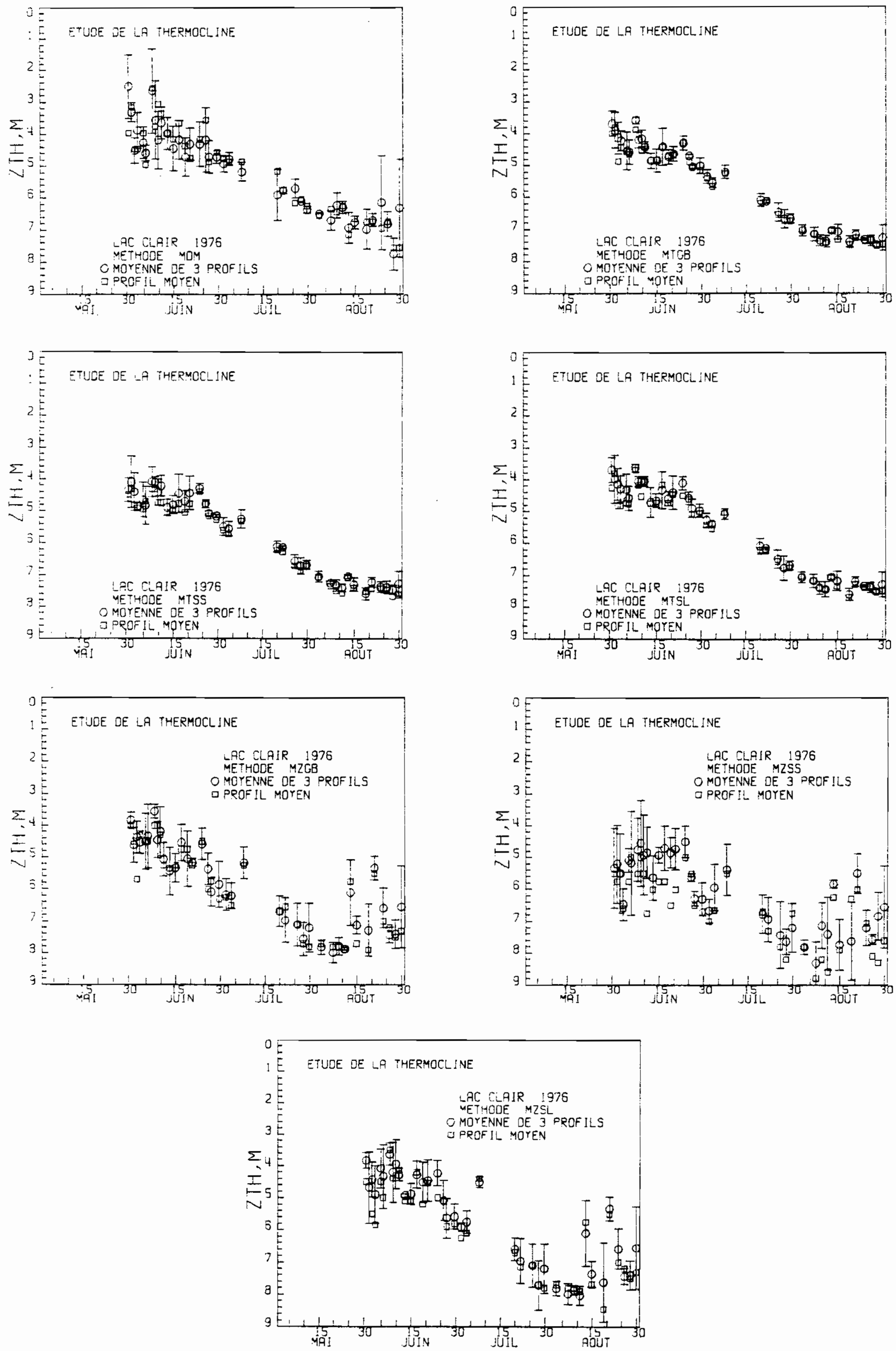


Figure 3.3 Evolution de la profondeur de la thermocline pour la période estivale stable de 1976 au lac Clair selon 7 définitions.

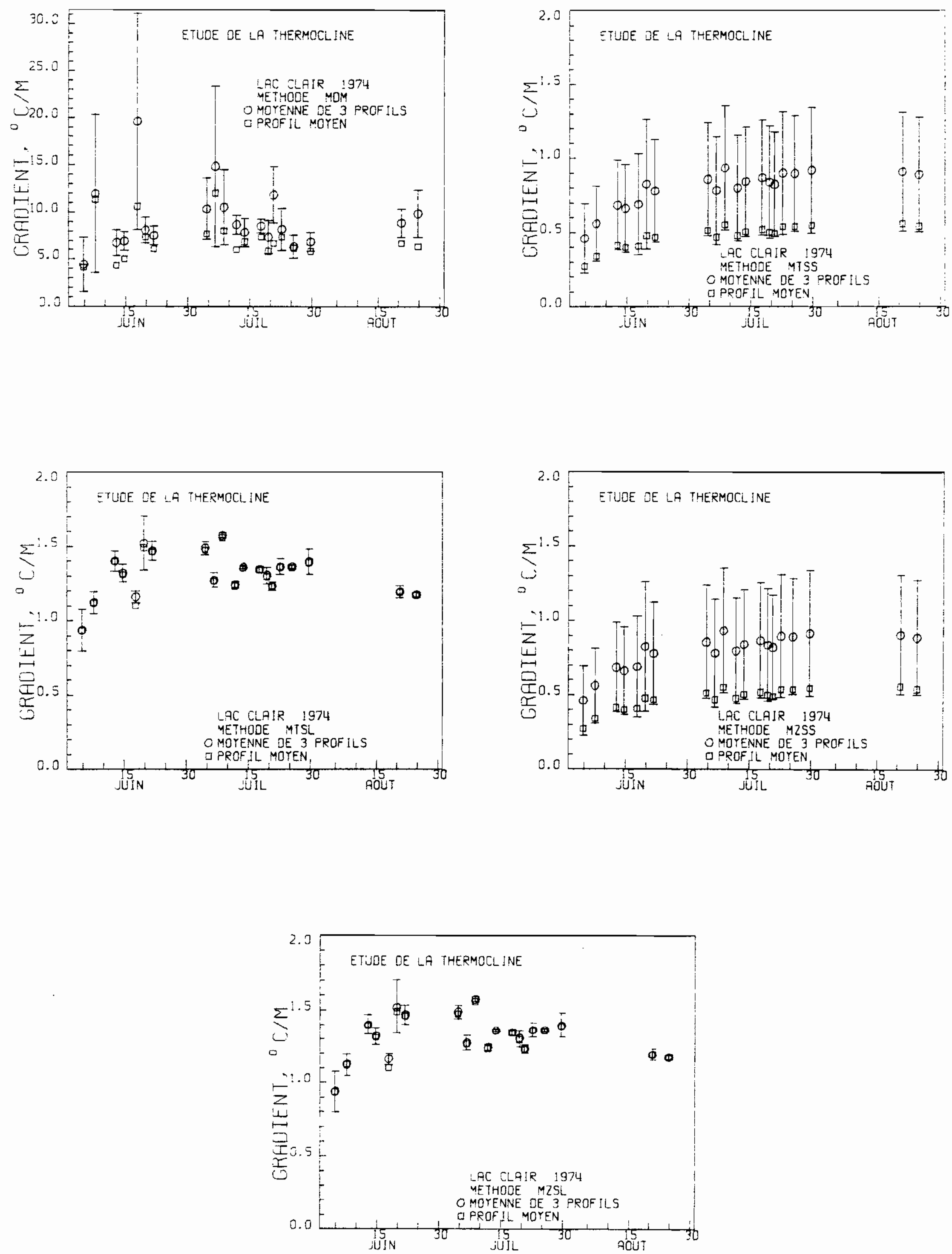


Figure 3.4 L'évolution des gradients maximals et moyens pour la saison estivale stable de 1974.

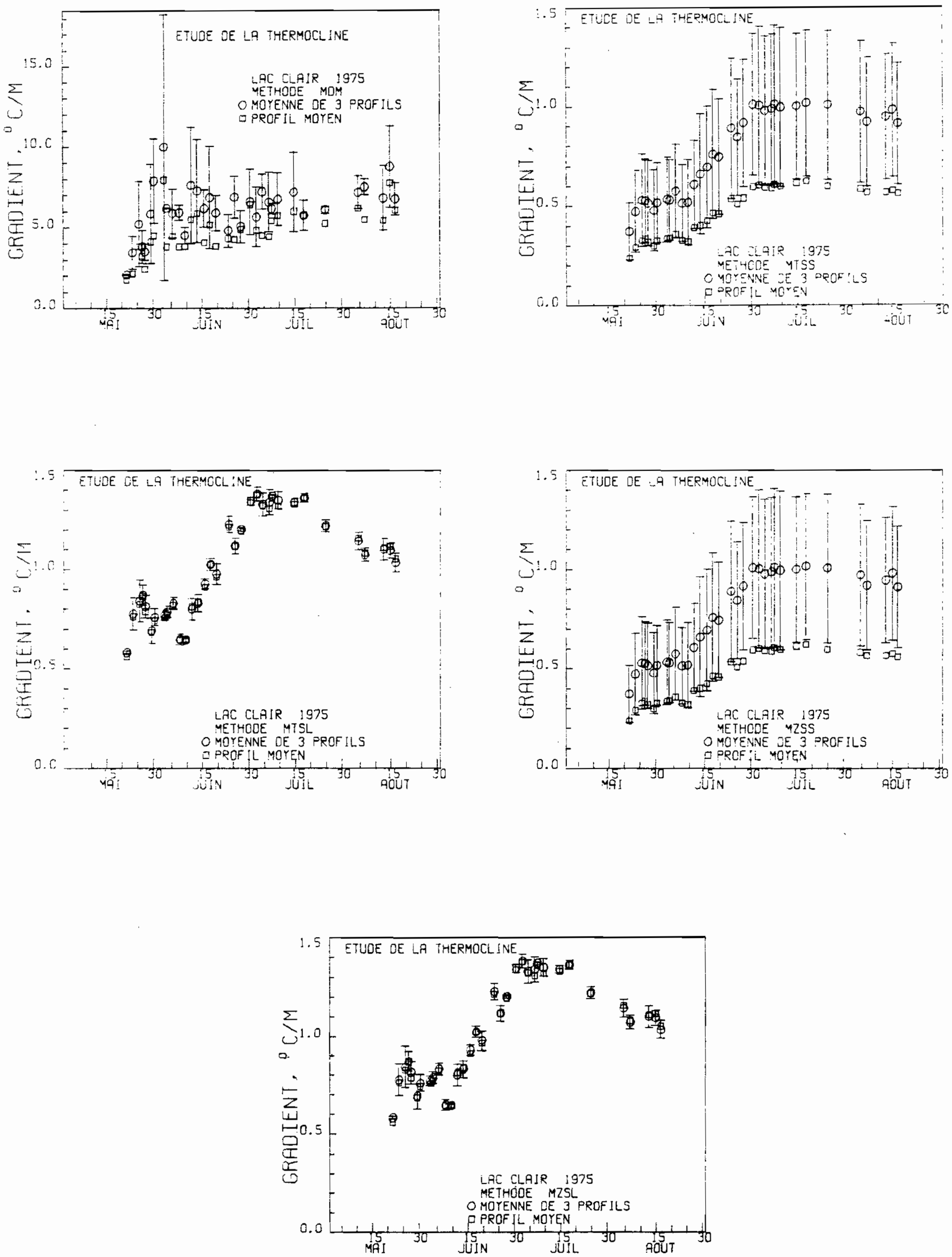


Figure 3.5 L'évolution des gradients maximals et moyens pour la saison estivale stable de 1975.

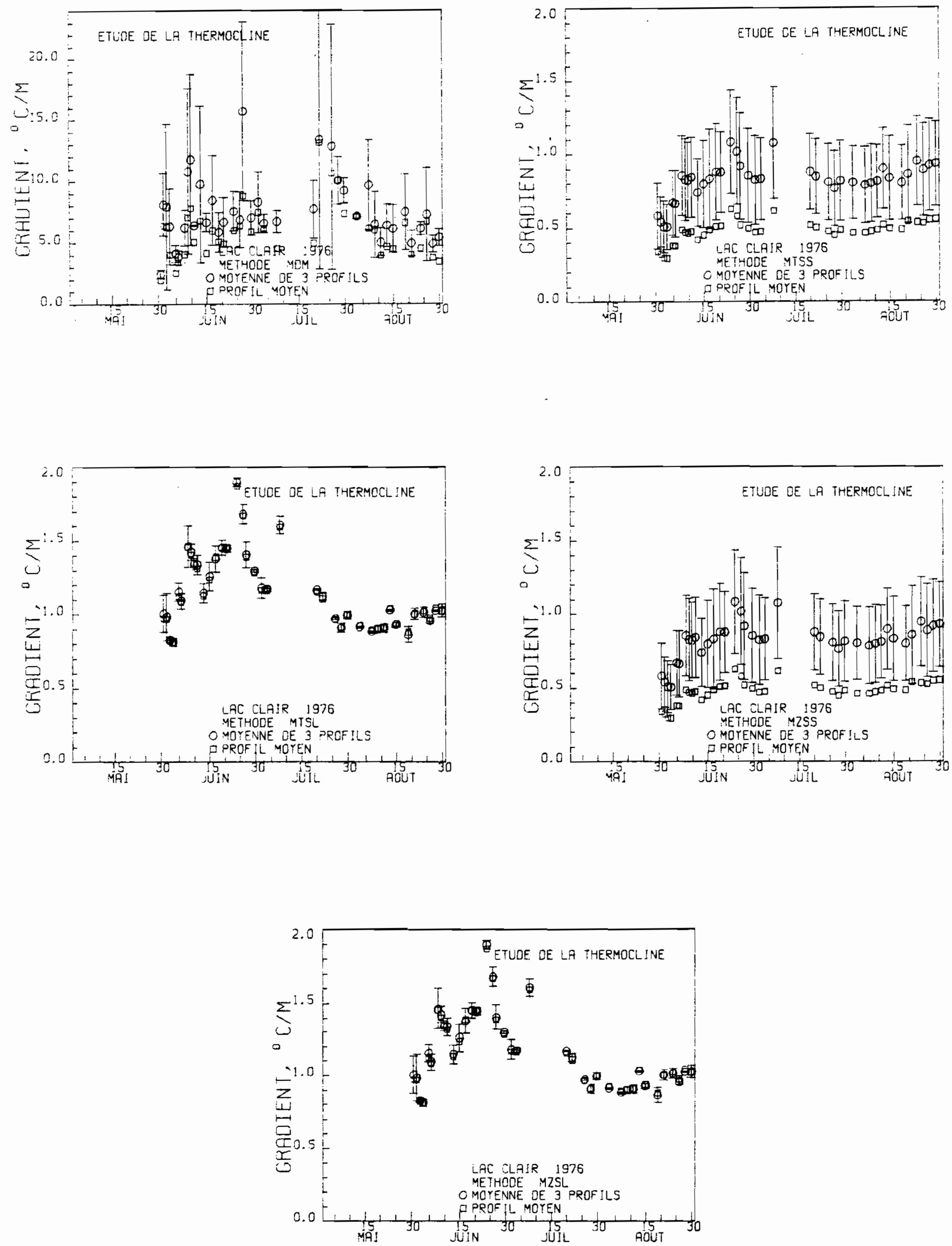


Figure 3.6 L'évolution des gradients maximals et moyens pour la saison estivale stable de 1976.

TABLEAU 3.1 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS A TROIS STATIONS ET DES RESULTATS DU PROFIL MOYEN POUR LA VARIABLE ZTH (LAC CLAIR)

PERIODE		MOYENNES DE 3 PROFILS						PROFIL MOYEN		
		Z^A_{TH} M	Z^B_{TH} M	Z^C_{TH} M	$\bar{Z}_{TH}$ M	$D\bar{Z}$ M	$D\bar{Z}/\bar{Z}$ %	Z_{TH} M	$\lvert Z-\bar{Z}\rvert$ M	$\left\lvert\frac{Z-\bar{Z}}{\bar{Z}}\right\rvert$ %
4 674 AU 24 874 N=20	MDM	4.64	4.74	4.70	4.69	.52	11.78	4.76	.27	5.94
	MTGB	5.01	5.04	5.10	5.05	.16	3.57	5.09	.06	1.39
	MTSS	5.12	5.13	5.09	5.12	.17	3.77	5.18	.07	1.39
	MTSL	4.98	4.98	5.03	5.00	.17	3.84	5.07	.08	1.84
	MZGB	5.55	5.37	5.34	5.42	.41	7.82	5.50	.20	4.01
	MZSS	6.05	5.66	5.21	5.64	.63	11.41	5.97	.41	7.42
	MZSL	5.44	5.10	5.08	5.21	.39	7.68	5.43	.27	5.07
21 575 AU 16 875 N=34	MDM	6.02	5.85	5.92	5.93	.66	11.64	6.07	.44	8.09
	MTGB	6.15	6.09	6.08	6.11	.21	3.70	6.13	.07	1.25
	MTSS	6.21	6.19	6.12	6.17	.24	4.31	6.30	.14	2.54
	MTSL	6.14	6.09	6.12	6.12	.22	3.88	6.16	.09	1.84
	MZGB	6.39	6.29	6.29	6.32	.30	4.90	6.37	.18	3.01
	MZSS	6.81	6.54	6.33	6.56	.53	8.34	7.07	.57	9.38
	MZSL	6.40	6.23	6.38	6.34	.35	5.74	6.46	.28	5.43
30 576 AU 29 876 N=39	MDM	5.18	5.15	5.16	5.16	.53	11.92	5.16	.33	7.41
	MTGB	5.67	5.59	5.60	5.62	.24	4.76	5.70	.11	2.27
	MTSS	5.81	5.75	5.57	5.71	.27	5.36	5.87	.17	3.39
	MTSL	5.62	5.55	5.52	5.57	.26	5.29	5.69	.15	3.19
	MZGB	6.07	5.88	5.67	5.87	.54	9.75	6.00	.27	4.98
	MZSS	6.45	6.29	5.63	6.12	.73	12.53	6.60	.59	10.31
	MZSL	5.96	5.75	5.50	5.74	.55	10.16	5.97	.32	6.27

TABLEAU 3.2 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS A TROIS STATIONS ET DES RESULTATS DU PROFIL MOYEN POUR LES GRADIENTS THERMIQUES GAMAX(MDM) ET GAMOY(MTSS ET MTSL) AU LAC CLAIR.

PERIODE		MOYENNES DE 3 PROFILS						PROFIL MOYEN		
		G^A °C/M	G^B °C/M	G^C °C/M	$\bar{G}$ °C/M	$D\bar{G}$ °C/M	$D\bar{G}/\bar{G}$ %	G °C/M	$\lvert G-\bar{G}\rvert$ °C/M	$\left\lvert\frac{G-\bar{G}}{\bar{G}}\right\rvert$ %
4 674 AU 24 874 N=20	MDM	8.67	9.13	9.94	9.25	2.99	28.98	7.07	2.18	21.40
	MTGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MTSS	.47	.72	1.19	.80	.36	45.57	.48	.32	40.17
	MTSL	1.28	1.30	1.36	1.31	.05	4.23	1.30	.01	.72
	MZGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MZSS	.47	.72	1.19	.80	.36	45.57	.48	.32	40.17
	MZSL	1.28	1.30	1.36	1.31	.05	4.23	1.30	.01	.72
21 575 AU 16 875 N=34	MDM	6.25	5.96	6.33	6.18	1.67	25.18	4.79	1.38	22.23
	MTGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MTSS	.49	.73	1.07	.76	.29	38.79	.47	.30	38.69
	MTSL	1.00	1.02	1.03	1.02	.04	4.18	1.01	.01	1.28
	MZGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MZSS	.49	.73	1.07	.76	.29	38.79	.47	.30	38.69
	MZSL	1.00	1.02	1.03	1.02	.04	4.18	1.01	.01	1.28
30 576 AU 29 876 N=39	MDM	8.67	6.95	7.01	7.54	2.75	31.82	5.84	1.70	22.27
	MTGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MTSS	.58	.74	1.13	.82	.28	33.59	.48	.34	41.95
	MTSL	1.15	1.14	1.17	1.15	.05	3.88	1.15	.01	1.09
	MZGB	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
	MZSS	.58	.74	1.13	.82	.28	33.59	.48	.34	41.95
	MZSL	1.15	1.14	1.17	1.15	.05	3.88	1.15	.01	1.09

TABLEAU 3.3 TABLEAU RESUMANT LES RESULTATS MOYENS POUR TROIS PERIODES ESTIVALES (1974, 1975 ET 1976) AU LAC CLAIR. (ECHANTILLON TOTAL N=93)

METHODE	MOYENNES DE 3 STATIONS			PROFIL MOYEN		
	$\bar{Z}_{TH}$	$D\bar{Z}$	$D\bar{Z}/\bar{Z}$	Z_{TH}	$\lvert Z-\bar{Z}\rvert$	$\left\lvert \frac{Z-\bar{Z}}{\bar{Z}} \right\rvert$
	M	M	%	M	M	%
MDM	5.34	.58	11.79	5.41	.36	7.34
MTGB	5.68	.21	4.12	5.73	.08	1.71
MTSS	5.75	.24	4.63	5.88	.14	2.65
MTSL	5.65	.23	4.46	5.73	.11	2.41
MZGB	5.94	.42	7.56	6.03	.22	4.05
MZSS	6.18	.64	10.76	6.64	.54	9.35
MZSL	5.85	.44	8.01	6.03	.29	5.70
	$\bar{T}_{TH}$	$D\bar{T}$	$D\bar{T}/\bar{T}$	T_{TH}	$\lvert T-\bar{T}\rvert$	$\left\lvert \frac{T-\bar{T}}{\bar{T}} \right\rvert$
	°C	°C	%	°C	°C	%
MDM	14.39	1.63	11.32	14.28	1.08	7.59
MTGB	13.04	.34	2.67	12.90	.20	1.55
MTSS	12.85	.43	3.37	12.45	.41	3.19
MTSL	13.18	.39	2.96	12.94	.30	2.38
MZGB	12.21	1.22	9.84	11.94	.67	5.51
MZSS	11.88	1.68	13.94	10.69	1.43	11.75
MZSL	12.61	1.29	10.17	11.98	.90	7.17
	$\bar{E}_{AT}$	$D\bar{E}$	$D\bar{E}/\bar{E}$	E_{AT}	$\lvert E-\bar{E}\rvert$	$\left\lvert \frac{E-\bar{E}}{\bar{E}} \right\rvert$
	KLY	KLY	%	KLY	KLY	%
MDM	9.75	.84	9.93	9.82	.50	5.84
MTGB	10.29	.32	3.82	10.34	.10	1.27
MTSS	10.37	.36	4.27	10.52	.17	1.92
MTSL	10.23	.35	4.15	10.33	.14	1.83
MZGB	10.57	.61	6.38	10.69	.28	2.95
MZSS	10.77	.83	8.43	11.31	.63	6.33
MZSL	10.42	.62	6.66	10.68	.37	4.26
	$\bar{T}_{AT}$	$D\bar{T}$	$D\bar{T}/\bar{T}$	T_{AT}	$\lvert T-\bar{T}\rvert$	$\left\lvert \frac{T-\bar{T}}{\bar{T}} \right\rvert$
	°C	°C	%	°C	°C	%
MDM	18.11	.47	2.65	18.07	.25	1.44
MTGB	17.87	.28	1.66	17.82	.07	.42
MTSS	17.81	.29	1.73	17.69	.13	.72
MTSL	17.91	.29	1.72	17.83	.09	.56
MZGB	17.53	.40	2.35	17.48	.19	1.11
MZSS	17.33	.55	3.25	16.92	.49	2.85
MZSL	17.66	.39	2.28	17.52	.23	1.41
	$\bar{G}$	$D\bar{G}$	$D\bar{G}/\bar{G}$	G	$\lvert G-\bar{G}\rvert$	$\left\lvert \frac{G-\bar{G}}{\bar{G}} \right\rvert$
	°C/M	°C/M	%	°C/M	°C/M	%
MDM	7.41	2.41	28.78	5.72	1.69	22.07
MTGB	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
MTSS	.79	.30	38.07	.48	.32	40.38
MTSL	1.14	.05	4.06	1.13	.01	1.08
MZGB	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00
MZSS	.79	.30	38.07	.48	.32	40.38
MZSL	1.14	.05	4.06	1.13	.01	1.08

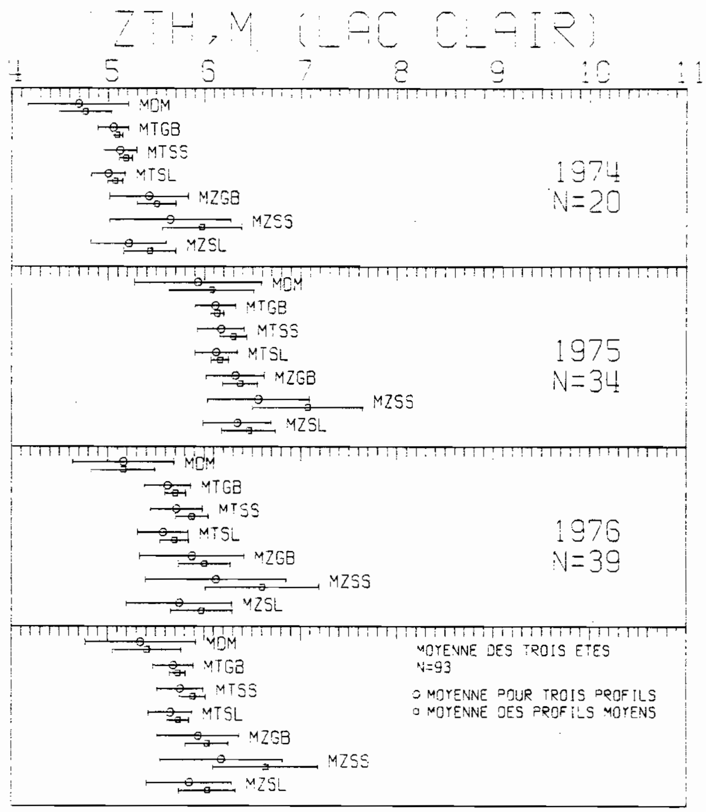


Figure 3.7 Résultats moyens pour la variable Z_{TH}.

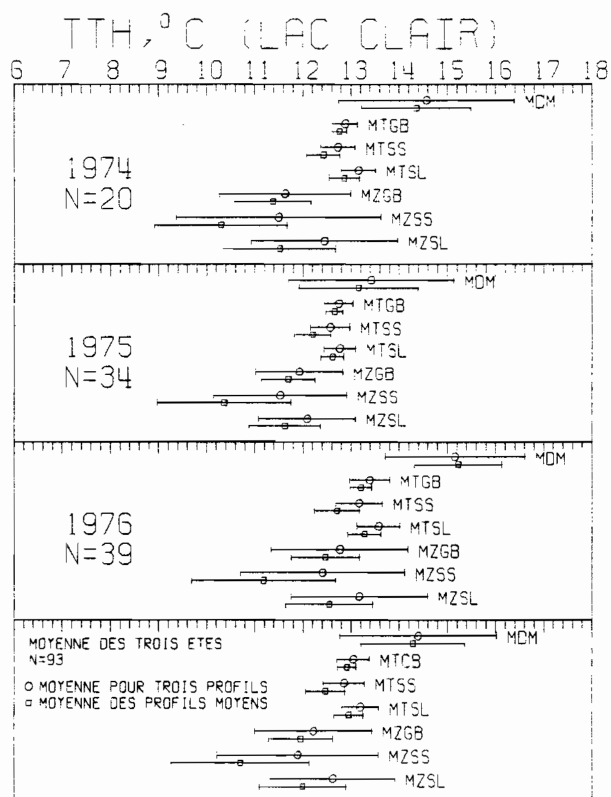


Figure 3.8 Résultats moyens pour la variable T_{TH}.

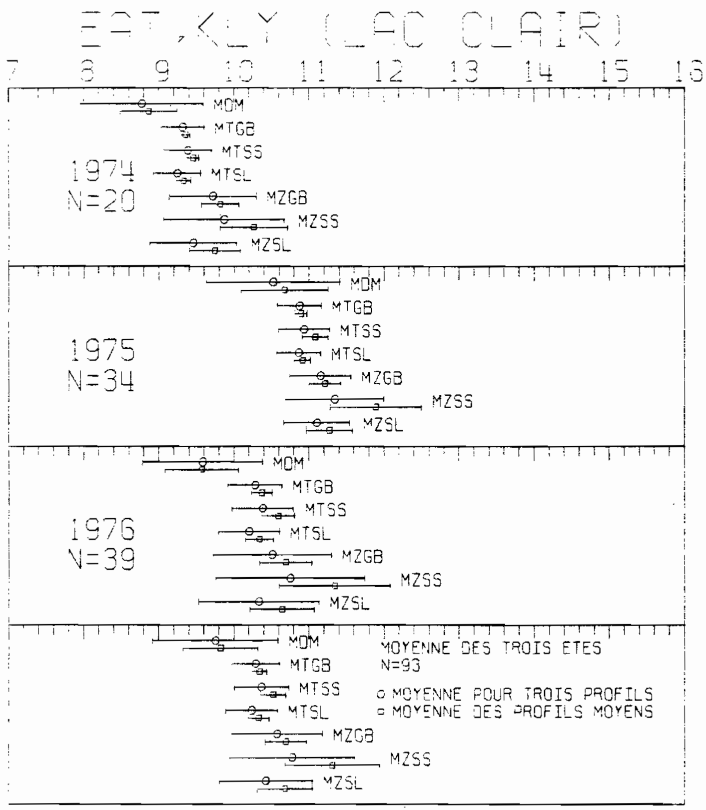


Figure 3.9 Résultats moyens pour la variable E_{AT}.

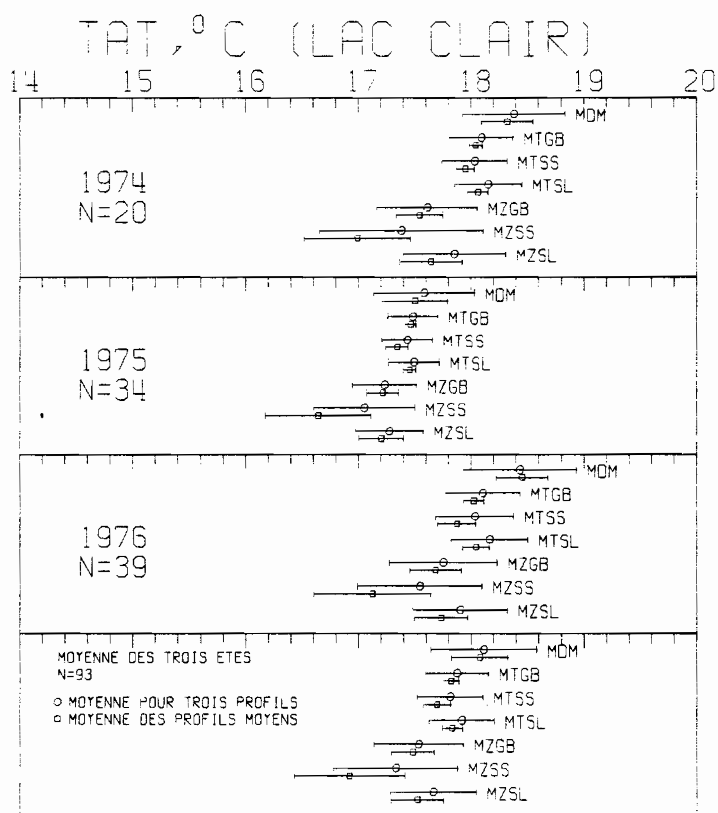


Figure 3.10 Résultats moyens pour la variable T_{AT}.

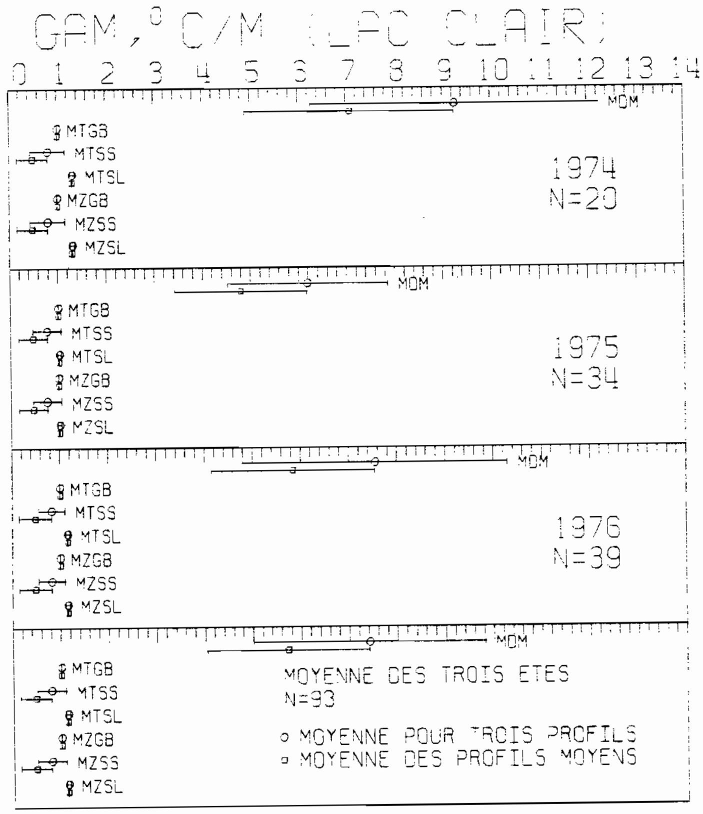


Figure 3.11 Résultats moyens pour les gradients de température.

différences similaires. Ainsi, pour l'ensemble des années (voir tableau 3.3), on obtient les différences suivantes : pour MTSS, $(Z_{TH}-\bar{Z}_{TH})$ = (5.88 - 5.75) = 0.13m; pour MTSL, (5.73 - 5.65) =0.08m ; pour MTGB, (5.73 - 5.68) = 0.05m .

3- On remarque la même tendance pour les écarts $d\bar{Z}$ et $|Z-\bar{Z}|$. Ainsi au tableau 3.3, on obtient respectivement les valeurs suivantes : pour MTSS, 0.24m et 0.14m ; pour MTSL, 0.23m et 0.11m ; pour MTGB, 0.21m et 0.08m .

4- Puisque les variables T_{TH}, E_{AT} et T_{AT} dépendent de la valeur de Z_{TH}, on doit s'attendre à ce que l'étude statistique comparative donne des résultats semblables pour la classification des définitions. Cela est très bien démontré aux tableaux A.7.1 à A.7.3, au tableau 3.3 et aux figures 3.8 à 3.10.

L'ensemble des résultats obtenus et les conditions posées par les deux premiers critères de sélection de la meilleure définition de la thermocline, nous permet d'établir l'ordre suivant de la meilleure à la pire des définitions : MTGB, MTSL, MTSS, MZGB, MZSL, MDM, MZSS.

Il est caractéristique de remarquer que les méthodes MTSS et MZSS, basées sur la détermination d'une zone thermoclinéale délimitée à partir d'un gradient moyen calculé sur tout le profil thermique, soient bonnes dernières dans chacune des méthodes de type TTH et ZTH. Cette étude nous permet également de constater que la méthode MDM (Brönsted et Wesenburg-Lund) est l'une des méthodes les moins précises. Par ailleurs, les résultats de l'étude statistique montrent que les méthodes MTGB et MTSL sont également précises, et ce phénomène existe également pour les méthodes MZGB et MZSL mais à un niveau plus bas de précision. S'il est difficile de cerner les raisons qui motivent un léger avantage des méthodes calculées avec le gradient de $1^{o}C/m$ selon Birge, par rapport à un gradient moyen calculé sur une profondeur limite Z_L à peu près constante partout dans le bassin, il est facile d'expliquer la similitude de leurs résultats. Prenons l'exemple des méthodes MTGB et MTSL. Les figures 3.4 à 3.6, les tableaux 3.2 et 3.3 et la figure 3.11 illustrent que le gradient moyen en période estivale stable, calculé selon la conception de l'auteur est en moyenne toujours supérieur à l'unité. Plus précisément, au tableau 3.3 le gradient moyen pour les trois périodes estivales stables est de $1.14^{o}C/m$ pour les trois stations et l'écart moyen entre les stations $D\bar{G}$ est $0.05^{o}C/m$. Cela signifie qu'en moyenne la thermocline selon la méthode MTSL est déterminée par un gradient supérieur à $1^{o}C/m$ et qu'il est quasi-constant d'une station à l'autre.

On remarque de plus à ce tableau, que le gradient moyen pour le profil moyen est de $1.13^{o}C/m$ et que l'écart moyen $|G-\bar{G}|$ est presque négligeable soit $0.01^{o}C/m$ pour l'ensemble des trois années. Finalement, par comparaison, les gradients moyens selon la conception de Boudreault et Laprise (1973) présentent des écarts $d\bar{G}$ et $|G-\bar{G}|$ respectivement de $0.30^{o}C/m$ et $0.32^{o}C/m$ dû à l'influence prépondérante de la profondeur dans le calcul du gradient moyen.

3.3 Etude comparative des fluctuations de la thermocline du profil moyen

Pour vérifier le troisième critère de sélection de la meilleure définition de la thermocline, il faut être en mesure de quantifier objectivement les fluctuations de la profondeur de la thermocline obtenue à partir du profil thermique moyen. En partant de l'idée qu'une fonction du temps non-fluctuante est une fonction qui varie d'une façon continue et sans-à-coup, sans être nécessairement une fonction monotone, on peut décrire une fonction fluctuante comme une fonction qui oscillerait significativement et d'une manière aléatoire de part et d'autre de la première. En toute vraisemblance, l'évolution de la thermocline doit être non-fluctuante et continue et la meilleure définition de la thermocline doit minimiser les fluctuations dues, soit à la définition elle-même, aux erreurs expérimentales ou à un manque de données. La fluctuation moyenne de la profondeur de la thermocline, dans l'intervalle de temps (t_2-t_1), s'obtient en simplifiant par $y=Z_{TH}(t)$:

$$F_y = \overline{\left|\frac{dy}{dt}\right|} - \left|\overline{\frac{dy}{dt}}\right| \qquad (3.11)$$

$$F_y = \overline{|\dot{y}|} - |\bar{\dot{y}}| \qquad (3.12)$$

$$\overline{|\dot{y}|} = \int_{t_1}^{t_2} \left|\frac{dy}{dt}\right| . dt \; / \; (t_2-t_1) \qquad (3.13)$$

et

$$\bar{\dot{y}} = \int_{t_1}^{t_2} \left|\frac{dy}{dt}\right| \cdot dt \;/\; (t_2-t_1) \qquad (3.14)$$
$$= (y_2-y_1) \;/\; (t_2-t_1)$$

La fluctuation peut s'exprimer en pourcentage par jour en divisant F_y par la valeur moyenne de y, tel que :

$$\bar{y} = \int_{t_1}^{t_2} y \cdot dt \;/\; (t_2-t_1) \qquad (3.15)$$

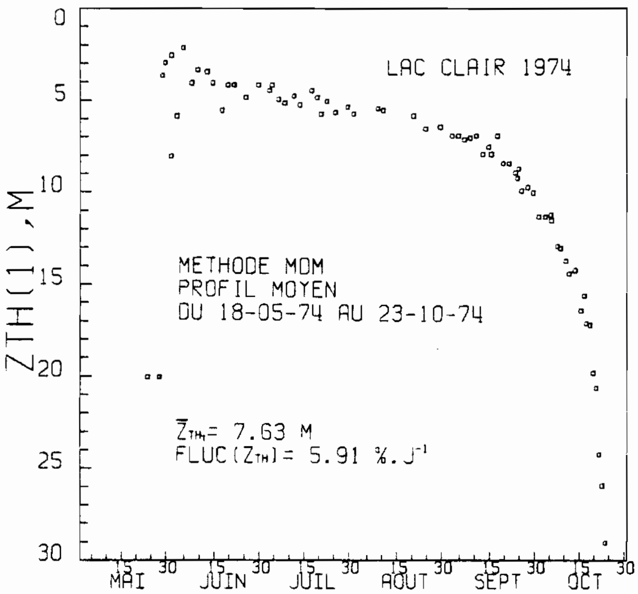
et

$$F_{yp} = F_y \;/\; \bar{y} \qquad (3.16)$$

Pour le cas réel de l'évolution quotidienne de la profondeur de la thermocline, on doit remplacer dans ces équations l'intégrale par une sommation et les accroissements dy et dt par Δy et Δt.

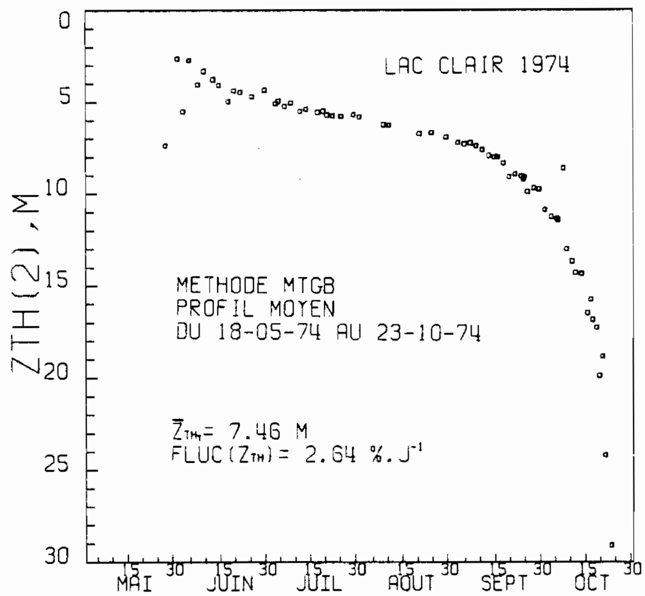
La figure 3.12 montre un exemple de l'évolution de la profondeur de la thermocline du profil moyen pour les 7 définitions étudiées. L'appendice A.8 montre l'évolution de cette profondeur pour les années 1973, 1975 et 1976 alors que les appendices A.9 et A.10 montrent pour les années 1973 à 1976, l'évolution de la température de la thermocline et de l'énergie au-dessus de la thermocline pour les 7 définitions. Sur chacune de ces figures, la valeur moyenne de la variable et sa fluctuation en %/j sont calculées du dégel jusqu'à la disparition de la thermocline.

Etant donné que la thermocline n'existe pas toujours pour certaines définitions dans la période printanière instable, et que cette période est intrinsèquement la plus fluctuante, la période stable de la thermocline



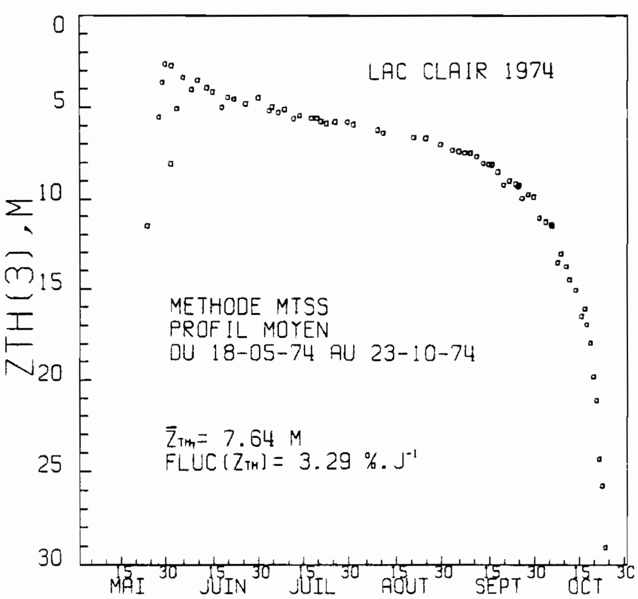
LAC CLAIR 1974
METHODE MOM
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{Z}_{TH}$= 7.63 M
FLUC(Z_{TH})= 5.91 %.J⁻¹
ZTH(1),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

(a)



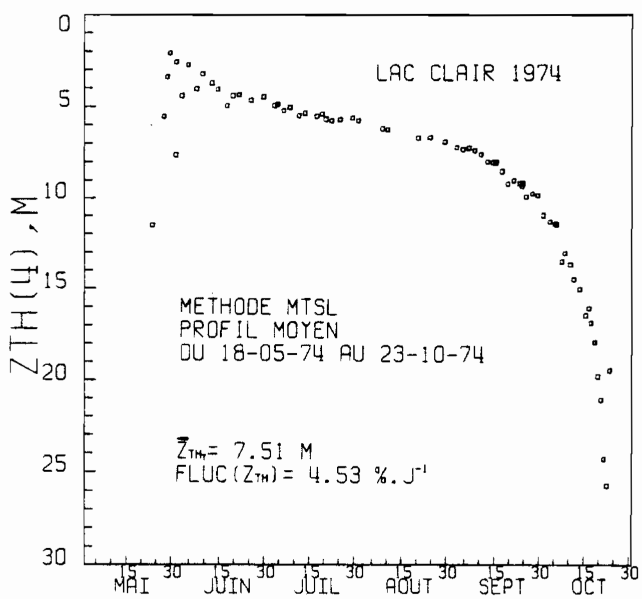
LAC CLAIR 1974
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{Z}_{TH}$= 7.46 M
FLUC(Z_{TH})= 2.64 %.J⁻¹
ZTH(2),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

(b)



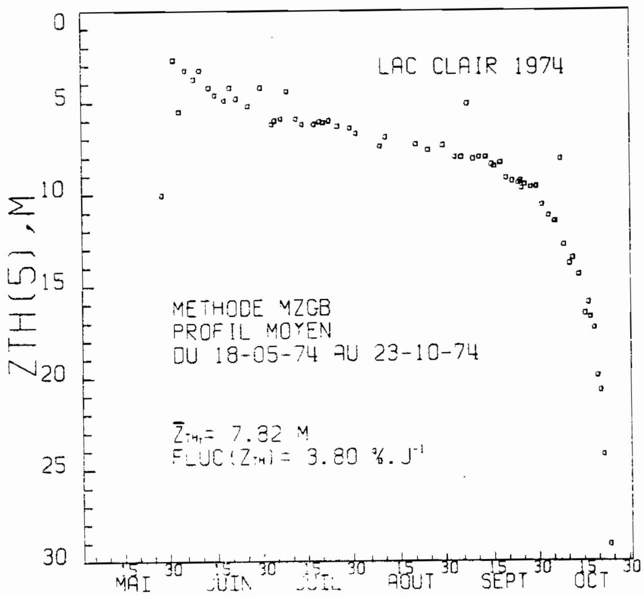
LAC CLAIR 1974
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{Z}_{TH}$= 7.64 M
FLUC(Z_{TH})= 3.29 %.J⁻¹
ZTH(3),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

(c)

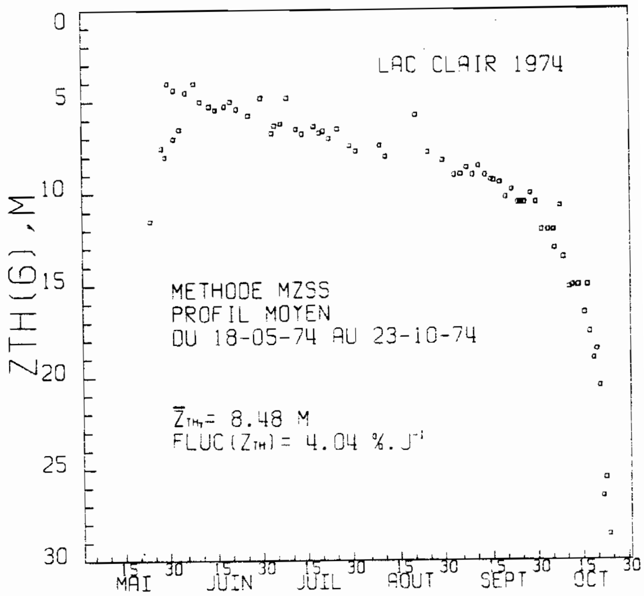


LAC CLAIR 1974
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{Z}_{TH}$= 7.51 M
FLUC(Z_{TH})= 4.53 %.J⁻¹
ZTH(4),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

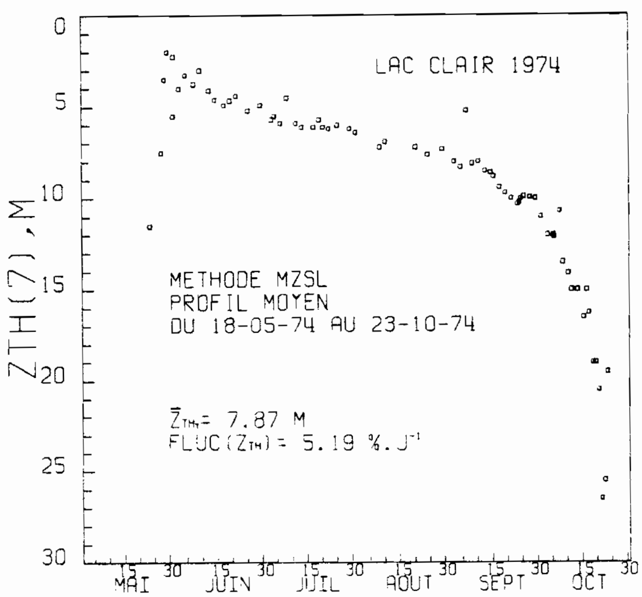
(d)



(e)



(f)



(g)

Figure 3.12 L'évolution de la profondeur moyenne de la thermocline du profil moyen pour 7 définitions au lac Clair en 1974. Les fluctuations indiquées sont calculées du dégel jusqu'à la disparition de la thermocline.

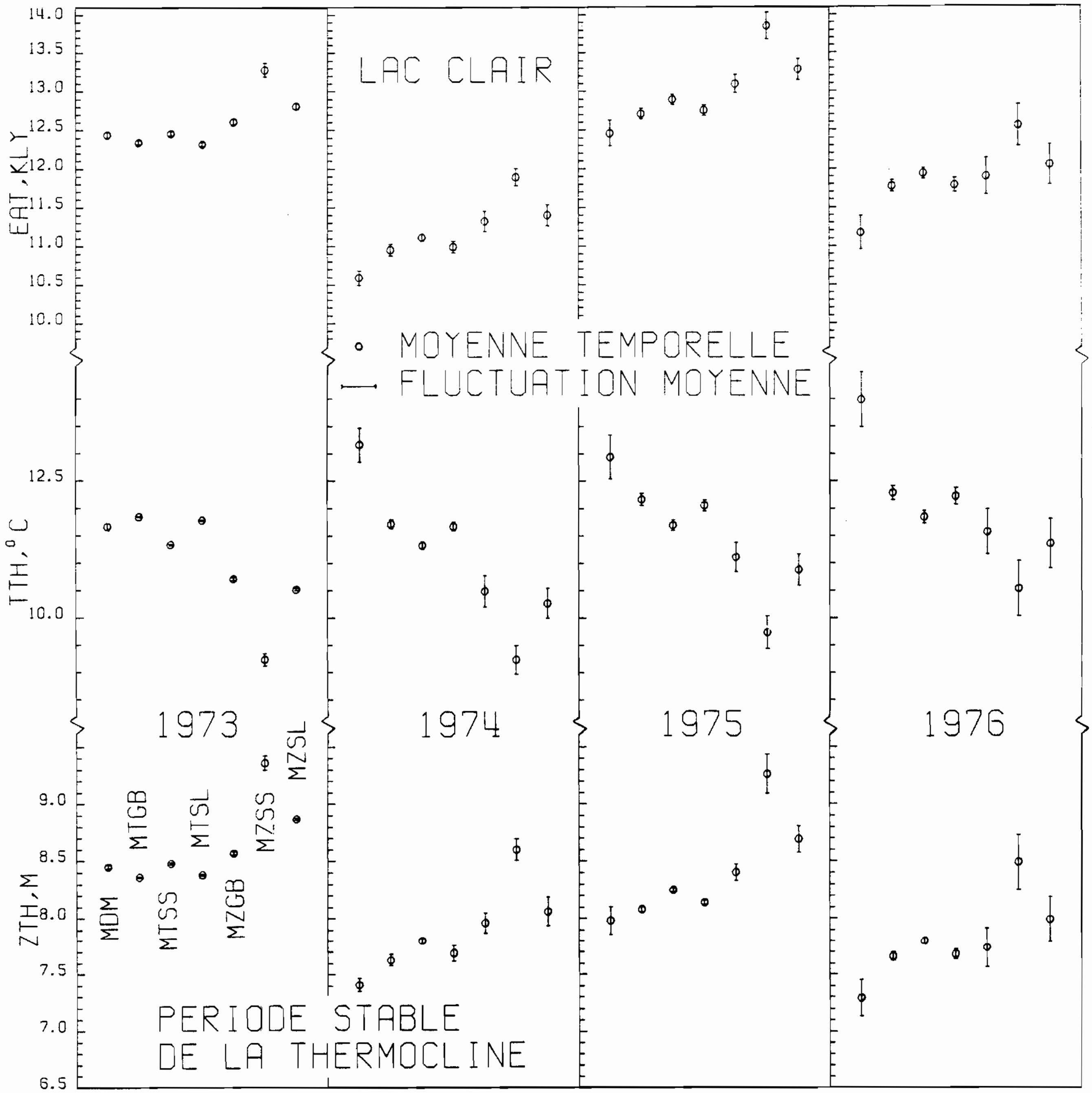


Figure 3.13 Les valeurs moyennes et les fluctuations moyennes des trois variables Z_{TH}, T_{TH}, et E_{AT} pour la période stable de la thermocline et pour 7 définitions au lac Clair de 1973 à 1976.

(voir tableau 1.3), qui comprend la période estivale stable et la période automnale instable, est choisie pour réaliser l'étude comparative des 7 définitions pour les années 1973 à 1974. Les résultats de cette étude montrés au tableau 3.4 et à la figure 3.13 nous amènent aux conclusions suivantes :

1- Les méthodes de type TTH sont celles dont les fluctuations sont minimales par rapport aux méthodes de type ZTH et à la méthode MDM dont les fluctuations sont du même ordre de grandeur que celles de type ZTH.

2- Il est difficile, à la simple vue de ces résultats, de décider l'ordre des définitions, de la moins fluctuante à la plus fluctuante. On peut y arriver en attribuant des points à chacune des méthodes selon son pourcentage moyen de fluctuation pour toutes les années et pour les trois variables au tableau 3.4 selon la règle suivante : 7 points pour la moins fluctuante en décroissant jusqu'à un point pour la plus fluctuante. On obtient de cette façon l'ordre de préséance des définitions avec le pointage entre parenthèses selon le troisième critère de sélection : MTSS (78), MTSL (70), MTGB (68), MZGB (39), MZSL (33), MDM (31), MZSS (19).

Cette classification ressemble presqu'en tout point à celle déjà obtenue plus haut, suite à l'examen des deux premiers critères de sélection. La seule différence est l'inversion des positions des méthodes MTSS et MTGB.

3.4 La meilleure définition décrivant l'évolution de la thermocline saisonnière au lac Clair

L'étude comparative réalisée à partir des trois critères de sélection a permis de montrer que les méthodes de type ZTH et la méthode MDM, basée sur la théorie de Brönsted et Wesenburg-Lund, sont les moins précises dans la description de la thermocline saisonnière au lac Clair. Ce qui est surprenant est le fait que cette étude démontre que les trois méthodes de type TTH, en plus d'être nettement supérieures aux quatre autres, sont à peu près équi-

Tableau 3.4 Les valeurs moyennes dans le temps de trois variables Z_{TH}, T_{TH} et E_{AT} et leurs fluctuations moyennes pour 7 définitions et pour la période stable de la thermocline de 1973 à 1976 au lac Clair.

	METHODE	$Z_{TH,T}$	FLUC(Z_{TH})		$T_{TH,T}$	FLUC(T_{TH})		$E_{AT,T}$	FLUC(E_{AT})	
		M	$M.J^{-1}$	$\%.J^{-1}$	^{0}C	$^{0}C.J^{-1}$	$\%.J^{-1}$	KLY	$KLY.J^{-1}$	$\%.J^{-1}$
	MDM	8.45	0.033	0.39	11.67	0.125	1.07	12.44	0.079	0.64
	MTGB	8.36	0.013	0.16	11.85	0.020	0.17	12.34	0.057	0.46
	MTSS	8.48	0.015	0.18	11.34	0.032	0.28	12.46	0.061	0.49
1973	MTSL	8.38	0.012	0.14	11.79	0.019	0.16	12.32	0.057	0.46
	MZGB	8.57	0.029	0.34	10.71	0.059	0.55	12.61	0.075	0.59
	MZSS	9.36	0.123	1.32	9.24	0.229	2.47	13.28	0.176	1.32
	MZSL	8.87	0.020	0.23	10.52	0.053	0.50	12.81	0.075	0.59
	MDM	7.41	0.116	1.57	13.16	0.620	4.71	10.59	0.189	1.78
	MTGB	7.63	0.102	1.34	11.72	0.167	1.42	10.95	0.155	1.41
	MTSS	7.80	0.047	0.60	11.33	0.138	1.22	11.11	0.097	0.87
1974	MTSL	7.69	0.139	1.81	11.68	0.156	1.34	10.99	0.149	1.36
	MZGB	7.96	0.178	2.24	10.49	0.570	5.44	11.32	0.258	2.28
	MZSS	8.60	0.192	2.24	9.24	0.532	5.76	11.89	0.225	1.89
	MZSL	8.06	0.252	3.12	10.27	0.550	5.36	11.40	0.275	2.41
	MDM	7.98	0.242	3.03	12.94	0.797	6.16	12.46	0.338	2.71
	MTGB	8.08	0.054	0.67	12.17	0.217	1.78	12.71	0.143	1.13
	MTSS	8.25	0.035	0.42	11.70	0.200	1.71	12.89	0.134	1.04
1975	MTSL	8.14	0.040	0.49	12.06	0.208	1.72	12.75	0.139	1.09
	MZGB	8.40	0.141	1.68	11.11	0.542	4.88	13.09	0.227	1.73
	MZSS	9.26	0.341	3.69	9.74	0.594	6.10	13.85	0.350	2.53
	MZSL	8.69	0.238	2.74	10.88	0.571	5.25	13.28	0.273	2.05
	MDM	7.29	0.320	4.39	13.98	1.008	7.21	11.17	0.432	3.87
	MTGB	7.66	0.074	0.97	12.28	0.259	2.11	11.77	0.156	1.32
	MTSS	7.80	0.061	0.79	11.84	0.224	2.06	11.93	0.140	1.17
1976	MTSL	7.68	0.086	1.12	12.22	0.301	2.46	11.78	0.179	1.52
	MZGB	7.74	0.345	4.46	11.57	0.830	7.18	11.89	0.472	3.97
	MZSS	8.49	0.479	5.65	10.53	1.020	9.68	12.55	0.538	4.28
	MZSL	7.99	0.393	4.91	11.35	0.910	8.01	12.04	0.515	4.27

valentes globalement. Cependant, à cause de la plus grande importance des deux premiers critères sur la troisième et de l'arbitraire du gradient limite fixe de $1^{0}C/m$, qui ne permet pas toujours de définir une thermocline dans certains bassins et tard à l'automne dans un lac comme le lac Clair, on élimine respectivement les méthodes MTSL et MTGB au profit de la méthode MTSL. Cette définition de la thermocline sera dorénavant utilisée dans les modèles de prédiction de l'énergie interne du lac Clair.

Chapitre 4

ETUDE DE MODELES POUR LA PREDICTION DE L'ENERGIE INTERNE DU LAC CLAIR

4.1 L'approche scientifique dans l'élaboration des modèles de prédiction

L'objectif premier de cette étude, dont l'essentiel a été schématisé aux équations (1.20) et (1.21), est de pouvoir prédire l'énergie interne du lac Clair à partir de la température de surface et de la profondeur de la thermocline, en tenant compte de la morphométrie du bassin. Etant donné que l'étude expérimentale a permis d'obtenir de nombreux profils thermiques, il est possible de connaître simultanément, l'énergie moyenne par unité d'aire, E_{TA}, la température moyenne, T_{ML}, la température de surface, T_s, et la profondeur de la thermocline, Z_{TH}, selon la définition MTSL.

L'approche scientifique consiste à examiner les relations existant entre T_s, T_{ML} et Z_{TH}, à l'aide des régressions linéaires multiples (voir théorie à l'appendice B), dont le principe de base repose sur la minimisation de la somme des résidus au carré pour une fonction donnée. Cette méthode permet d'obtenir les meilleurs coefficients, B_i, leurs écarts-types, SB_i, le coefficient de corrélation, R, et l'erreur standard, E_{ss}, qui représente l'erreur moyenne due à l'imperfection du lissage par la fonction proposée.

Pour chacune des fonctions mathématiques proposées, on procède à des calculs par régression linéaire multiple, pour la période thermique du cycle annuel étudiée et pour l'ensemble des années. Si les données sont suffisamment nombreuses et bien réparties dans le temps, à l'intérieur de la période thermique, les paramètres obtenus de la régression ont des chances d'être semblables d'une année à l'autre. Si le phénomène s'y prête et que ces conditions sont remplies, on peut affirmer que le phénomène peut être décrit par le "modèle proposé", lequel est représenté par l'équation mathématique ayant servi à la régression. Il reste alors à procéder à l'optimisation des paramètres du modèle, afin de pouvoir prédire l'évolution de l'énergie interne, ou de toute variable dépendante, avec le minimum d'incertitude pour l'ensemble des années étudiées et de celles à venir.

Si B_{ij} représente le coefficient de rang i pour l'année j, on détermine à partir de ceux-ci les valeurs minimales et maximales, B_i^{MIN} et B_i^{MAX}, qu'on a soin d'arrondir suffisamment par le bas et par le haut respectivement. On définit pour chacun des paramètres un accroissement ΔB_i, tel que

$$\Delta B_i = (B_i^{MAX} - B_i^{MIN}) / DIV \tag{4.1}$$

où DIV est le nombre de subdivisions pour chaque paramètre du modèle. En faisant varier les paramètres B_i selon toutes les combinaisons possibles, de leurs valeurs minimales B_i^{MIN} à leurs valeurs maximales B_i^{MAX} par saut ΔB_i, on procède au calcul de la fonction Y', selon le modèle proposé pour tous les événements expérimentaux mesurés au cours des années de l'étude. L'erreur standard annuelle du modèle, E_{ss}^{m} , est obtenue en comparant la valeur calculée Y' avec la valeur expérimentale Y selon l'équation (B.8) et on totalise ces erreurs pour l'ensemble des années par

$$SE = \sum_j E_{ssj}^{m} \tag{4.2}$$

Les paramètres optima sont obtenus quand la somme des erreurs standards, SE, devient minimale.

Théoriquement, nous savons que la somme des erreurs standards minimale, SE_{MIN}, doit obéir à la relation

$$SE_{MIN} \geq SE_{REG} \tag{4.3}$$

où

$$SE_{REG} = \sum_j E_{ssj} \tag{4.4}$$

dans laquelle E_{ssj} est l'erreur standard due à la régression linéaire multiple pour l'année j. En plus de l'erreur standard du modèle, la connaissance de Y et Y' permet de définir un coefficient de corrélation pour le modèle selon l'équation (B.4), dont la valeur annuelle doit toujours être inférieure ou égale à celle obtenue de la régression.

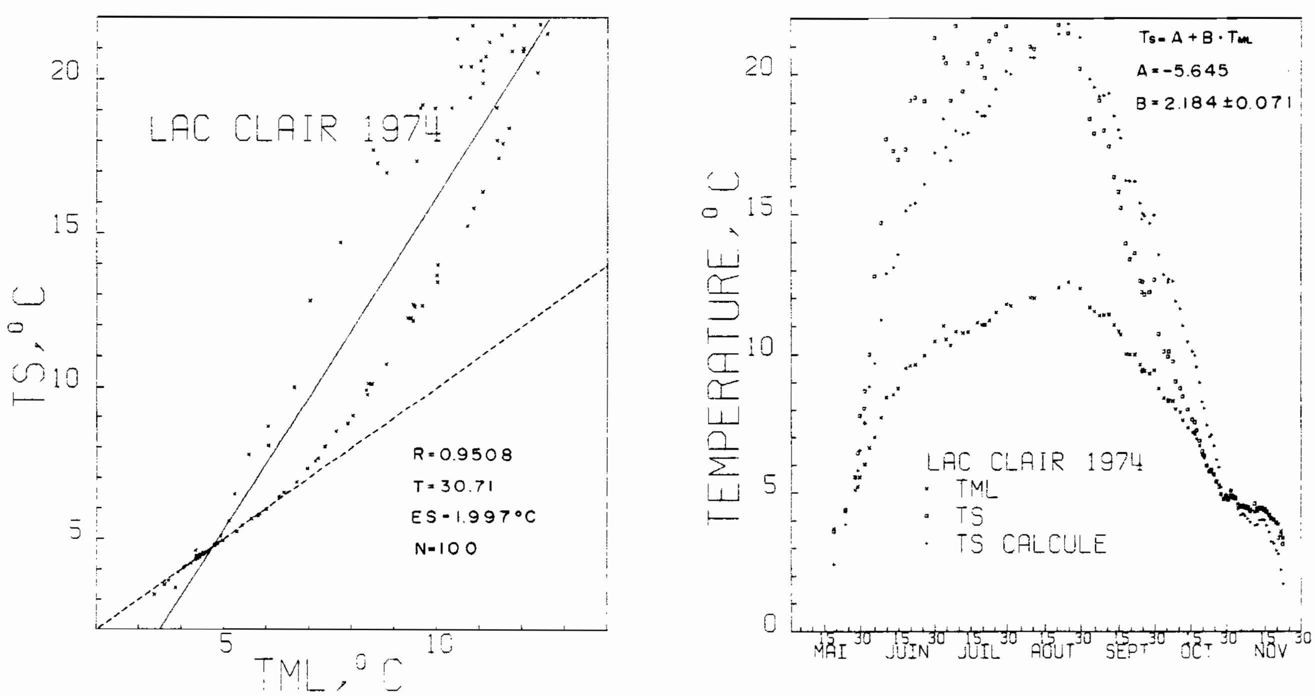
En résumé, le meilleur modèle est celui pour lequel SE_{MIN} tend vers SE_{REG} ou encore, celui pour lequel les coefficients de corrélation annuels du modèle sont dans l'ensemble, le plus près de ceux obtenus par la régression en même temps que celui qui, d'une façon absolue, donne les coefficients de corrélations les plus élevés et les erreurs standards les plus faibles.

4.2 Les corrélations entre T_s et T_{ML} pour la période estivale complète - Modèles linéaire, exponentiel et puissance de T_{ML}.

Il ne fait aucun doute qu'il existe une certaine corrélation entre l'énergie d'un bassin et sa température de surface. A des fins exploratives, il peut être intéressant de considérer toutes les données simultanées de T_s et T_{ML} pour la saison estivale complète, du dégel au gel définitif, et de les mettre en corrélation selon des fonctions simples : soit les fonctions linéaires, exponentielle et puissance de T_{ML}. Les figures 4.1 à 4.3 illustrent ces corrélations pour l'année 1974, alors que les appendices A.11 à A.13 montrent, dans le même ordre, les corrélations pour les années 1973, 1975 et 1976 au lac Clair.

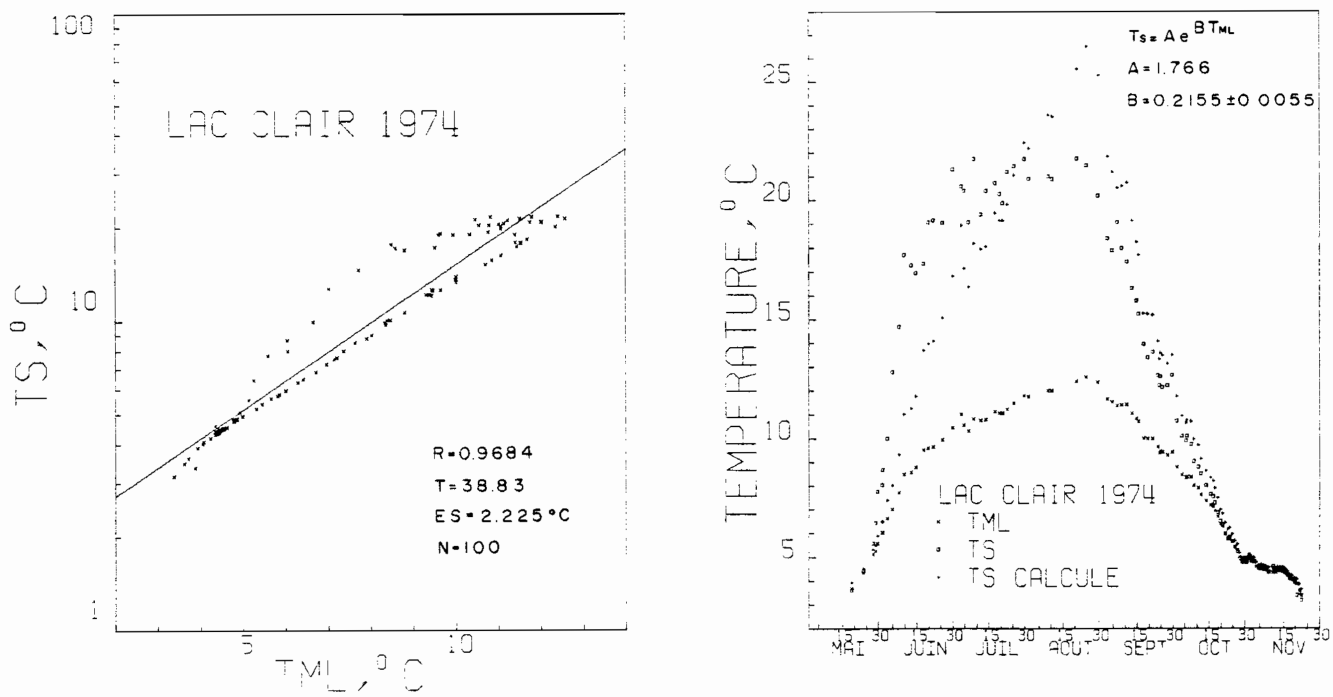
La relation linéaire est instructive pour décrire l'évolution thermique du bassin sur le cycle estival entier. La figure 4.1(a) nous fait voir deux droites : la première, passant à travers les points, est la droite de la meilleure régression linéaire et la deuxième, en pointillée, est appelée "droite isotherme" en ce sens qu'elle correspond à une situation de continuelle isothermie du bassin. De plus, la figure montre clairement que les points forment une courbe en "cycle d'hystérésis". D'abord, on affirme qu'il y a un "cycle", du fait qu'au printemps, le lac est quasi-isotherme à $4^{o}C$, puis T_s et T_{ML} évoluent d'une façon telle que les points avancent dans le sens horaire par rapport à la droite de régression et, à la fin de l'automne, tout le lac revient à la position initiale, soit à l'isothermie de $4^{o}C$. En second lieu, on le qualifie de cycle "d'hystérésis" à cause du retard quasi-constant qui existe entre la cause (T_s) et l'effet (T_{ML}).

On retrouve sur ce cycle estival les quatre périodes thermiques. La période printanière instable correspond à la montée rapide de T_S, de 4^OC à environ 15^OC, pendant que T_{ML} augmente beaucoup plus lentement. Avec l'installation d'une thermocline permanente, qui évolue lentement au lac Clair au cours de la période estivale stable, on assiste à une augmentation continuelle et relativement lente de T_{ML}, alors que la température T_S est très variable, sa valeur se situant en général entre 19 et 25^OC : ce sont les points regroupés au haut de la figure 4.1(a). Sous la droite de régression, on aperçoit nettement le refroidissement du bassin qui se produit en période automnale instable, laquelle se termine lorsque les points viennent rencontrer la droite isotherme. C'est alors que commence la période de retournement automnal, les points de corrélation demeurant sur la droite isotherme jusqu'à ce qu'on atteigne 4^OC.



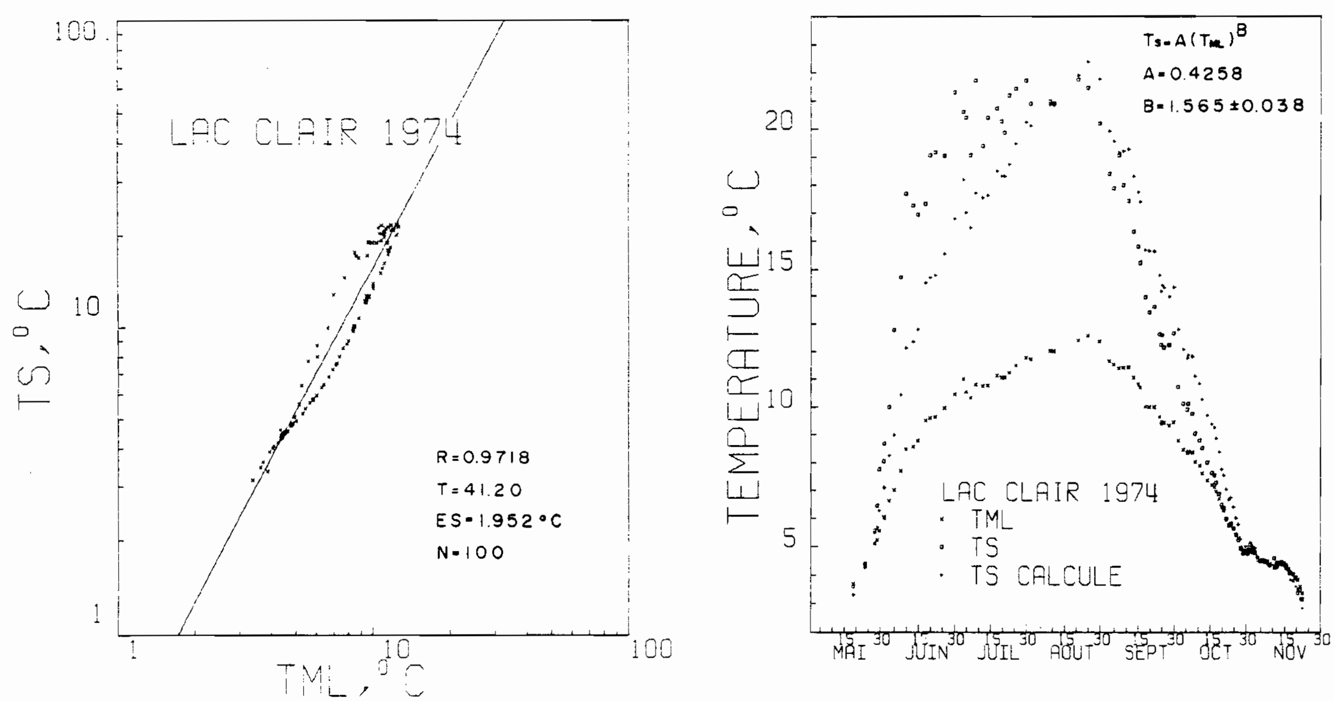
(a) (b)

Figure 4.1 Corrélation linéaire entre T_S et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1974.



(a) (b)

Figure 4.2 Corrélation exponentielle entre T_s et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1974.



(a) (b)

Figure 4.3 Corrélation puissance entre T_s et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1974.

TABLEAU 4.1 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET TML POUR LA SAISON ESTIVALE ENTIERE AU LAC CLAIR.
TS=A+B.TML

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ES °C
1973	31	-3.625	1.8049	7.36	14.488	13.365	0.9295	1.960
1974	100	-5.645	2.1838	3.29	14.160	13.786	0.9508	1.998
1975	92	-3.758	1.8793	3.67	15.471	15.567	0.9444	1.946
1976	125	-4.287	1.9649	3.83	15.308	15.033	0.9203	2.247

TABLEAU 4.2 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA SAISON ESTIVALE ENTIERE AU LAC CLAIR.
TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ES °C
1973	31	1.541	0.2248	5.48	14.448	14.911	0.9591	2.084
1974	100	1.766	0.2155	2.60	14.160	14.151	0.9684	2.225
1975	92	3.074	0.1487	3.83	15.471	15.507	0.9399	2.059
1976	125	2.406	0.1767	3.50	15.308	15.111	0.9321	2.564

TABLEAU 4.3 CORRELATION PUISSANCE ENTRE TS ET TML POUR LA SAISON ESTIVALE ENTIERE AU LAC CLAIR.

$TS=A.TML^{B}$

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ES °C
1973	31	0.4934	1.460	4.22	14.448	13.420	0.9752	1.889
1974	100	0.4258	1.565	2.45	14.160	13.639	0.9718	1.953
1975	92	0.7132	1.312	3.37	15.471	15.434	0.9524	1.917
1976	125	0.5711	1.417	3.01	15.308	14.901	0.9484	2.261

La relation exponentielle, montrée à la figure 4.2(a), est également très démonstrative. Le cycle d'hystérésis selon cette fonction peut être subdivisé en trois parties. Il y a d'abord la montée printanière qui peut être approximée par une droite de pente plus élevée que la pente moyenne de la corrélation, sur le graphique semi-logarithmique, puis en période estivale stable, une deuxième droite, de faible pente, pourrait estimer la croissance de T_{ML} et, finalement, la troisième partie du cycle thermique correspond à la période de refroidissement automnal. Cette partie du cycle est étonnamment linéaire, ce qui implique une très forte corrélation entre T_s et T_{ML} en période automnale, sans qu'on eut à faire intervenir la profondeur de la thermocline, laquelle, il faut le souligner, varie rapidement et significativement au cours de cette période.

La relation puissance, illustrée à la figure 4.3(a), démontre également un cycle d'hystérésis entre T_s et T_{ML}. Cependant, hormis une certaine régularité dans la suite des événements, ce cycle n'a rien de particulier.

Les tableaux 4.1 à 4.3 et les figures 4.1(b) à 4.3(b) expriment les résultats des trois régressions proposées. En plus du nombre d'événements n, des paramètres A et B et de l'erreur relative sur B, les tableaux montrent les valeurs moyennes dans le temps de T_s expérimental, et de T_s calculé avec le modèle proposé, les coefficients de corrélation R et les erreurs standards qu'on a pris soin d'exprimer en degrés celcius selon l'équation (B.9).

Même si le modèle puissance de T_{ML} semble le meilleur des trois en comparant les coefficients de corrélation R, et l'erreur standard, E_s, aucun de ceux-ci n'est satisfaisant pour l'ensemble du cycle estival, puisque l'erreur standard pour chacun est de l'ordre de 2^oC. La structure régulière du cycle d'hystérésis, par opposition à une structure de points très fluctuants, qui aurait donné exactement la même réponse dans l'étude corrélative, soit les mêmes paramètres et la même erreur standard de 2^oC, suggère l'utilisation de fonctions plus appropriées qui tiendrait compte de la profondeur de la thermocline, et la subdivision du cycle estival en périodes thermiques, où ces fonctions auraient le maximum de précision.

4.3 Les corrélations entre T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable - Modèles linéaire et puissance de T_{ML} et Z_{TH}.

La période avec thermocline stable (voir tableau 1.3) couvre la plus grande partie du cycle thermique estival, et, pour cette raison, il est intéressant de chercher un modèle optimal pour décrire l'évolution de l'énergie interne de cette période, qui s'étend du début de la stratification permanente, vers la fin de mai au lac Clair, jusqu'à la disparition de la thermocline qui survient vers la fin du mois d'octobre. D'autre part, l'analyse des corrélations avec les seules variables T_s et T_{ML}, a montré le besoin d'inclure la profondeur de la thermocline dans la description du cycle thermique estival.

Pour atteindre cet objectif, on procède à l'étude de deux modèles, le premier linéaire et l'autre puissance, de T_{ML} et Z_{TH} pour lesquels la formulation mathématique est donnée respectivement par :

$$T_s = A + B \cdot T_{ML} + C \cdot Z_{TH} \qquad (4.5)$$

$$T_s = A \cdot T_{ML}^{B} \cdot Z_{TH}^{C} \qquad (4.6)$$

Les figures 4.4 et 4.5 illustrent ces deux modèles pour l'année 1974 au lac Clair, alors qu'on retrouve aux appendices A.14 et A.15, les figures des corrélations linéaire et puissance pour les années 1973, 1975, 1976 et 1977. Les principaux résultats de l'étude corrélative de ces deux modèles sont résumés aux tableaux 4.4 et 4.5.

L'examen des différentes figures montre que la corrélation linéaire est nettement inadéquate, alors qu'on obtient une amélioration nette en utilisant la corrélation puissance. De plus, aux tableaux 4.4 et 4.5, on constate que l'erreur standard de la variable dépendante T_s, est de l'ordre de 1.3^oC pour la régression linéaire, alors qu'elle atteint environ 0.65^oC pour la régression puissance. On note également une supériorité évidente de cette dernière régression pour les points suivants :

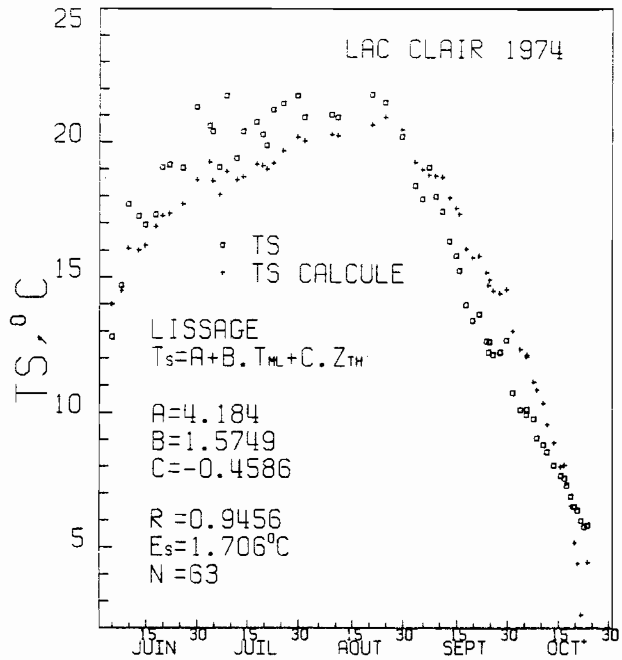


Figure 4.4 Corrélation linéaire entre T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Clair en 1974.

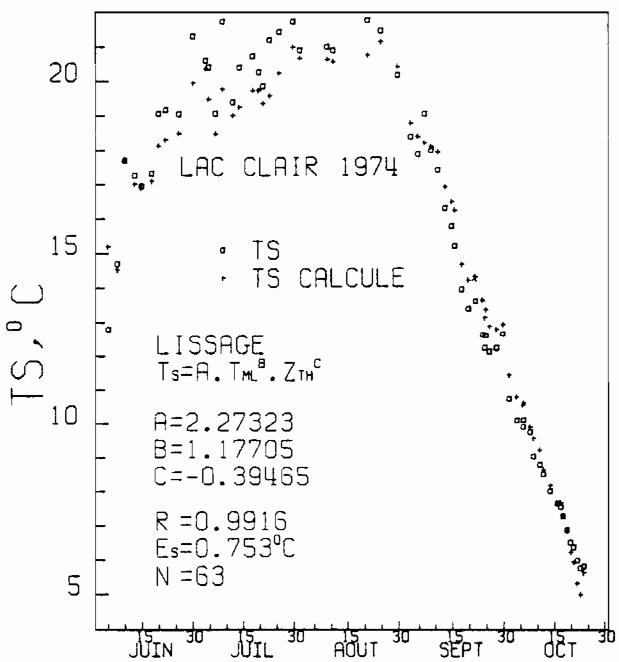


Figure 4.5 Corrélation puissance entre T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Clair en 1974.

TABLEAU 4.4 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR.

TS=A+B.TML+C.ZTH

ANNEE	N	A	B	C	SB/B	SC/C	TS, °C EXP	TS, °C LISS	R	ES °C
1973	16	30.57	-0.271	-1.3760	199.7	17.24	16.996	16.076	0.9661	1.157
1974	63	4.184	1.5749	-0.4586	11.31	13.57	17.118	16.831	0.9456	1.706
1975	78	4.438	1.6657	-0.7188	3.59	6.98	17.484	17.421	0.9744	1.072
1976	97	6.467	1.4347	-0.6317	7.74	8.45	17.636	17.393	0.9375	1.548
1977	60	5.112	1.4265	-0.4834	6.03	9.08	15.447	15.904	0.9603	0.919

TABLEAU 4.5 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B	SC/C	TS, °C EXP	TS, °C LISS	R	ESS	ES °C
1973	16	11.1005	0.72050	-0.64821	8.78	4.55	16.996	16.915	0.9982	0.0201	0.268
1974	63	2.27323	1.17705	-0.39465	3.68	4.36	17.118	16.901	0.9916	0.0531	0.753
1975	78	2.81944	1.15051	-0.48110	1.75	2.95	17.484	17.418	0.9931	0.0358	0.618
1976	97	2.52912	1.15597	-0.43574	2.52	3.01	17.636	17.490	0.9902	0.0442	0.673
1977	60	2.54868	1.11253	-0.39644	3.07	4.32	15.477	15.669	0.9879	0.0374	0.602

1- son coefficient de corrélation annuel est en général supérieur à 0.99, comparativement à des valeurs variant de 0.93 à 0.97 pour la régression linéaire. 2- les erreurs absolues ou relatives des paramètres B et C sont nettement plus faibles pour cette corrélation. 3- les écarts entre les moyennes temporelles de T_s expérimental et de T_s obtenu du lissage sont moindres pour la corrélation puissance.

4.4 Optimisation du meilleur modèle pour la période avec thermocline stable

En faisant exception de l'année 1973 pour laquelle les données sont inexistantes pendant la période estivale stable, le tableau 4.5 nous permet de constater que les paramètres A, B et C de la corrélation puissance, varient peu d'une année à l'autre, chacun d'eux possédant une certaine marge d'incertitude exprimée par les écarts-types, SB et SC. L'automne 1977 n'ayant pas été étudié d'une façon aussi intensive que pendant les autres années, l'optimisation du modèle puissance est réalisée en utilisant les données des années 1974, 1975 et 1976, selon la procédure expliquée plus haut dont l'essentiel est résumé par les équations (4.1) à (4.4).

Pour chacun des paramètres A, B et C, on fixe des limites de variation minimale et maximale permettant d'inclure largement les variations annuelles de ces paramètres. Ainsi :

$$\begin{aligned} 2.27 &\leq A \leq 2.83 \\ 1.15 &\leq B \leq 1.18 \\ -0.436 &\leq C \leq -0.390 \end{aligned} \tag{4.7}$$

En choisissant le nombre DIV=10, les accroissements respectifs de chacun des paramètres sont selon l'équation (4.1)

$$\begin{aligned} \Delta A &\simeq 0.05 \\ \Delta B &\simeq 0.003 \\ \Delta C &\simeq 0.0036 \end{aligned} \tag{4.8}$$

On procède ensuite à la simulation de T_S avec l'équation (4.6) du modèle puissance de T_{ML} et Z_{TH}, pour l'ensemble des années 1974 à 1976, et pour chacune des combinaisons possibles des paramètres, qu'on fait varier indépendamment l'un de l'autre par leur accroissement respectif, des valeurs minimales aux valeurs maximales de chacun. Pour chacune des 1331 simulations effectuées, on calcule la somme des erreurs standards selon l'équation (4.2) et on retient comme modèle optimal, celui pour lequel cette somme est minimale. Les paramètres optima dans le système d'unité MKS sont *

$$A = 2.56819 \ {}^{o}C^{1-B}/m^{C}$$

$$B = 1.14700 \qquad (4.9)$$

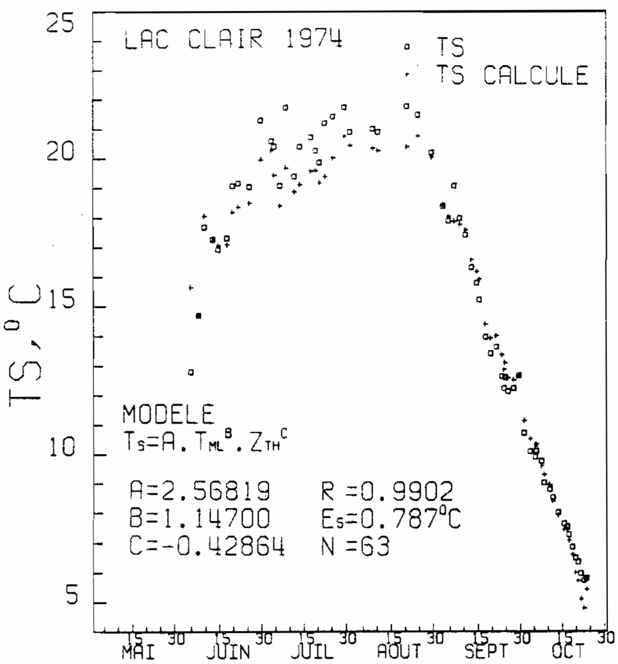
$$C = -0.42864$$

La figure 4.6 montre le résultat de la simulation de T_S pour les années 1974 à 1976 avec le modèle optimal. La correspondance entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées par le modèle est remarquable. Quant au tableau 4.6, il compare, pour chacune des années, les principaux résultats de l'analyse corrélative et ceux réalisés avec le modèle optimal.

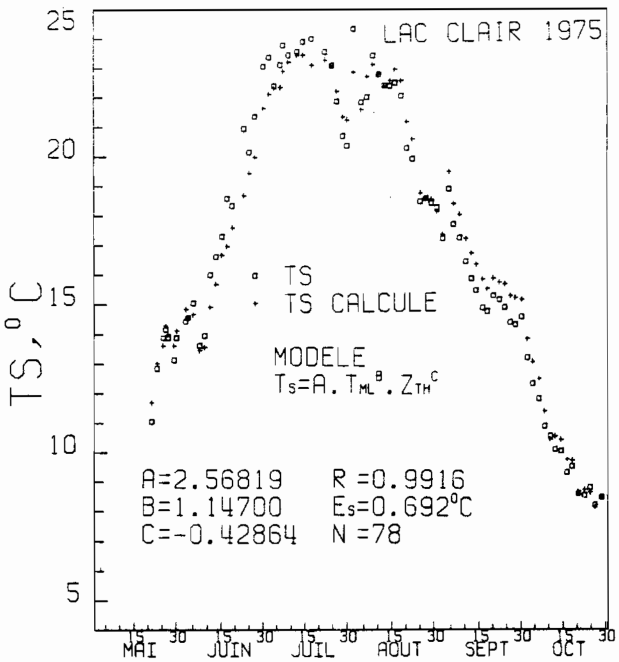
Pour les années utilisées dans les calculs d'optimisation, soit de 1974 à 1976, on constate que les erreurs standards E_S du modèle optimal, sont toujours légèrement supérieures à celles obtenues par la meilleure corrélation annuelle, les différences étant respectivement de 1974 à 1976, $0.034^{o}C$, $0.074^{o}C$ et $0.012^{o}C$. Par ailleurs, l'inéquation (4.3) est respectée puisque $SE_{MIN} = 0.1420$, alors que $SE_{REG} = 0.1331$.

Les coefficients de corrélation R du modèle optimal sont tous de l'ordre de 0.99, et on remarque qu'ils sont tous, comme prévu, inférieurs aux valeurs du meilleur lissage et que leurs valeurs sont très rapprochées de ces dernières. Quant à la moyenne temporelle de T_S, la différence est quasi-nulle entre la valeur moyenne du modèle et la valeur moyenne expérimentale pour 1975 et 1976, soit respectivement $0.006^{o}C$ et $0.029^{o}C$, alors qu'en 1974 cette différence s'établit à $0.410^{o}C$.

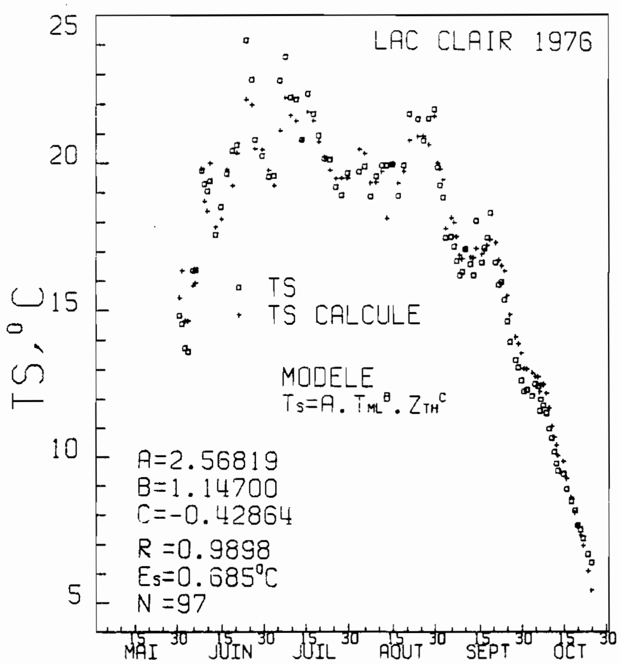
* On peut facilement démontrer (voir appendice G) que B et C sont sans dimension. En conséquence, les unités de A sont T^{1-B}/L^{C} ou en MKS ${}^{o}C^{1-B}/m^{C}$ en l'absence de toute hypothèse particulière ou "a priori" sur les valeurs relatives des coefficients A, B et C.



(a)



(b)



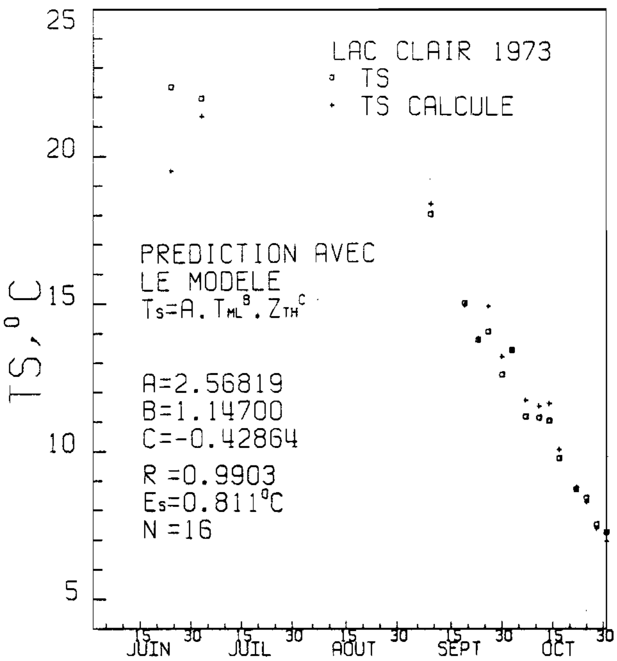
(c)

Figure 4.6 Modèle puissance unique pour la prédiction de T_s pour la période avec thermocline stable au lac Clair de 1974 à 1976.

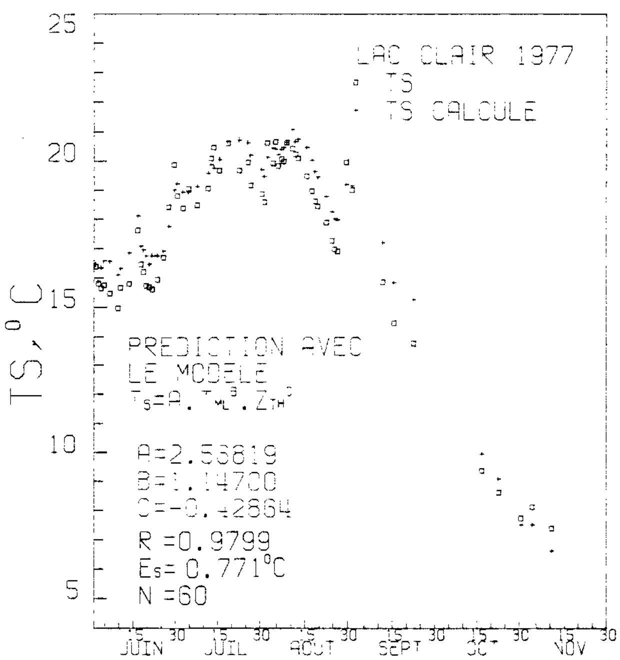
TABLEAU 4.6 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1974,1975 ET 1976. LE TABLEAU MONTRE LA PREDICTION DE TS POUR LES ANNEES 1973 ET 1977 AVEC LE MODELE OPTIMAL. PERIODES STABLES DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR, ALLANT DU DEBUT DE LA STABILITE A LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1973		1974		1975		1976		1977	
	LISSAGE	PREDICTION	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	PREDICTION
A	11.1005	2.56819	2.27323	2.56819	2.81944	2.56819	2.52912	2.56819	2.54868	2.56819
B	0.72050	1.14700	1.17705	1.14700	1.15051	1.14700	1.15597	1.14700	1.11253	1.14700
C	-0.64821	-0.42864	-0.39470	-0.42864	-0.48110	-0.42864	-0.43574	-0.42864	-0.39644	-0.42864
ESS	0.0201	0.0464	0.0531	0.0573	0.0358	0.0395	0.0442	0.0452	0.0374	0.0482
ES, °C	0.268	0.811	0.753	0.787	0.618	0.692	0.673	0.685	0.602	0.771
ES, %	1.58	4.77	4.40	4.60	3.53	3.96	3.82	3.89	3.89	4.98
R	0.9982	0.9903	0.9916	0.9902	0.9931	0.9916	0.9902	0.9898	0.9879	0.9799
TS, °C	16.915	16.903	16.901	16.708	17.418	17.478	17.490	17.617	15.669	16.062
TS, °C EXP	16.996		17.118		17.484		17.636		15.477	



(a)



(b)

Figure 4.7 Prédiction avec le modèle puissance pour la période avec thermocline stable au lac Clair en 1973 et 1977.

Suite à ces résultats, il est permis d'affirmer que le modèle optimal permet de simuler adéquatement l'évolution de l'énergie interne du lac Clair pour les années de 1974 à 1976 qui ont servi de base à son établissement.

On peut maintenent se poser la question suivante : "Est-ce que le modèle optimal est capable de prédire avec une précision raisonnable, la température de surface selon l'équation (4.6) pour les années 1973 et 1977 au lac Clair ?" La figure 4.7 répond clairement à cette question en démontrant une excellente prédiction de la température de surface pour ces deux années. Le tableau 4.6 montre que les erreurs standards pour les prédictions de 1973 et 1977 sont du même ordre de grandeur que celles obtenues pour les années 1974 à 1976, soit respectivement $0.811^{o}C$ et $0.771^{o}C$. De plus, les coefficients de corrélation de la prédiction sont élevés, soit 0.99 et 0.98 respectivement,des valeurs légèrement inférieures à celles du meilleur lissage.

En conclusion, de ce chapitre, on peut affirmer que le modèle puissance de T_{ML} et de Z_{TH} est le plus approprié pour simuler l'évolution de la température de surface T_s au lac Clair pour l'ensemble des années étudiées et pour la période avec thermocline stable. En modifiant l'équation (1.18) par l'introduction d'un coefficient de conversion, $k_e = 4.1840 \cdot 10^6$ $J/m^3 \cdot {}^{o}C$, pour passer du système CGS au système MKS et en posant $\overline{\rho c} \approx 1.0$, on a

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T_{ML} \qquad (4.10)$$

où E_{TA} s'exprime en J/m^2. En obtenant T_{ML} de l'équation (4.6), on obtient finalement l'équation donnant l'énergie moyenne du lac Clair en connaissant uniquement T_s et Z_{TH} en plus de $\bar{Z}$ qui est une constante pour ce lac, soit 13.44 mètres. Ainsi dans le système d'unités MKS et avec les valeurs A, B et C de l'équation (4.9), on a :

$$E_{TA} = D \cdot T_s^E \cdot Z_{TH}^F \qquad (4.11)$$

où

$$D = A^{-1/B} \cdot k_e \cdot \bar{Z} = 2.47093 \cdot 10^7 \ J/(^oC^E \cdot m^{2+F}) \ *$$

$$E = 1 / B = 0.87184 \qquad (4.12)$$

$$F = -C / B = 0.37371$$

* Consulter l'appendice G, section G.3, pour une analyse dimensionnelle plus complète de l'équation (4.11).

Chapitre 5
Prédiction de l'énergie interne en période automnale

5.1 Le besoin d'une étude détaillée de la période automnale instable

Météorologiquement, la période automnale instable est la période de l'année pendant laquelle les bassins fournissent des quantités d'énergie importantes à l'atmosphère, à cause d'un bilan d'énergie quotidien presque toujours négatif, période qui s'étend, en général, des dernières semaines d'août à la fin d'octobre. L'existence d'un bilan énergétique défavorable en surface a comme conséquence directe de créer une légère inversion dans les premières couches d'eau, laquelle entretient une continuelle isothermie dans l'épilimnion (voir figure 1.3b). Ainsi, la stabilité relative de la température de surface pendant cette période, comparativement aux variations importantes qui se produisent en période estivale stable, permettra sûrement d'augmenter la précision des modèles de prédiction de l'énergie interne.

L'étude de la corrélation exponentielle entre T_s et T_{ML} pour la saison estivale entière (voir figure 4.2a), a montré que cette corrélation est très forte en période automnale. Par ailleurs, on a introduit au chapitre précédent une fonction puissance de T_{ML} et de Z_{TH}, qui permet de prédire correctement l'énergie interne du lac Clair, pour la période avec thermocline stable. Dans la recherche d'une fonction la plus idéale possible pour décrire le phénomène d'automne, on peut suggérer deux autres modèles basés sur l'emploi simultané de T_s, T_{ML} et Z_{TH}, et qui sont des variantes des deux premiers. Ainsi donc, on étudiera les quatre modèles suivants :

1- le modèle exponentiel simple entre T_s et T_{ML}

2- le modèle exponentiel multiple entre T_s, T_{ML} et Z_{TH}

3- le modèle mixte exponentiel-puissance entre T_s, T_{ML} et Z_{TH}

4- le modèle puissance entre T_s, T_{ML} et Z_{TH}

Pour chacun de ces modèles, on procédera à une optimisation des paramètres en basant l'étude sur les périodes automnales instables de 1973 à 1976, et les équations de prédiction de l'énergie interne seront établies afin de simuler les phénomènes thermiques d'automne de 1973 à 1977.

5.2 Le modèle exponentiel simple entre T_s et T_{ML}

Le modèle exponentiel simple, à condition qu'il donne une précision raisonnable, présente l'immense avantage d'être indépendant de la profondeur de la thermocline, laquelle curieusement, varie continuellement et rapidement au cours de la période automnale instable au lac Clair. Ainsi, l'énergie du bassin pourrait être obtenue par la seule mesure de la température de surface, laquelle peut être effectuée par des moyens aériens ou par satellite. Les figures 5.1 à 5.4 nous montrent, à titre illustratif, la corrélation exponentielle, respectivement pour les automnes 1973 à 1976, pour lesquelles on a inclu les données de la période de retournement automnal. Ces figures nous permettent de constater que malgré une forte corrélation entre T_s et T_{ML}, il existe, à l'exception de l'automne 1974, une certaine déviation à cette loi. Pour pouvoir juger correctement de la précision de ce modèle, on limite son étude à la période automnale instable, afin de pouvoir comparer avec les trois autres modèles lesquels utilisent la profondeur Z_{TH} en plus de T_s et T_{ML}.

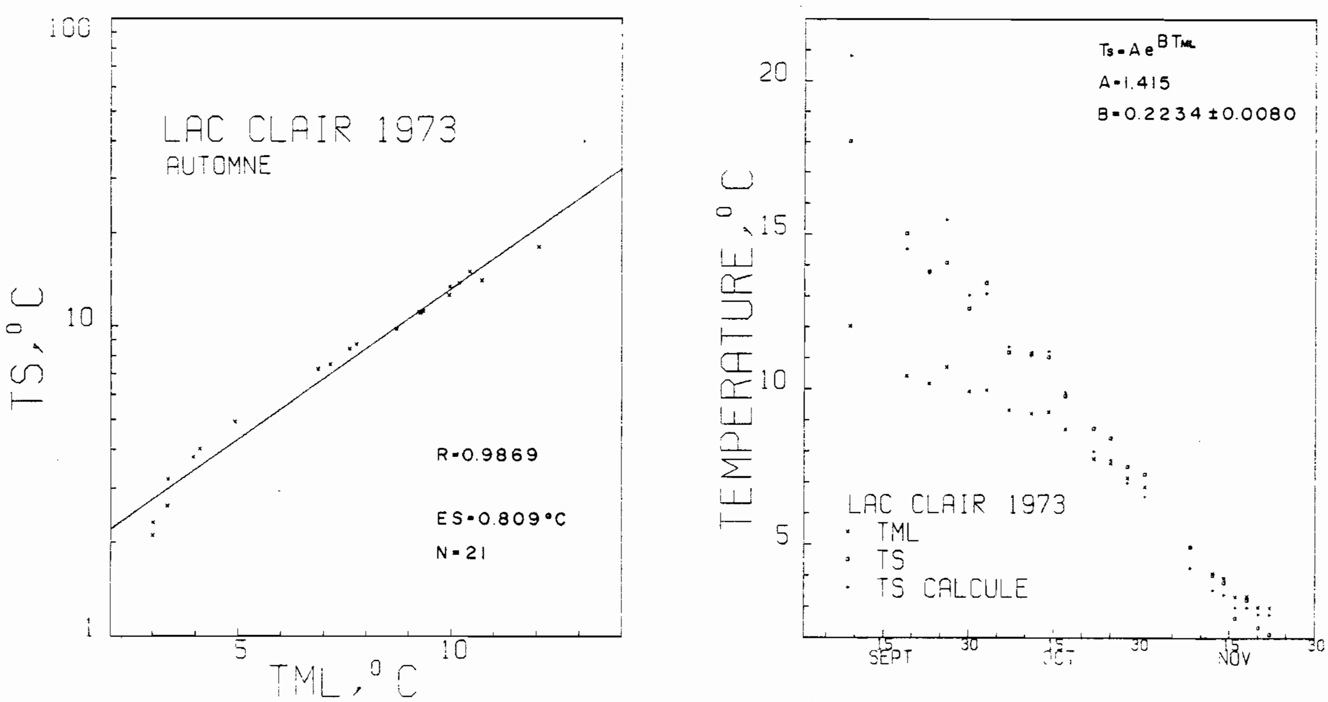
Les principaux résultats de l'étude corrélative, apparaissant au tableau 5.1, nous permettent d'abord de noter des coefficients de corrélation très élevés pour les cinq années étudiées, ceux-ci variant entre 0.9918 et 0.9976. En second lieu, on remarque que l'erreur standard moyenne est inférieure à 0.5^{o}C, ce qui est un meilleur résultat que celui obtenu avec le modèle puissance au chapitre précédent.

On procède ensuite à l'optimisation des paramètres A et B pour les quatre années 1973 à 1976, selon la méthodologie utilisée précédemment. L'équation de modèle étant

$$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \qquad (5.1)$$

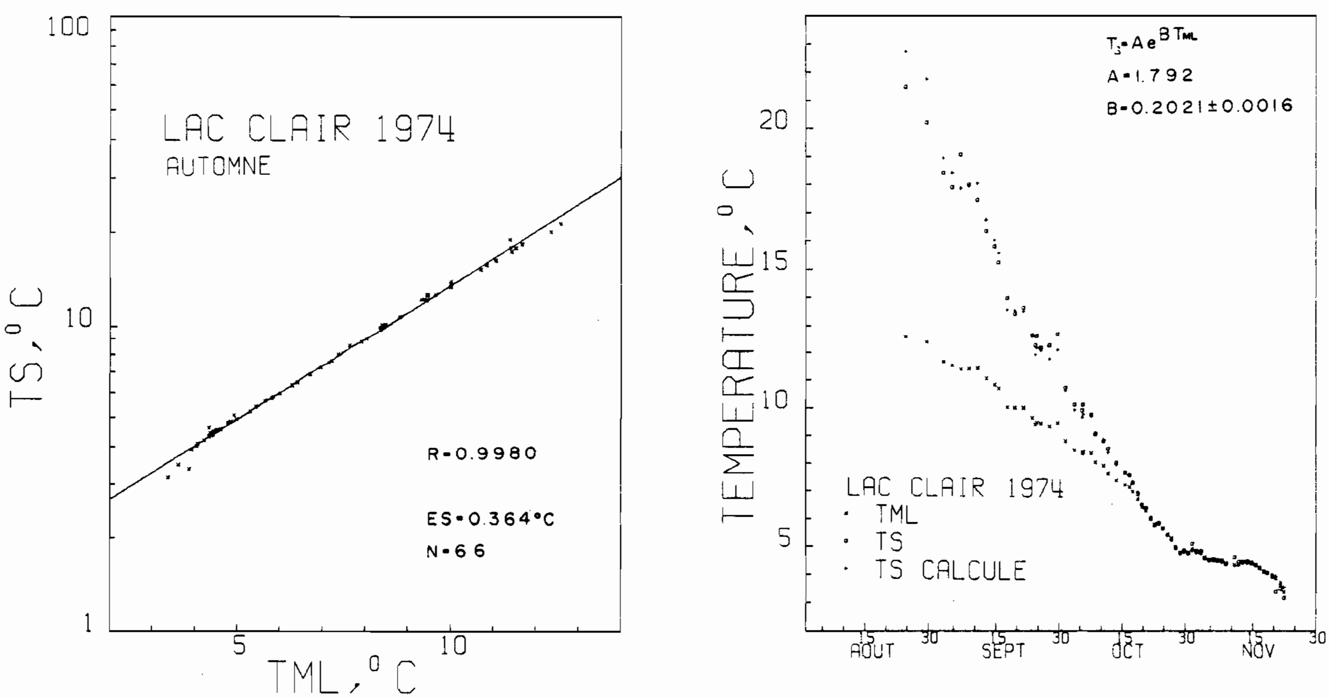
et DIV=25, on fixe la variation des paramètres de la façon suivante

$$\begin{aligned} 1.492 &\le A \le 2.801 \\ 0.14 &\le B \le 0.20 \end{aligned} \qquad (5.2)$$



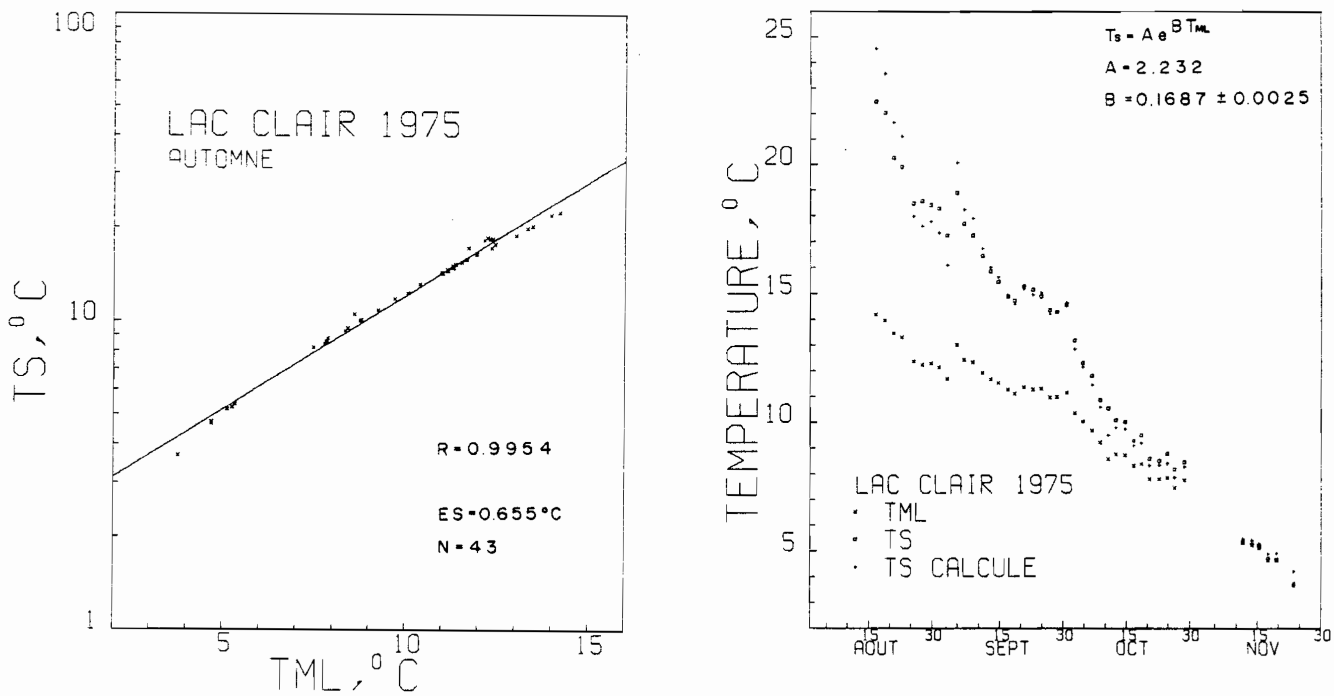
(a) (b)

Figure 5.1 Corrélation exponentielle simple entre T_s et T_{ML} pour la période automnale instable et la période de retournement automnal au lac Clair en 1973.



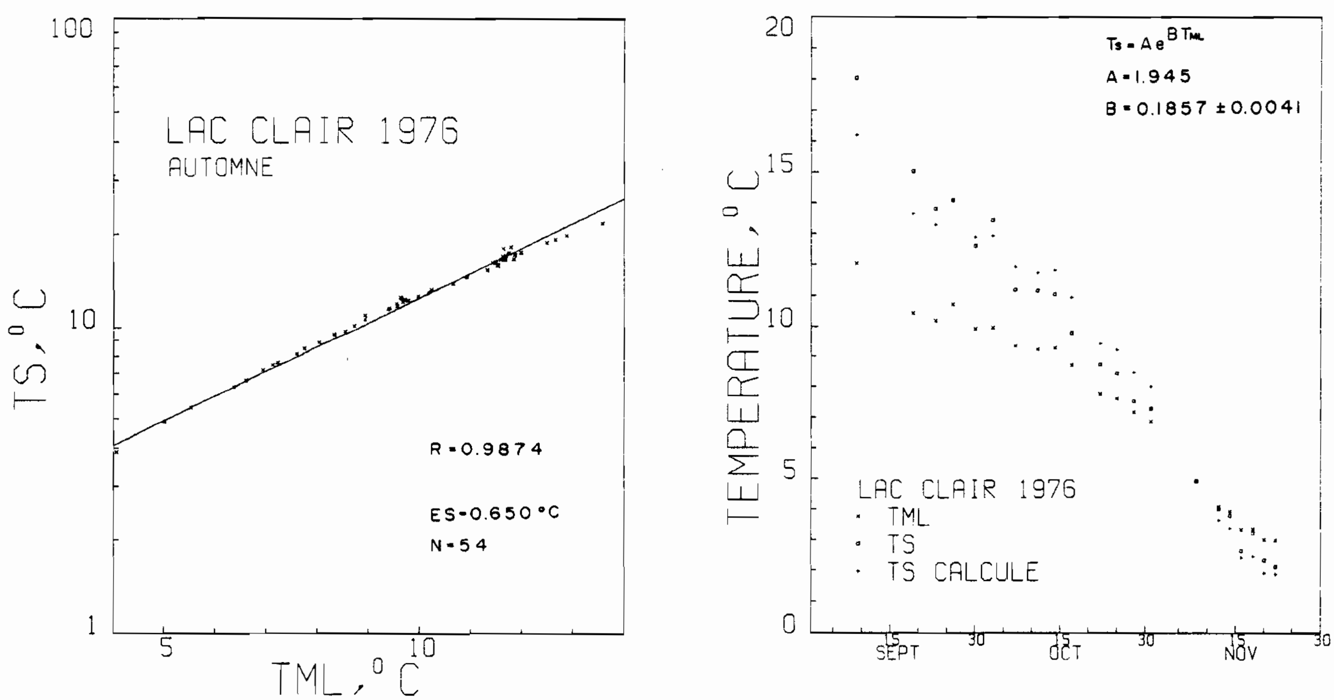
(a) (b)

Figure 5.2 Corrélation exponentielle simple entre T_s et T_{ML} pour la période automnale instable et la période de retournement automnal au lac Clair en 1974.



(a) (b)

Figure 5.3 Corrélation exponentielle simple entre T_s et T_{ML} pour la période automnale instable et la période de retournement automnal au lac Clair en 1975.



(a) (b)

Figure 5.4 Corrélation exponentielle simple entre T_s et T_{ML} pour la période automnale instable et la période de retournement automnal au lac Clair en 1976.

TABLEAU 5.1 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA PERIODE AUTOMNALE SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR.
TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	TS, °C EXP	TS, °C LISS	R	ES °C
1973	14	2.079	0.1824	3.72	12.191	12.134	0.9918	0.460
1974	37	1.852	0.1985	1.16	13.287	13.380	0.9976	0.424
1975	37	2.605	0.1551	1.72	14.542	14.528	0.9948	0.516
1976	50	2.227	0.1733	1.39	13.647	13.622	0.9954	0.471
1977	21	2.061	0.1787	2.10	13.366	13.537	0.9958	0.530

TABLEAU 5.2 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES QUATRE ANNEES CONSIDEREES: 1973,1974,1975 ET 1976. LE TABLEAU MONTRE LA PREDICTION DE TS POUR L'ANNEE 1977 AVEC LE MODELE OPTIMAL. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML)

	1973 LISSAGE	1973 MODELE	1974 LISSAGE	1974 MODELE	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1976 LISSAGE	1976 MODELE	1977 LISSAGE	1977 PREDICTION
A	2.07879	2.28946	1.85164	2.28946	2.60489	2.28946	2.22673	2.28946	2.06079	2.28946
B	0.18245	0.17080	0.19855	0.17080	0.15510	0.17080	0.17329	0.17080	0.17870	0.17080
ESS	0.0335	0.0390	0.0263	0.0705	0.0301	0.0586	0.0300	0.0304	0.0318	0.0395
ES, °C	0.460	0.517	0.424	1.032	0.516	1.167	0.471	0.456	0.530	0.589
ES, %	3.77	4.24	3.19	7.76	3.55	8.02	3.45	3.34	3.96	4.40
R	0.9918	0.9889	0.9976	0.9830	0.9948	0.9804	0.9954	0.9953	0.9958	0.9936
TS, °C	12.134	11.918	13.380	12.447	14.528	15.261	13.622	13.638	13.537	13.808
TS, °C EXP	12.191		13.287		14.542		13.647		13.366	

par accroissements successifs

$$\Delta A \simeq 0.038 \qquad \Delta B \simeq 0.0024 \tag{5.3}$$

Les paramètres optima obtenus d'un très grand nombre de calculs, selon toutes les combinaisons possibles des paramètres, soit 17576 possibilités, sont

$$A = 2.28946\ ^{o}C \qquad B = 0.17080\ ^{o}C^{-1} \tag{5.4}$$

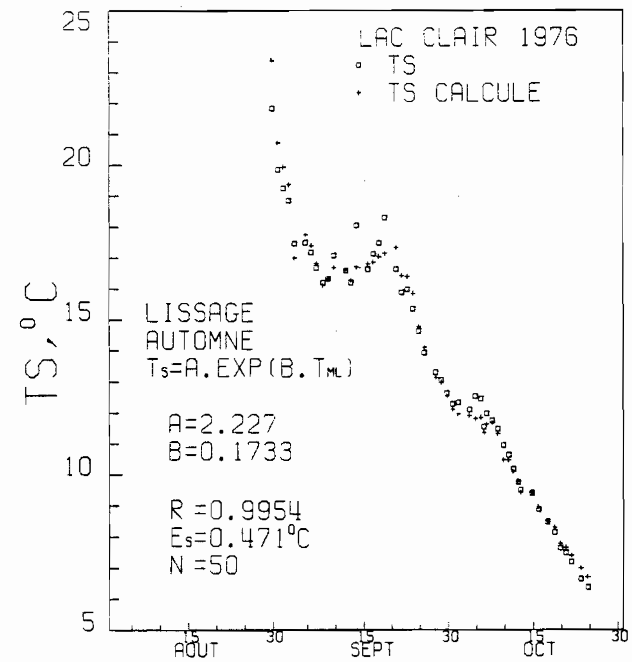
Le tableau 5.2 compare, pour chacune des années, les résultats du lissage annuel et ceux du modèle optimal. Même si les coefficients de corrélation du modèle sont relativement élevés, variant de 0.9804 à 0.9953 de 1973 à 1976, on note que d'une année à l'autre les différences entre les coefficients de corrélation du lissage et ceux du modèle varient beaucoup. Cette discordance est bien illustrée en considérant les erreurs standards. Ainsi en 1973 et 1976, les erreurs standards du lissage et du modèle, exprimées en degrés, sont du même ordre de grandeur, alors qu'en 1974 et 1975, on note que l'erreur standard du modèle optimal est au moins deux fois plus grande que l'erreur standard du lissage, atteignant une valeur d'environ 1.1^{o}C comparativement à 0.5^{o}C. On peut dire de ce modèle optimal, malgré l'avantage de sa simplicité, qu'il est peu fiable d'une année à l'autre même si la loi exponentielle donne de bons résultats en considérant chaque automne indépendamment.

Analogiquement à l'équation (4.11), l'équation permettant de prédire l'énergie interne du lac Clair en période automnale instable dans le système d'unités MKS est

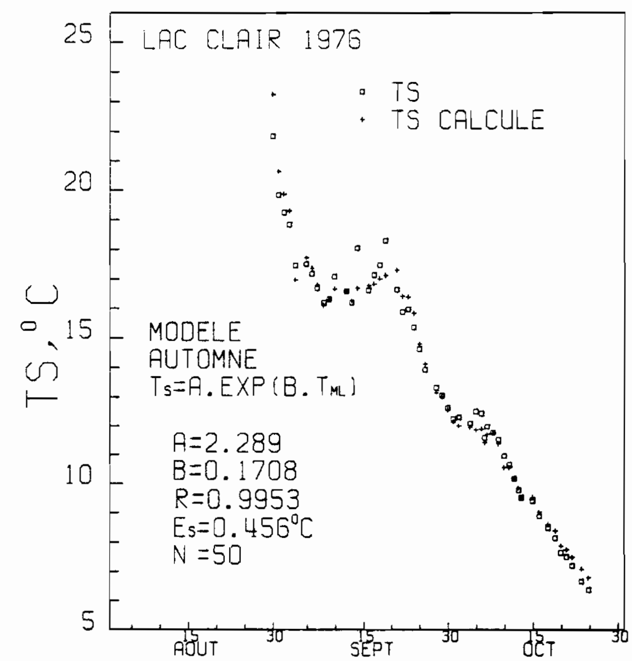
$$E_{TA} = K \cdot \ln(T_s / A) \tag{5.5}$$

où

$$K = k_e \cdot \bar{Z} / B = 3.29233 \cdot 10^{8} \quad J/m^2 \tag{5.6}$$



(a)



(b)

Figure 5.5 Simulations par le lissage annuel et par le modèle exponentiel simple optimal pour la période automnale instable 1976 au lac Clair.

La figure 5.5 compare la simulation du meilleur lissage avec celle du modèle optimal pour l'année 1976 au lac Clair. L'appendice A.16 contient les figures similaires pour les années 1973 à 1975 ainsi que la prédiction de T_s pour l'automne 1977.

5.3 Le modèle exponentiel multiple entre T_s, T_{ML} et Z_{TH}

Une première façon d'améliorer le modèle exponentiel simple est de lui ajouter l'influence de la profondeur de la thermocline, tel que

$$T_s = A \cdot e^{(B \cdot T_{ML} + C \cdot Z_{TH})} \qquad (5.7)$$

On procède au lissage et à l'optimisation de ce modèle, appelé "exponentiel multiple", de la même façon qu'à la section précédente. Les tableaux 5.3 et 5.4, la figure 5.6 et les figures à l'appendice A.17 résument les résultats de l'application de ce modèle aux cinq périodes automnales instables de 1973 à 1977.

Pour DIV=28, les limites des paramètres A, B et C, et les accroissements de chacun pour les calculs d'optimisation sont donnés par

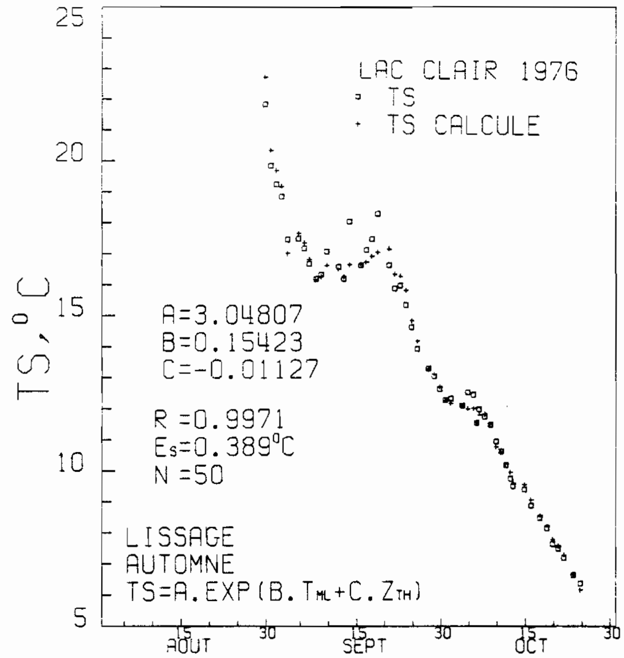
$$\begin{aligned} 1.492 &\leq A \leq 7.389 \\ 0.10 &\leq B \leq 0.20 \\ -0.08 &\leq C \leq 0.04 \end{aligned} \qquad (5.8)$$

et

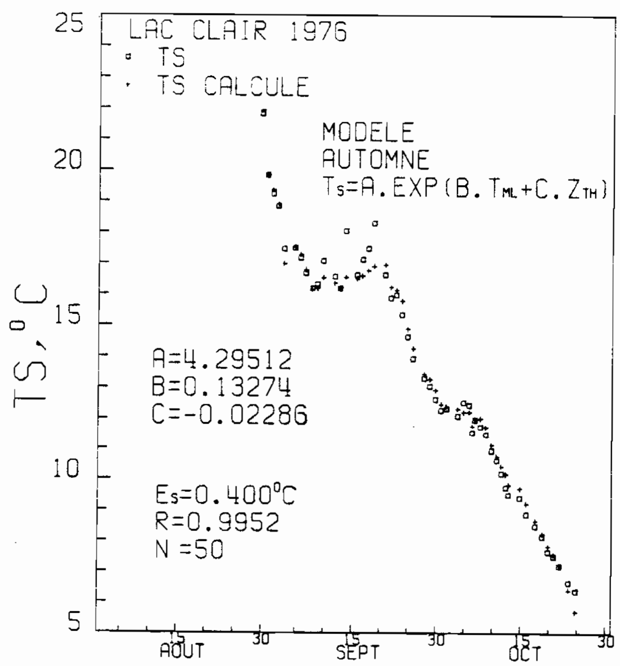
$$\begin{aligned} \Delta A &\simeq 0.195 \\ \Delta B &\simeq 0.00357 \\ \Delta C &\simeq 0.00429 \end{aligned} \qquad (5.9)$$

Les paramètres optima sont

$$\begin{aligned} A &= 4.29512 \ {}^{o}C \\ B &= 0.13274 \ {}^{o}C^{-1} \\ C &= -0.02286 \ m^{-1} \end{aligned} \qquad (5.10)$$



(a)



(b)

Figure 5.6 Simulations par le lissage annuel et par le modèle exponentiel multiple optimal pour la période automnale instable 1976 au lac Clair.

TABLEAU 5.3 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC CLAIR SELON LA FONCTION:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	TS,°C EXP	TS,°C LISS	R	ESS	ES °C
1973	14	5.98849	0.11454	-0.03648	19.4	31.8	12.191	12.145	0.9957	0.0243	0.310
1974	37	2.44213	0.17884	-0.00814	2.82	23.7	13.287	13.330	0.9985	0.0213	0.333
1975	37	6.87355	0.10562	-0.04232	7.54	15.7	14.542	14.534	0.9977	0.0203	0.308
1976	50	3.04807	0.15423	-0.01127	2.70	19.3	13.647	13.619	0.9971	0.0239	0.389
1977	21	1.68427	0.19145	0.00621	9.38	138.	13.366	13.514	0.9960	0.0313	0.533

TABLEAU 5.4 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES QUATRE ANNEES CONSIDEREES: 1973,1974,1975 ET 1976. LE TABLEAU MONTRE LA PREDICTION DE TS POUR L'ANNEE 1977 AVEC LE MODELE OPTIMAL. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

	1973 LISSAGE	1973 MODELE	1974 LISSAGE	1974 MODELE	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1976 LISSAGE	1976 MODELE	1977 LISSAGE	1977 PREDICTION
A	5.98849	4.29512	2.44213	4.29512	6.87355	4.29512	3.04807	4.29512	1.68427	4.29512
B	0.11454	0.13274	0.17884	0.13274	0.10562	0.13274	0.15423	0.13274	0.19145	0.13274
C	-0.03648	-0.02286	-0.00814	-0.02286	-0.04232	-0.02286	-0.01127	-0.02286	0.00621	-0.02286
ESS	0.0243	0.0279	0.0213	0.0505	0.0203	0.0335	0.0239	0.0305	0.0313	0.0403
ES, °C	0.310	0.379	0.333	0.769	0.308	0.589	0.389	0.400	0.533	0.574
ES, %	2.54	3.11	2.50	5.78	2.12	4.05	2.85	2.93	3.99	4.29
R	0.9957	0.9943	0.9985	0.9913	0.9977	0.9936	0.9971	0.9952	0.9960	0.9933
TS, °C	12.145	12.048	13.330	12.687	14.534	14.905	13.619	13.618	13.514	13.658
TS, °C EXP	12.191		13.287		14.542		13.647		13.366	

L'addition de l'influence de la profondeur de la thermocline a comme effet d'améliorer tous les coefficients de corrélation du lissage annuel, et de diminuer par le fait même l'erreur standard de 1973 à 1976 à une valeur toujours inférieure à 0.4^{o}C (voir tableau 5.3). Le modèle optimal obtenu est également supérieur au modèle exponentiel simple, du fait que les coefficients de corrélation du modèle sont toujours légèrement inférieurs à ceux du lissage et que leurs valeurs sont toutes au-dessus de 0.99. On note également une diminution significative des erreurs standards autant pour le lissage que pour le modèle optimal.

Finalement, l'équation servant à la prédiction de l'énergie interne du lac Clair, pour la période automnale instable dans le système d'unités MKS est

$$E_{TA} = K \cdot \left[\ln(T_s/A) - C \cdot Z_{TH} \right] \qquad (5.11)$$

où

$$K = k_e \cdot \bar{Z}/B = 4.23632 \cdot 10^{8} \ \mathrm{J/m^2} \qquad (5.12)$$

5.4 Le modèle mixte exponentiel-puissance entre T_S, T_{ML} et Z_{TH}

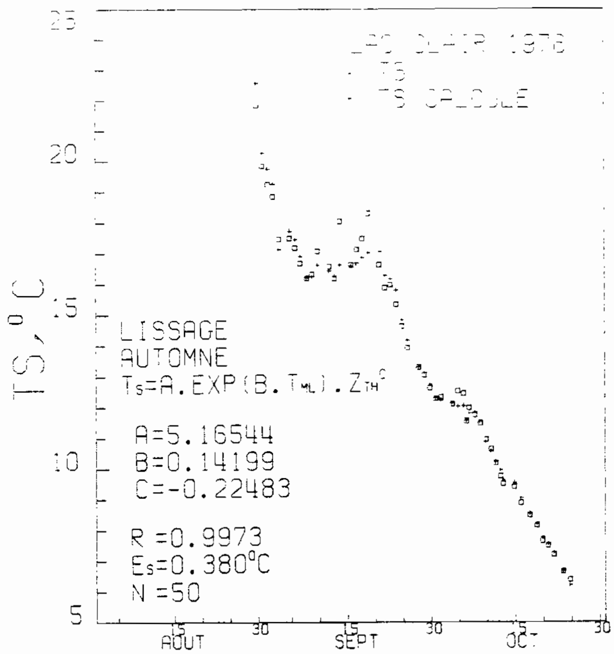
Une autre façon d'inclure l'influence de Z_{TH} est par un modèle mixte où on conserve la variation exponentielle de T_{ML}, tel que

$$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \cdot Z_{TH}^{C} \qquad (5.13)$$

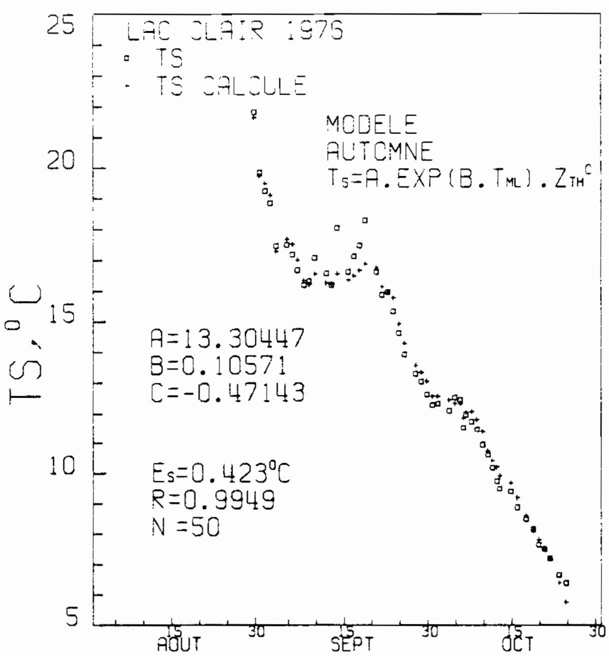
On procède au lissage et à l'optimisation du modèle par la procédure déjà établie. Les tableaux 5.5 et 5.6, la figure 5.7 et les figures à l'appendice A.18 résument les résultats obtenus avec ce modèle.

Pour DIV=28, les limites des paramètres A, B et C, et les accroissements de chacun pour les calculs d'optimisation sont donnés par

$$\begin{aligned} 3.320 &\le A \le 30.0 \\ 0.050 &\le B \le 0.180 \\ -0.700 &\le C \le -0.100 \end{aligned} \qquad (5.14)$$



(a)



(b)

Figure 5.7 Simulations par le lissage annuel et par le modèle mixte exponentiel-puissance optimal pour la période automnale instable 1976 au lac Clair.

TABLEAU 5.5 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC CLAIR SELON LA FONCTION:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	TS, °C EXP	TS, °C LISS	R	ESS	ES °C
1973	14	28.9830	0.07660	-0.67835	25.5	18.2	12.191	12.177	0.9978	0.0173	0.213
1974	37	4.41766	0.15842	-0.20943	4.85	18.7	13.289	13.314	0.9987	0.0193	0.297
1975	37	28.0282	0.08053	-0.68009	10.5	11.1	14.542	14.537	0.9985	0.0164	0.240
1976	50	5.16544	0.14199	-0.22483	4.10	17.6	13.647	13.618	0.9973	0.0231	0.380
1977	21	3.35560	0.15800	-0.11695	17.7	134.	13.366	13.537	0.9960	0.0313	0.508

TABLEAU 5.6 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES QUATRE ANNEES CONSIDEREES: 1973,1974,1975 ET 1976. LE TABLEAU MONTRE LA PREDICTION DE TS POUR L'ANNEE 1977 AVEC LE MODELE OPTIMAL. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

	1973 LISSAGE	1973 MODELE	1974 LISSAGE	1974 MODELE	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1976 LISSAGE	1976 MODELE	1977 LISSAGE	1977 PREDICTION
A	28.9830	13.3045	4.41766	13.3045	28.0282	13.3045	5.16544	13.3045	3.35560	13.3045
B	0.07660	0.10571	0.15842	0.10571	0.08053	0.10571	0.14199	0.10571	0.15800	0.10571
C	-0.67835	-0.47143	-0.20943	-0.47143	-0.68009	-0.47143	-0.22483	-0.47143	-0.11695	-0.47143
ESS	0.0173	0.0203	0.0193	0.0309	0.0164	0.0206	0.0231	0.0316	0.0313	0.0436
ES, °C	0.213	0.274	0.297	0.404	0.240	0.355	0.380	0.423	0.508	0.623
ES, %	1.75	2.24	2.24	3.04	1.65	2.44	2.79	3.10	3.80	4.66
R	0.9978	0.9970	0.9987	0.9968	0.9985	0.9976	0.9973	0.9949	0.9960	0.9922
TS, °C	12.177	12.088	13.314	13.093	14.537	14.679	13.618	13.651	13.537	13.714
TS, °C EXP	12.191		13.287		14.542		13.647		13.366	

et

$$\begin{aligned} \Delta A &\simeq 0.815 \\ \Delta B &\simeq 0.00464 \\ \Delta C &\simeq 0.0214 \end{aligned} \qquad (5.15)$$

Les paramètres optima sont

$$\begin{aligned} A &= 13.3045\ {}^{o}C/m^{C}\ * \\ B &= 0.10571\ {}^{o}C^{-1} \\ C &= -0.47143 \end{aligned} \qquad (5.16)$$

L'examen des résultats aux tableaux 5.5 et 5.6, montre qu'il y a une nette amélioration, par ce modèle mixte exponentiel-puissance, par rapport au modèle précédent, tant au niveau des coefficients de corrélation qui ont partout augmenté, qu'au niveau des erreurs standards qui ont, de façon générale, diminué significativement partout.

L'équation pour la prédiction de l'énergie interne du lac Clair pour la période automnale instable, dans le système d'unités MKS est

$$E_{TA} = K \cdot \left[\ell n(T_s/A) - C \cdot \ell n Z_{TH} \right] \qquad (5.17)$$

où

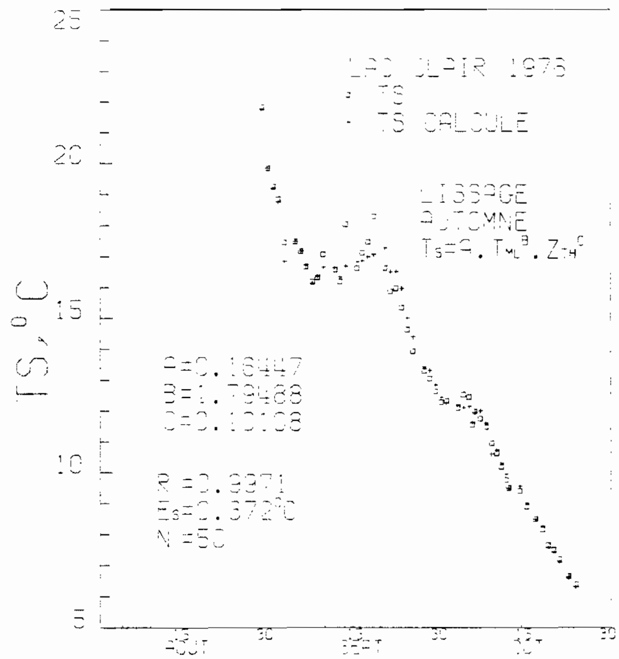
$$K = k_e \cdot \bar{Z}/B = 5.31955 \cdot 10^8\ J/m^2 \qquad (5.18)$$

5.5 <u>Le modèle puissance entre</u> T_s, T_{ML} <u>et</u> Z_{TH}

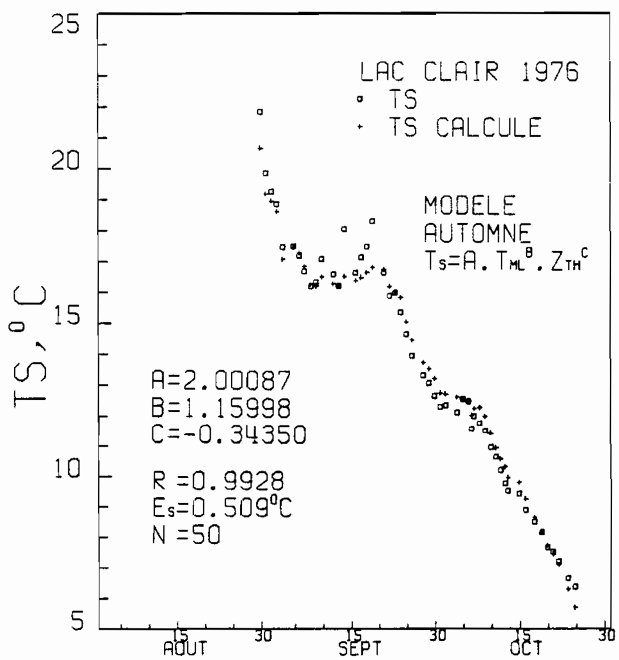
Le quatrième modèle de cette étude comparative est le modèle puissance de T_{ML} et Z_{TH}, déjà défini à l'équation (4.6), qui a permis de prédire avec succès l'évolution de l'énergie interne du lac Clair pour la période avec thermocline stable. Les tableaux 5.7 et 5.8, la figure 5.8 et les figures à l'appendice A.19 résument les principaux résultats du lissage et de l'optimisation par ce modèle.

Pour DIV=25, les limites des paramètres A, B et C, et les accrois-

* Voir appendice G, section G.6.



(a)



(b)

Figure 5.8 Simulations par le lissage annuel et par le modèle puissance optimal pour la période automnale instable 1976 au lac Clair.

TABLEAU 5.7 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC CLAIR SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	TS, °C EXP	TS, °C LISS	R	ESS	ES °C
1973	14	18.2810	0.59795	-0.74124	36.9	20.8	12.191	12.171	0.9969	0.0207	0.260
1974	37	0.14631	1.88614	0.09300	8.60	101.	13.287	13.239	0.9966	0.0317	0.412
1975	37	7.82333	0.87108	-0.64226	15.3	18.1	14.542	14.537	0.9975	0.0210	0.293
1976	50	0.16447	1.79488	0.10108	4.20	53.0	13.647	13.623	0.9971	0.0236	0.372
1977	21	2.17042	1.32232	-0.24049	33.0	104.	13.366	13.650	0.9926	0.0423	0.625

TABLEAU 5.8 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES QUATRE ANNEES CONSIDEREES: 1973,1974,1975 ET 1976. LE TABLEAU MONTRE LA PREDICTION DE TS POUR L'ANNEE 1977 AVEC LE MODELE OPTIMAL. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC CLAIR. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1973 LISSAGE	1973 MODELE	1974 LISSAGE	1974 MODELE	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1976 LISSAGE	1976 MODELE	1977 LISSAGE	1977 PREDICTION
A	18.2810	2.00087	0.14631	2.00087	7.82333	2.00087	0.16447	2.00087	2.17042	2.00087
B	0.59795	1.15998	1.88614	1.15998	0.87108	1.15998	1.79488	1.15998	1.32232	1.15998
C	-0.74124	-0.34350	0.09300	-0.34350	-0.64226	-0.34350	0.10108	-0.34350	-0.24049	-0.34350
ESS	0.0207	0.0263	0.0317	0.0463	0.0210	0.0264	0.0236	0.0375	0.0423	0.0427
ES, °C	0.260	0.333	0.412	0.610	0.293	0.387	0.372	0.509	0.625	0.604
ES, %	2.13	2.73	3.10	4.59	2.01	2.66	2.72	3.73	4.67	4.52
R	0.9969	0.9950	0.9966	0.9927	0.9975	0.9961	0.9971	0.9928	0.9926	0.9925
TS, °C	12.171	12.162	13.239	12.896	14.537	14.628	13.623	13.624	13.650	13.647
TS, °C EXP	12.191		13.287		14.542		13.647		13.366	

sements de chacun d'eux pour les calculs d'optimisation sont donnés par

$$\begin{aligned} 1.284 &\leq A \leq 2.293 \\ 1.12 &\leq B \leq 1.29 \\ -0.37 &\leq C \leq -0.25 \end{aligned} \tag{5.19}$$

et

$$\begin{aligned} \Delta A &\simeq 0.0403 \\ \Delta B &\simeq 0.0068 \\ \Delta C &\simeq 0.0048 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Les paramètres optima sont *

$$\begin{aligned} A &= 2.00087 \ {}^{o}C^{1-B}/m^{C} \\ B &= 1.15998 \\ C &= -0.34350 \end{aligned} \tag{5.21}$$

L'examen des coefficients de corrélation et des erreurs standards pour le lissage et pour le modèle optimal (voir tableau 5.8) démontre que ce modèle en est un excellent, même si les résultats révèlent une certaine supériorité du modèle mixte exponentiel-puissance.

L'équation de la prédiction de l'énergie interne du lac Clair pour la période automnale instable dans le système d'unités MKS est

$$E_{TA} = D \cdot T_s^E \cdot Z_{TH}^F \tag{5.22}$$

où

$$\begin{aligned} D &= A^{-1/B} \cdot k_e \cdot \bar{Z} = 3.09253 \cdot 10^7 \ J/({}^{o}C^{E} \cdot m^{2+F}) \ ^{**} \\ E &= 1 / B = 0.86208 \\ F &= -C / B = 0.29613 \end{aligned} \tag{5.23}$$

5.6 Le meilleur modèle en période automnale instable au lac Clair

Afin de pouvoir déterminer le meilleur modèle de prédiction de l'énergie interne du lac Clair en période automnale instable, il convient de com-

* Voir appendice G, section G.1.

** Voir appendice G, section G.3.

parer les moyennes des coefficients de corrélation et des erreurs standards pour le lissage et pour les modèles optimaux, en considérant les cinq années de l'étude.

TABLEAU 5.9 COMPARAISON DES VALEURS MOYENNES DES COEFFICIENTS DE CORRELATION ET DES ERREURS STANDARDS CALCULEES POUR LES PERIODES AUTOMNALES INSTABLES DE 1973 A 1977 AU LAC CLAIR POUR LES QUATRE MODELES PROPOSES.

MODELE	$\overline{R}$ LISSAGE	$\overline{R}$ MODELE	$\overline{ES}$, °C LISSAGE	$\overline{ES}$, °C MODELE
$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}}$	0.9951	0.9882	0.480	0.752
$T_s = A \cdot e^{(B \cdot T_{ML} + C \cdot Z_{TH})}$	0.9970	0.9935	0.375	0.542
$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \cdot Z_{TH}^{C}$	0.9977	0.9957	0.328	0.416
$T_s = A \cdot T_{ML}^{B} \cdot Z_{TH}^{C}$	0.9961	0.9938	0.392	0.489

Le tableau 5.9 montre que le modèle mixte exponentiel-puissance est à tous les points de vue le meilleur modèle. D'abord les coefficients de corrélation du lissage et du modèle optimal sont très élevés et la différence entre eux est remarquablement faible. Cela signifie qu'en plus d'être un modèle très précis sur une base annuelle, il peut décrire avec presque la même précision, l'ensemble des années avec un modèle optimal unique. Deuxièmement, l'erreur standard moyenne du modèle optimal est la plus faible, soit 0.416°C.

Par ailleurs, les modèles exponentiel multiple et puissance sont à peu près équivalents et leur précision est un peu inférieure au modèle mixte exponentiel-puissance. Le modèle exponentiel simple présente des résultats qui sont nettement moins bons que ceux des trois autres modèles, dans lesquels on a tenu compte de la profondeur de la thermocline.

Cependant, aucun des modèles étudiés n'est à rejeter pour le moment. Tout dépend de l'utilisation et de la précision désirée. De plus, il faudra attendre les résultats de recherches similaires sur d'autres bassins, afin de permettre, éventuellement, le choix du modèle le plus opérationnel et le plus précis possible principalement dans les applications reliées aux prévisions météorologiques.

Chapitre 6

APPLICATIONS DES MODELES DE PREDICTION

6.1 La prédiction de la profondeur de la thermocline

Dans le contexte où la température de surface peut être mesurée par radiométrie infrarouge, à l'aide d'un avion ou par satellite, et que le bilan d'énergie du bassin peut être calculé à partir des paramètres météorologiques, mesurés sur le bassin ou à une station d'observation située tout près de celui-ci, il est possible de prédire l'évolution de la profondeur de la thermocline en utilisant les meilleurs modèles qui caractérisent l'évolution thermique.

On peut connaître l'énergie moyenne par unité d'aire d'un bassin, en intégrant les termes du bilan énergétique, décrits schématiquement à l'équation (1.14). Ainsi

$$\int_o^t dE_{TA} = \int_o^t (\phi_o - Q_L)\, dt \tag{6.1}$$

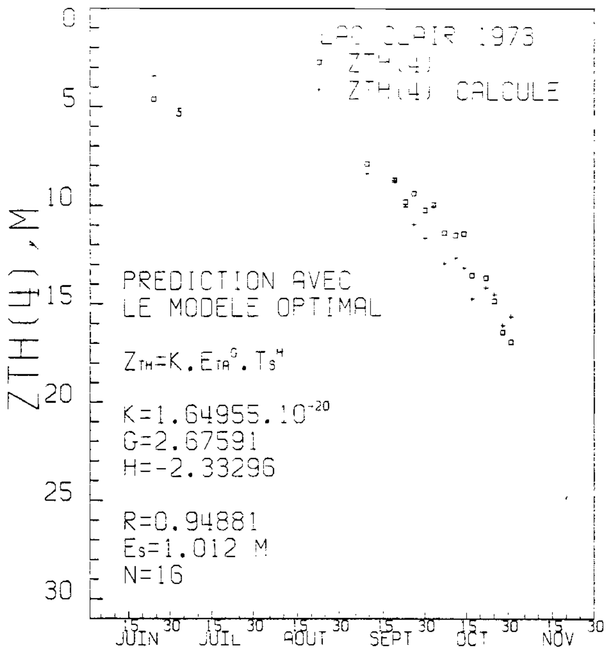
$$E_{TA} = E_{TA}^o + \int_o^t (\phi_o - Q_L)\, dt \tag{6.2}$$

où E_{TA}^o est l'énergie interne initiale du bassin et E_{TA}, l'énergie interne au temps t.

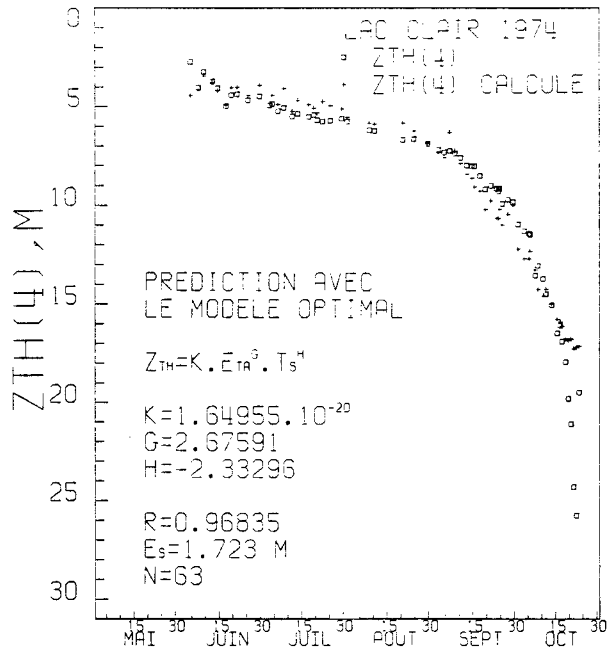
La présente étude étant basée sur des mesures nombreuses des profils thermiques, il n'est pas nécessaire de calculer E_{TA} selon l'équation (6.2) pour démontrer qu'il est possible de prédire la profondeur de la thermocline. Cette valeur de l'énergie interne sera plutôt celle calculée à partir des mesures expérimentales selon les équations (1.7) à (1.9).

6.1.1 La thermocline en période avec thermocline stable

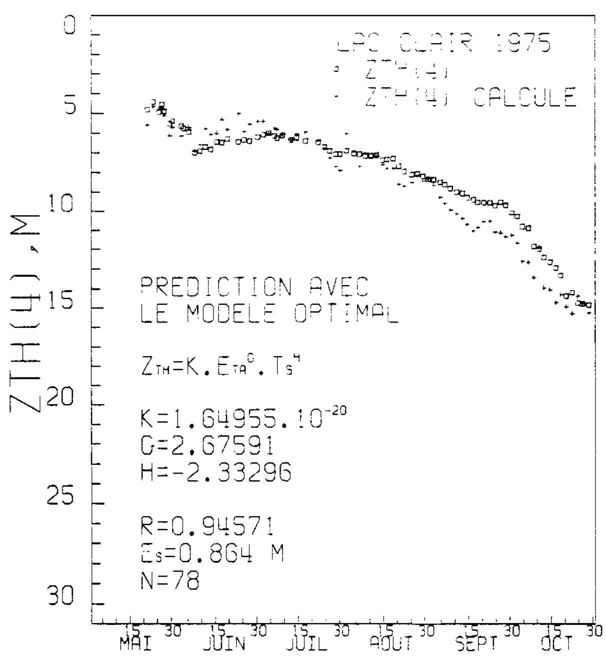
A partir de l'équation (4.11) et des valeurs optimales des paramètres


LAC CLAIR 1973
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.ETA^G.TS^H
K=1.64955.10^-20
G=2.67591
H=-2.33296
R=0.94881
Es=1.012 M
N=16
ZTH(4),M
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT
NOV

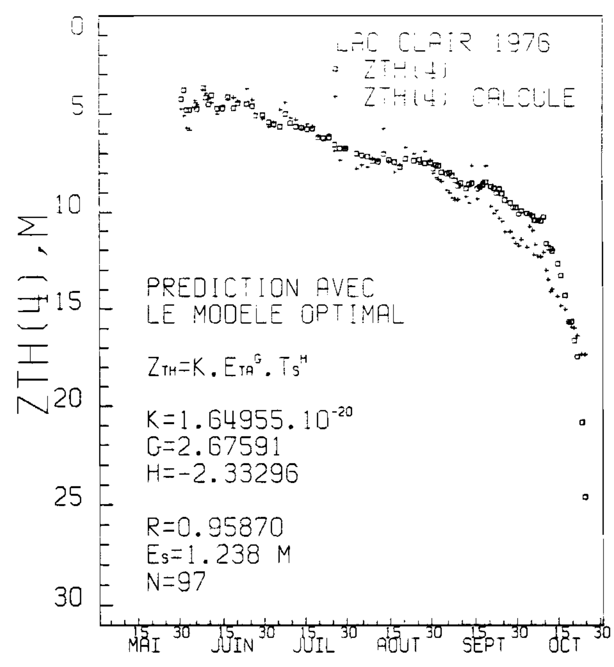
(a)


LAC CLAIR 1974
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.ETA^G.TS^H
K=1.64955.10^-20
G=2.67591
H=-2.33296
R=0.96835
Es=1.723 M
N=63
ZTH(4),M
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

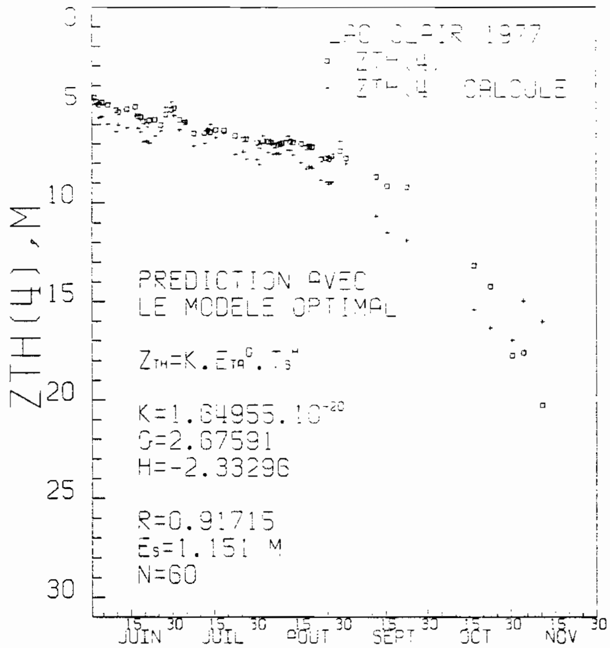
(b)


LAC CLAIR 1975
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.ETA^G.TS^H
K=1.64955.10^-20
G=2.67591
H=-2.33296
R=0.94571
Es=0.864 M
N=78
ZTH(4),M
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

(c)


LAC CLAIR 1976
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.ETA^G.TS^H
K=1.64955.10^-20
G=2.67591
H=-2.33296
R=0.95870
Es=1.238 M
N=97
ZTH(4),M
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

(d)



(e)

Figure 6.1 Prédiction de la profondeur de la thermocline avec le modèle optimal puissance pour la période avec thermocline stable au lac Clair de 1973 à 1977.

TABLEAU 6.1 RESULTATS DE LA PREDICTION DE LA PROFONDEUR DE LA THERMOCLINE AVEC LE MODELE OPTIMAL PUISSANCE POUR LA PERIODE AVEC THERMOCLINE STABLE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

ANNEE	N	$\overline{ZTH}$,M EXP	MODELE	R	ES M	ES/$\overline{ZTH}$ %
1973	16	8.379	8.640	0.94881	1.012	12.07
1974	63	7.686	7.446	0.96835	1.723	22.42
1975	78	8.140	8.475	0.94571	0.864	10.61
1976	97	7.682	7.919	0.95870	1.238	16.11
1977	60	8.948	9.801	0.91715	1.151	12.87

aux équations (4.9) et (4.12), le modèle puissance nous permet de prédire la profondeur de la thermocline en période avec thermocline stable selon l'équation suivante

$$Z_{TH} = K \cdot E_{TA}^{G} \cdot T_{s}^{H} \tag{6.3}$$

où dans le système d'unités MKS *

$$\begin{aligned} K &= A^{-1/C} \cdot k_e^{-G} \cdot \bar{Z}^{-G} &&= 1.64955 \cdot 10^{-20}\ J^{-G} m^{2G+1} / {}^{o}C^{H} \\ G &= -B / C &&= 2.67591 \\ H &= 1 / C &&= -2.33296 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Les résultats de la prédiction de la profondeur de la thermocline sont montrés à la figure 6.1 et au tableau 6.1. Les cinq courbes évolutives comparent la valeur de Z_{TH} calculée par l'équation (6.3) à la valeur expérimentale, de 1973 à 1977. Elles nous permettent de constater rapidement que ce modèle réussit à prédire assez bien la position de la thermocline mais d'une façon très approximative. Ainsi comme le montre le tableau 6.1, l'erreur moyenne de la prédiction est d'environ 1.2 mètre, ce qui donne en pourcentage, en divisant l'erreur standard par la moyenne temporelle $\bar{Z}_{TH}$, une erreur moyenne de l'ordre de 15%. Les coefficients de corrélation sont de l'ordre de 0.948 pour Z_{TH} alors que le modèle optimal avait donné un coefficient de corrélation d'environ 0.990 pour T_s au tableau 4.6. La différence s'explique par le fait que R est fonction d'un rapport de variances qui dépendent respectivement des valeurs moyennes de Z_{TH} et de T_s, lesquelles diffèrent en nombre absolu, les premières étant de l'ordre de 8 mètres et les deuxièmes de l'ordre de 17°C.

6.1.2 La thermocline en période automnale instable

Le modèle exponentiel-puissance est le plus approprié pour décrire l'évolution de la profondeur de la thermocline, en automne au lac Clair, selon les résultats de l'étude réalisée au chapitre précédent. On obtient

* Voir appendice G, section G.1.

l'expression de Z_{TH}, dans le système d'unités MKS *, à partir de l'équation (5.17) et des valeurs des paramètres optima aux équations (5.16) et (5.18). Ainsi

$$Z_{TH} = K \cdot e^{G \cdot E_{TA}} \cdot T_s^H \tag{6.5}$$

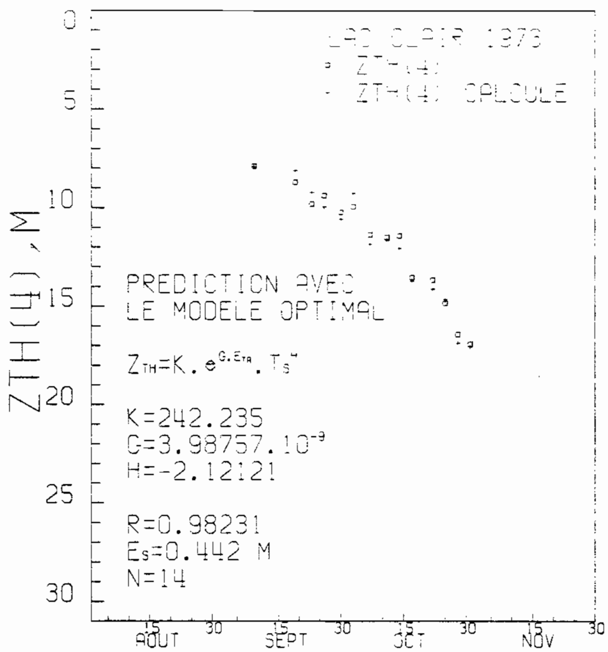
où

$$\begin{aligned} K &= A^{-1/C} &&= 242.235 \ m/{}^{o}C^{H} \\ G &= -B/C \cdot k_e \cdot \bar{Z} &&= 3.98757 \cdot 10^{-9} \ (J/m^2)^{-1} \\ H &= 1 / C &&= -2.12121 \end{aligned} \tag{6.6}$$

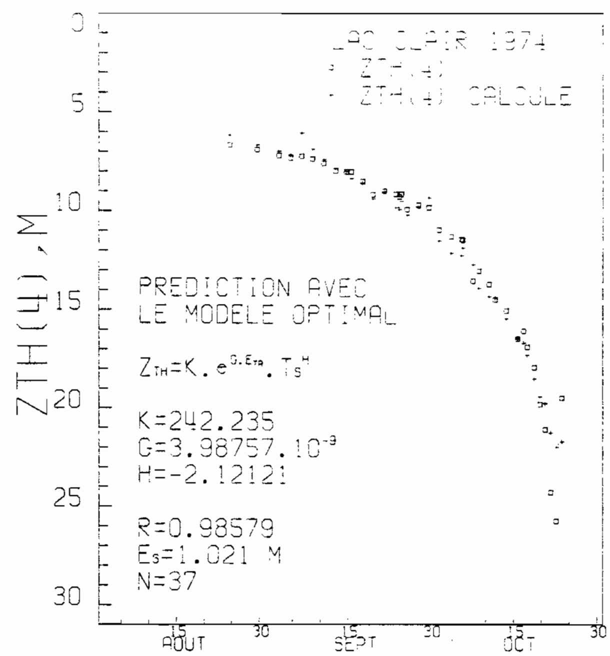
La simulation de Z_{TH} avec ce modèle est comparée aux valeurs expérimentales à la figure 6.2, laquelle montre une nette amélioration de la prédiction pour l'ensemble des cinq automnes, de 1973 à 1977, par rapport aux résultats obtenus à la section précédente. L'erreur standard moyenne, selon le tableau 6.2, est d'environ 0.8 mètre ou en pourcentage moyen, 7.5%, comparativement à 1.2 mètres et 15% avec le modèle puissance aux équations (6.3) et (6.4). Le coefficient de corrélation moyen pour la période automnale est de 0.972, ce qui est supérieur à celui calculé au tableau 6.1, soit 0.948.

En conclusion, ces derniers résultats démontrent qu'il est possible de prédire la position de la thermocline à l'aide de modèles mathématiquement simples, à partir de la connaissance de la température de surface et du bilan énergétique du bassin. De plus, en passant de la période avec thermocline stable à la période automnale instable, laquelle est elle-même incluse dans la première, on améliore sensiblement la précision de la prédiction. Cependant, pour qu'un modèle soit utile, on ne peut réduire logiquement la période d'étude à une durée inférieure à celle d'une des quatre périodes thermiques définies au tableau 1.3. Par ailleurs, la précision peut être améliorée par l'introduction de meilleurs modèles en n'oubliant pas que la limite de la précision pour la prédiction de la profondeur de la thermocline ne peut dépasser la précision de la définition de la thermocline elle-même, laquelle se situe aux tableaux 3.3 et 3.4 à environ 0.2 mètre.

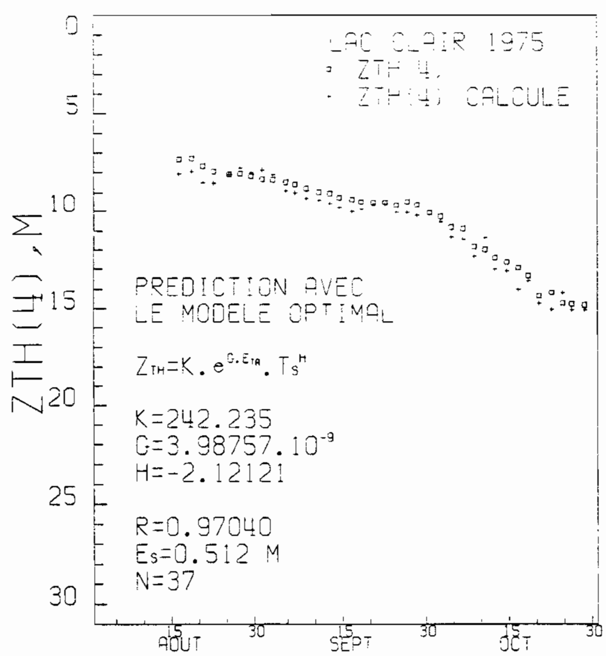
* Voir appendice G, section G.6.


LAC CLAIR 1973
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.e^G.ETR.Ts^H
K=242.235
G=3.98757.10^-9
H=-2.12121
R=0.98231
Es=0.442 M
N=14
ZTH(4),M
AOUT
SEPT
OCT
NOV

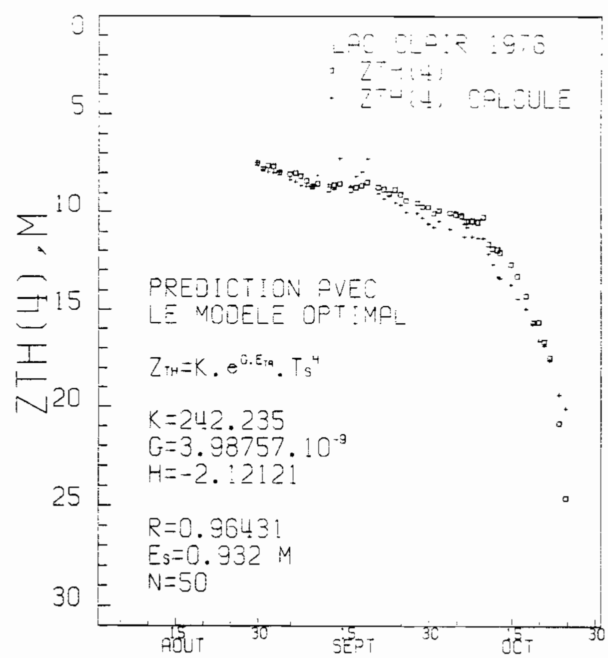
(a)


LAC CLAIR 1974
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.e^G.ETR.Ts^H
K=242.235
G=3.98757.10^-9
H=-2.12121
R=0.98579
Es=1.021 M
N=37
ZTH(4),M
AOUT
SEPT
OCT

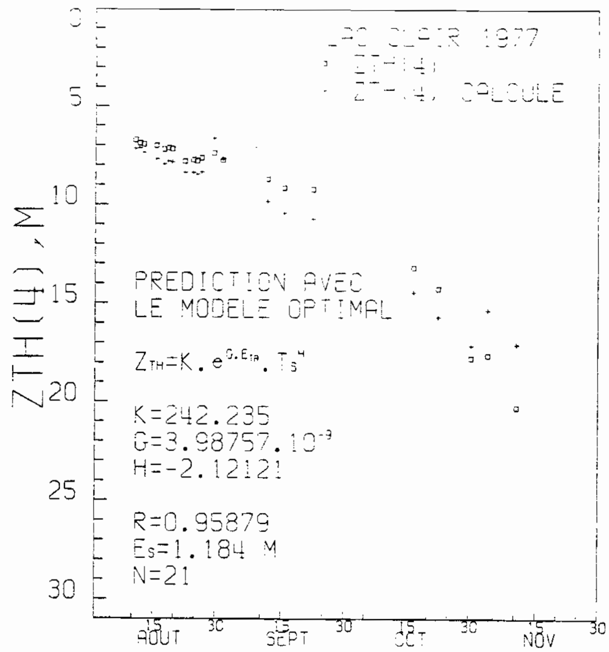
(b)


LAC CLAIR 1975
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.e^G.ETR.Ts^H
K=242.235
G=3.98757.10^-9
H=-2.12121
R=0.97040
Es=0.512 M
N=37
ZTH(4),M
AOUT
SEPT
OCT

(c)


LAC CLAIR 1976
ZTH(4)
ZTH(4) CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ZTH=K.e^G.ETR.Ts^H
K=242.235
G=3.98757.10^-9
H=-2.12121
R=0.96431
Es=0.932 M
N=50
ZTH(4),M
AOUT
SEPT
OCT

(d)



(e)

Figure 6.2 Prédiction de la profondeur de la thermocline avec le modèle optimal mixte exponentiel-puissance pour la période automnale instable au lac Clair de 1973 à 1977.

TABLEAU 6.2 RESULTATS DE LA PREDICTION DE LA PROFONDEUR DE LA THERMOCLINE AVEC LE MODELE OPTIMAL MIXTE EXPONENTIEL-PUISSANCE EN PERIODE AUTOMNALE INSTABLE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

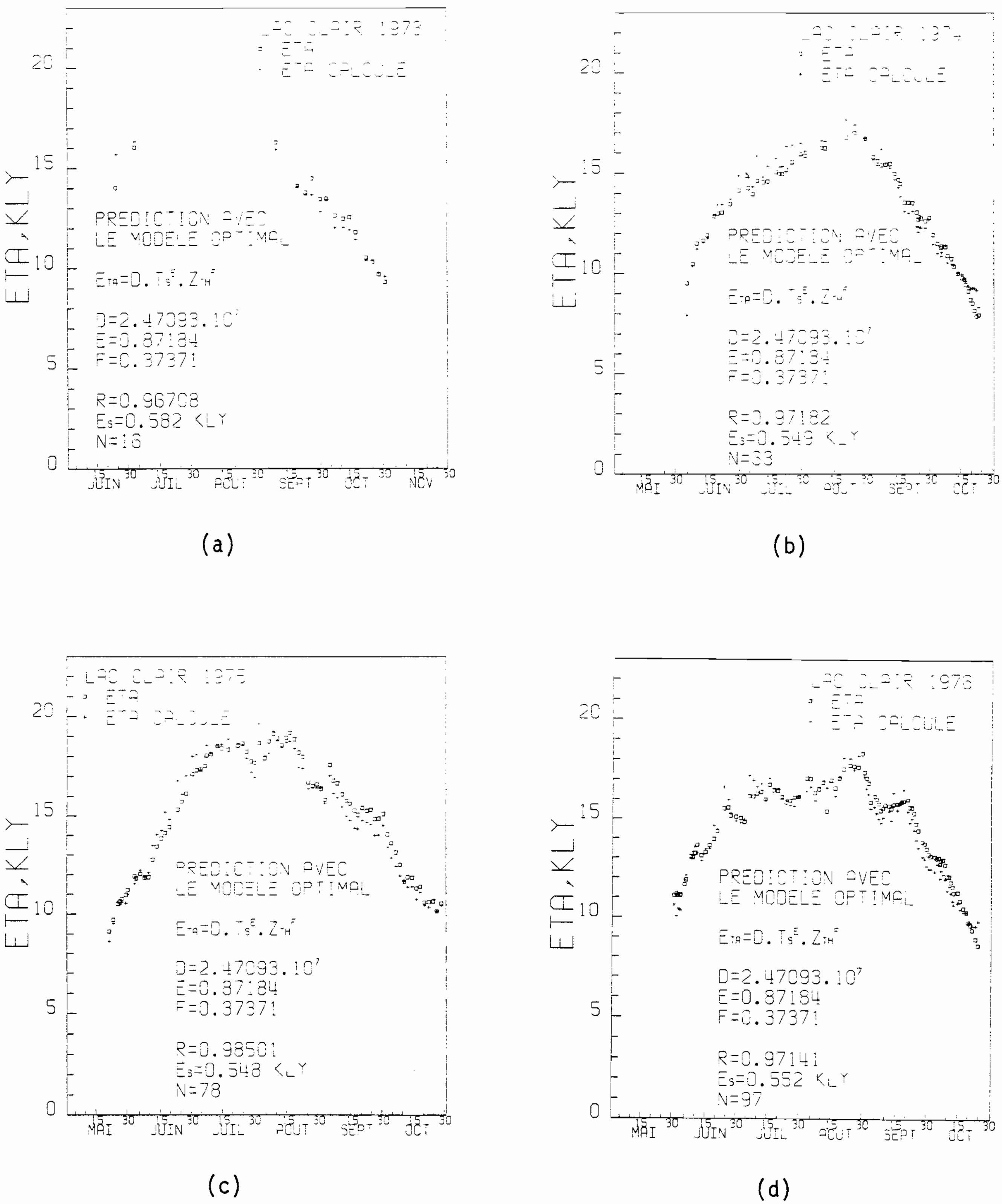
ANNEE	N	$\overline{ZTH}$, M EXP	MODELE	R	ES M	ES/$\overline{ZTH}$ %
1973	14	11.268	11.320	0.98231	0.442	3.92
1974	37	10.934	10.844	0.98579	1.021	9.34
1975	37	10.257	10.587	0.97040	0.512	4.99
1976	50	10.588	10.796	0.96431	0.932	8.80
1977	21	11.145	11.671	0.95879	1.184	10.62

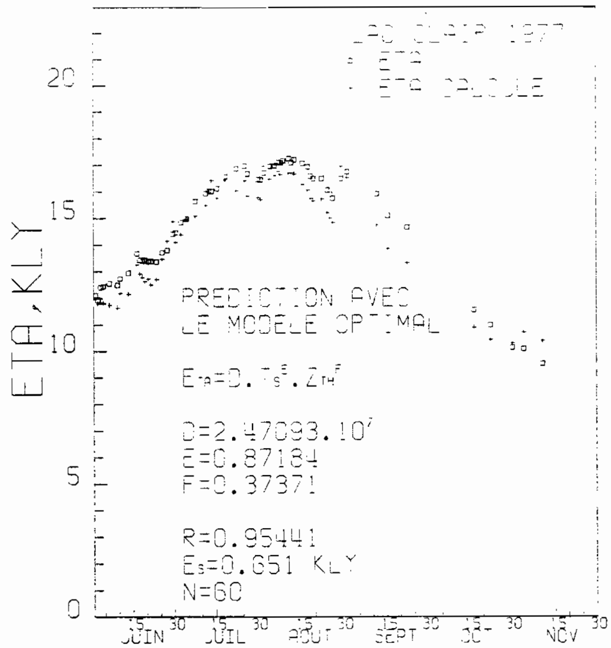
6.2 La prédiction de l'énergie interne

D'une façon similaire à la prédiction de la thermocline, on peut prédire l'énergie interne du lac Clair pour les deux mêmes périodes thermiques et avec les mêmes modèles optima décrits aux équations (4.11) et (5.17). Dans chacun des cas, le calcul de l'énergie interne, E_{TA}, dépend de la connaissance de deux variables : la température de surface, T_s, et la profondeur de la thermocline, Z_{TH}.

La figure 6.3 et le tableau 6.3, de même que la figure 6.4 et le tableau 6.4, montrent respectivement les résultats de la prédiction de E_{TA} pour la période avec thermocline stable et pour la période automnale instable de 1973 à 1977. Les graphiques illustrent une excellente correspondance entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées par les deux modèles et, cela plus particulièrement, en période automnale instable à la figure 6.4. Ainsi aux tableaux 6.3 et 6.4, le coefficient de corrélation R, l'erreur standard E_s en valeur absolue et relative sont respectivement, en moyenne, pour les cinq années, 0.986, 390 ly et 2.90% pour la période automnale comparativement à 0.970, 576 ly et 3.89% pour la période avec thermocline stable.

L'énergie interne d'un bassin peut donc être simulée à partir d'un nombre réduit de variables mesurées, soit T_s et Z_{TH} et à l'instar de la prédiction de la thermocline, on peut augmenter la précision en choisissant des périodes thermiques de durée minimale et en améliorant mathématiquement les modèles.


LAC CLAIR 1973
ETA
ETA CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D.Ts^E.ZH^F
D=2.47093.10^7
E=0.87184
F=0.37371
R=0.96708
Es=0.582 KLY
N=16
ETA,KLY
JUIN JUIL AOUT SEPT OCT NOV
(a)
LAC CLAIR 1974
ETA
ETA CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D.Ts^E.ZH^F
D=2.47093.10^7
E=0.87184
F=0.37371
R=0.97182
Es=0.549 KLY
N=33
ETA,KLY
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT
(b)
LAC CLAIR 1975
ETA
ETA CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D.Ts^E.ZH^F
D=2.47093.10^7
E=0.87184
F=0.37371
R=0.98501
Es=0.548 KLY
N=78
ETA,KLY
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT
(c)
LAC CLAIR 1976
ETA
ETA CALCULE
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D.Ts^E.ZH^F
D=2.47093.10^7
E=0.87184
F=0.37371
R=0.97141
Es=0.552 KLY
N=97
ETA,KLY
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT
(d)

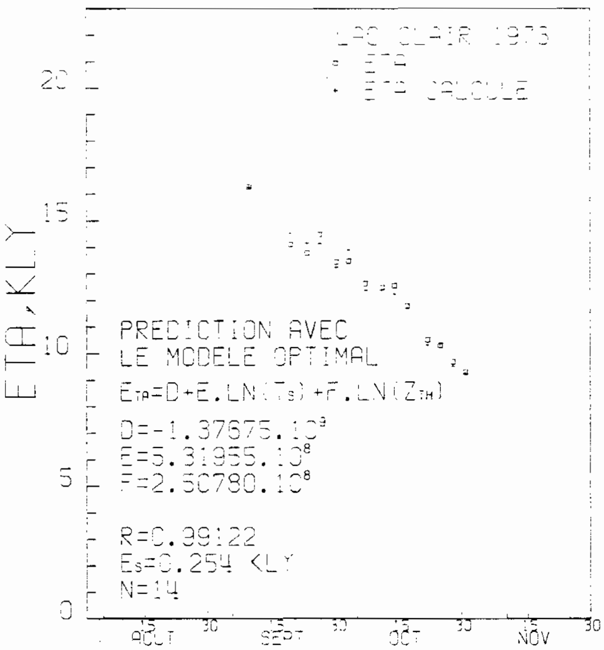


(e)

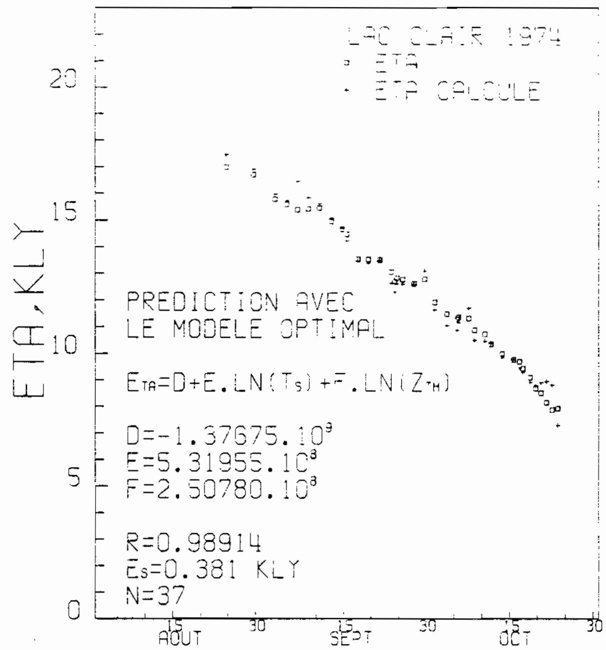
Figure 6.3 Prédiction de l'énergie interne avec le modèle optimal puissance pour la période avec thermocline stable au lac Clair de 1973 à 1977.

TABLEAU 6.3 RESULTATS DE LA PREDICTION DE L'ENERGIE INTERNE AVEC LE MODELE OPTIMAL PUISSANCE POUR LA PERIODE AVEC THERMOCLINE STABLE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

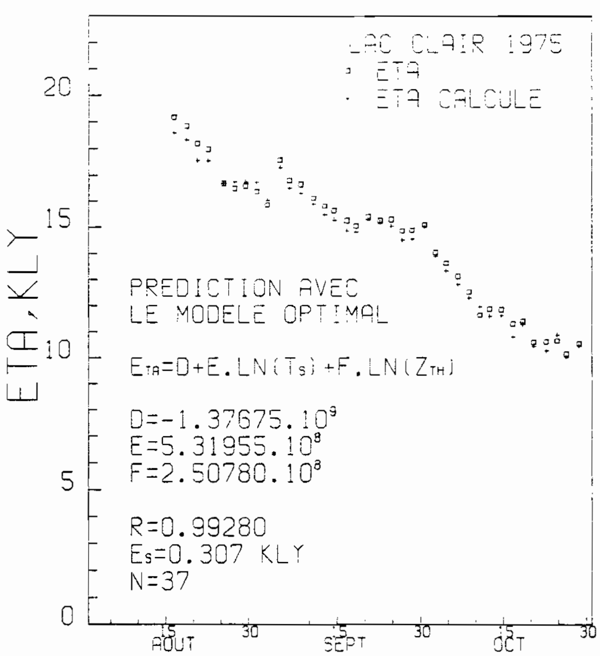
ANNEE	N	$\overline{ETA}$, KLY EXP	$\overline{ETA}$, KLY MODELE	R	ES KLY	ES/$\overline{ETA}$ %
1973	16	15.028	14.966	0.96708	0.582	3.87
1974	63	13.884	14.084	0.97182	0.549	3.95
1975	78	15.281	15.465	0.98501	0.548	3.52
1976	97	15.157	15.060	0.97141	0.552	3.64
1977	60	14.608	14.066	0.95441	0.651	4.46


LAC CLAIR 1973
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D+E.LN(TS)+F.LN(ZTH)
D=-1.37675.10^9
E=5.31955.10^8
F=2.50780.10^8
R=0.99122
Es=0.254 KLY
N=14
AOUT
SEPT
OCT
NOV

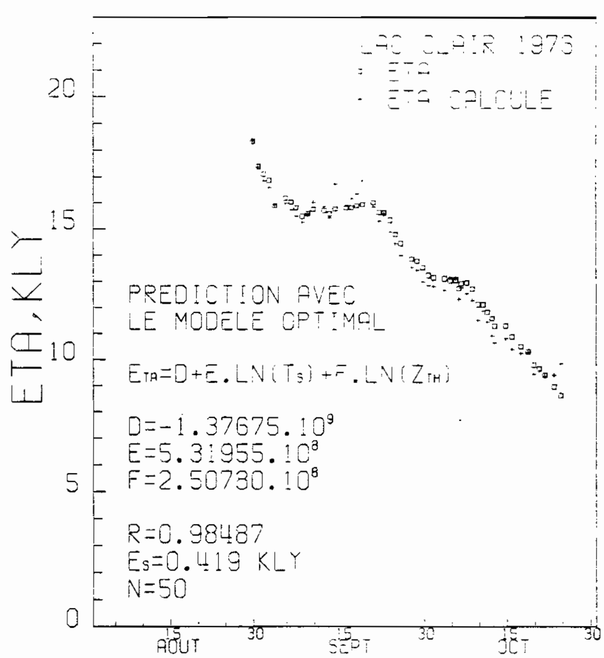
(a)


LAC CLAIR 1974
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D+E.LN(TS)+F.LN(ZTH)
D=-1.37675.10^9
E=5.31955.10^8
F=2.50780.10^8
R=0.98914
Es=0.381 KLY
N=37
AOUT
SEPT
OCT

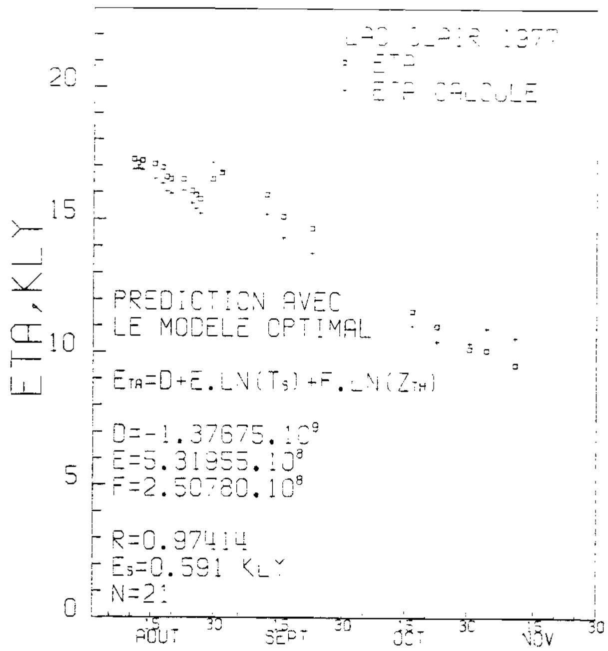
(b)


LAC CLAIR 1975
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D+E.LN(TS)+F.LN(ZTH)
D=-1.37675.10^9
E=5.31955.10^8
F=2.50780.10^8
R=0.99280
Es=0.307 KLY
N=37
AOUT
SEPT
OCT

(c)


LAC CLAIR 1976
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
PREDICTION AVEC
LE MODELE OPTIMAL
ETA=D+E.LN(TS)+F.LN(ZTH)
D=-1.37675.10^9
E=5.31955.10^8
F=2.50730.10^8
R=0.98487
Es=0.419 KLY
N=50
AOUT
SEPT
OCT

(d)



(e)

Figure 6.4 Prédiction de l'énergie interne avec le modèle optimal mixte exponentiel-puissance pour la période automnale instable au lac Clair de 1973 à 1977.

TABLEAU 6.4 RESULTATS DE LA PREDICTION DE L'ENERGIE INTERNE AVEC LE MODELE OPTIMAL MIXTE EXPONENTIEL-PUISSANCE POUR LA PERIODE AUTOMNALE INSTABLE AU LAC CLAIR DE 1973 A 1977.

ANNEE	N	$\overline{ETA}$, KLY EXP	$\overline{ETA}$, KLY MODELE	R	ES KLY	ES/$\overline{ETA}$ %
1973	14	12.849	12.849	0.99122	0.254	1.98
1974	37	12.990	13.051	0.98914	0.381	2.94
1975	37	14.627	14.435	0.99280	0.307	2.10
1976	50	13.788	13.673	0.98487	0.419	3.04
1977	21	13.815	13.457	0.97414	0.591	4.28

Chapite 7

GENERALISATION DES MODELES DE PREDICTION A D'AUTRES LACS

7.1 Le besoin de généraliser les modèles

L'étude évolutive de la thermique du lac Clair a permis de mettre en évidence certaines relations existant entre l'énergie interne du lac, sa température de surface et la profondeur de la thermocline, relations dont la précision varie d'un modèle à l'autre et selon les périodes thermiques caractérisant le cycle thermique annuel.

La première question qui vient immédiatement à l'esprit de tout scientifique est la suivante: " Est-ce que les modèles introduits dans l'étude du lac Clair peuvent également s'appliquer à d'autres lacs dont les paramètres morphométriques et la microstructure thermique diffèrent peu ou beaucoup de ce dernier "?

Dans le cas d'une réponse affirmative à cette question, une deuxième interrogation découle obligatoirement de la première et elle s'énonce comme suit: " En supposant qu'un modèle donné s'applique d'une façon satisfaisante à tous les lacs étudiés et sachant que les coefficients de l'équation sont normalement différents d'un lac à l'autre, est-il possible alors de généraliser l'équation du modèle afin de pouvoir prédire l'énergie interne ou encore la thermocline d'un ou l'autre des bassins avec l'aide d'une seule équation plus générale dans laquelle on aurait introduit d'autres paramètres, tels les paramètres morphométriques, par exemple "?

L'objectif du présent chapitre est de répondre à ces interrogations en ayant à l'esprit qu'en cas de résultats positifs, ceux-ci en plus d'être applicables aux bassins étudiés, doivent avoir un certain caractère de prédiction. Cela signifie qu'une équation générale obtenue de l'étude de n lacs doit pouvoir prédire le déroulement des phénomènes thermiques dans un nouveau lac de rang (n+1) pour lequel nous ne connaissons d'avance que la bathymétrie.

Il faut cependant être prudent à ce sujet étant donné qu'un nombre restreint de lacs ont été étudiés avec les modèles proposés aux chapitres précédents et qu'il faut s'attendre à voir apparaître d'autres paramètres en plus de ceux reliés à la morphométrie du bassin, tels: la latitude, la transparence de l'eau et l'altitude de la surface du lac. Pour le moins, une équation générale digne de ce nom devrait pouvoir prédire l'évolution thermique de l'ensemble des lacs d'une région donnée.

Parmi tous les lacs étudiés par l'auteur au cours des cinq dernières années - les lacs Clair, Emmuraillé, Grenon, St-Jean, Otis, à-la-Croix, Goth, Valérie, des Coeurs et Thomas -, on ne peut conserver que cinq de ces lacs pour les études statistiques conduisant aux modèles, cela pour les deux raisons suivantes: 1- il faut des données nombreuses sur chacun des cycles estivaux, 2- il faut connaître la bathymétrie du bassin.

Le lac Clair a été étudié d'une façon détaillée aux chapitres précédents en tenant compte des données pour les cycles estivaux de 1973 à 1977. Pour atteindre les objectifs de ce chapitre, quatre autres lacs ont rencontré les deux conditions qui précèdent; la liste de ceux-ci, avec entre parenthèses les cycles annuels étudiés, est la suivante:

Lac Emmuraillé	(1975,1977,1978)
Lac Grenon	(1977,1978)
Lac Otis	(1977,1978)
Lac à-la-Croix	(1978)

Les appendices C à F nous montrent, d'une façon succincte pour chacun de ces lacs, les études bathymétriques et morphométriques de même que les études des modèles de prédiction réalisées selon une démarche identique à celle prise aux chapitres 4 et 5 pour le lac Clair. Le tableau 7.1 résume les principales données morphométriques des cinq lacs disponibles pour cette étude. Un rapide examen de ce tableau nous permet de remarquer que ces lacs sont tous de forme différente. En particulier, l'examen des valeurs pour la profondeur moyenne $\bar{Z}$ et pour la superficie A_0 nous fait voir qu'il existe une grande dispersion de celles-ci autour de leur moyenne respective, ce qui est de bonne augure pour d'éventuelles études statistiques où interviendraient ces variables.

Tableau 7.1 Les caractéristiques morphométriques principales des lacs étudiés.

LAC	$\bar{Z}$,m	Z_m,m	A_0,km^2	ℓ,m	$\bar{b}$,m
CLAIR	13.44	31.0	0.423700	1219	347
EMMURAILLE	13.13	29.9	0.643210	1346	478
GRENON	6.20	17.4	1.473880	1891	780
OTIS	18.04	42.0	5.696670	5724	995
A-LA-CROIX	10.31	20.1	1.090190	2705	403

Il est intéressant de noter que le lac Emmuraillé a des propriétés morphométriques très ressemblantes à celles obtenues pour le lac Clair. De ce fait, on devrait obtenir des résultats très voisins pour ces deux lacs sur le plan des modèles de prédiction. D'autre part, si les lacs avaient tous une forme semblable, soit la forme paraboloïde par exemple, on devrait s'attendre à une augmentation de la profondeur moyenne en rapport direct avec une augmentation de la superficie du lac. Un rapide coup d'oeil au tableau 7.1 indique qu'il existe plutôt une grande variété de formes parmi les lacs étudiés. En particulier, le lac à-la-Croix et surtout le lac Grenon constituent des cas irréguliers par rapport à l'idéalisation présentée plus haut. Il sera donc intéressant de voir plus loin s'il est possible d'obtenir une généralisation des modèles théoriques en basant notre étude sur des lacs ayant des propriétés physiques très variées.

7.2 Prédiction de l'énergie interne en automne avec un modèle généralisé avec cinq lacs

7.2.1 Généralisation du modèle exponentiel simple

Comme il serait très long et fastidieux de généraliser tous les modèles introduits aux chapitres 4 et 5 pour le lac Clair, il convient dans ce chapitre de limiter notre étude à l'un de ces modèles, soit le modèle exponentiel simple appliqué à la période automnale instable. Rappelons que ce modèle a permis de relier l'énergie interne du lac Clair à sa température de surface seulement et qu'il existe une relation exponentielle très évidente entre la température de surface et la température moyenne du lac.

Ce modèle a été appliqué aux lacs Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix. Les résultats sont illustrés (parties a et b) aux figures C.9, C.10, C.11, D.7, D.8, E.7 et F.5, de même qu'aux tableaux C.6 et C.7, D.6 et D.7, E.6 et F.5 respectivement pour chacun de ces lacs. Même si le modèle exponentiel simple n'est pas le plus précis des quatre modèles proposés pour l'automne, le tableau 7.2 permet de constater qu'en moyenne les coefficients de corrélation sont très élevés et que les erreurs standards pour la variable T_s varient de 0.25 à 0.74^{o}C selon les lacs.

Tableau 7.2 Comparaison des coefficients de corrélation moyens et des erreurs standards moyennes obtenus par lissage annuel en période automnale instable avec la relation $T_s = A.EXP(B.T_{ML})$.

LAC	R	E_S, ^{o}C
CLAIR	0.9951	0.480
EMMURAILLE	0.9879	0.537
GRENON	0.9972	0.253
OTIS	0.9703	0.739
A-LA-CROIX	0.9829	0.718

Incidemment, lorsqu'on compare les résultats obtenus aux appendices C à F entre eux et avec ceux du chapitre 5, on constate une grande similitude dans la précision relative de chacun des modèles. Quoiqu'il en soit, même si le modèle exponentiel simple est moins précis que les trois autres, il reste qu'il a l'immense avantage de la simplicité, ce qui le rendra sûrement beaucoup plus utile dans les applications météorologiques. Or, c'est en automne que se manifeste la plus grande influence des pertes d'énergie des bassins sur l'atmosphère et comme le modèle exponentiel relie directement l'énergie interne à la température de la surface du plan d'eau, sans s'occuper de l'évolution de la thermocline qui descend alors très rapidement vers le fond, il devient alors possible de connaître la quantité d'énergie cédée à l'atmosphère en mesurant simplement la variation de la température de surface pour un temps donné. Cette théorie pourrait donc être avantageusement utilisée dans les programmes de simulation de l'atmosphère puisque ce modèle ne demande que très peu de calcul par ordinateur et que la réponse obtenue est stable et sans les problèmes reliés aux calculs de bilans énergétiques par couches dans le milieu aqueux.

Rappelons les principales équations reliées à ce modèle.

$$T_s = A.EXP(B.T_{ML}) \qquad (7.1)$$

$$E_{TA} = k_e.\bar{Z}.T_{ML} \qquad (7.2)$$

$$E_{TA} = K.\ell n(T_s/A) \qquad (7.3)$$

où

$$K = k_e.\bar{Z}/B \qquad (7.4)$$

Les coefficients A et B de l'équation (7.1) sont différents d'un lac à l'autre, comme le montre le tableau 7.3. Les valeurs tabulées sont celles qui découlent d'un calcul d'optimisation des paramètres, tel que décrit au chapitre 5, lequel vise à minimiser les erreurs sur l'ensemble des années, cela à l'exception des lacs pour lesquels il n'existe qu'une seule saison de données.

Ce tableau montre également en valeur absolue et relative, les erreurs-types des coefficients A et B, soit S_A et S_B définies comme à l'appendice B, pour lesquelles chacune des valeurs est la moyenne des erreurs-types annuelles pondérées par le nombre respectif d'événements.

Tableau 7.3 Les meilleurs coefficients et leurs écarts-types pour le modèle $T_s = A.EXP(B.T_{ML})$.

LAC	A	S_A	%	B	S_B	%
CLAIR	2.28946	0.05184	2.26	0.17080	0.00290	1.70
EMMURAILLE	2.26370	0.04686	2.07	0.16747	0.00592	3.53
GRENON	3.84153	0.03535	0.92	0.09480	0.00165	1.74
OTIS	0.58872	0.01421	2.41	0.28517	0.01631	5.72
A-LA-CROIX	2.06349	0.04251	2.06	0.14650	0.00686	4.68

Ce tableau fait de plus ressortir que les coefficients moyens A et B sont connus avec une incertitude presque toujours inférieure à 5% et qu'il existe une très forte dispersion des valeurs de chacun de ces coefficients d'un lac à l'autre. Comme prévu à la section précédente, on note une grande similitude des coefficients obtenus pour les lacs Emmuraillé et Clair, lesquels ont des propriétés morphométriques assez semblables en plus d'être situés dans le même secteur, soit à 2 kilomètres l'un de l'autre.

Comme il apparaît de toute évidence que les coefficients A et B soient caractéristiques de chacun des lacs, la prochaine étape consiste donc à généraliser le modèle spécifique décrit à l'équation 7.3 en reliant les coefficients aux propriétés physiques des bassins.

7.2.2 Première démarche - Généralisation avec quatre lacs

Historiquement, les premiers calculs pour relier les coefficients A et B aux paramètres morphométriques $\bar{Z}$ et A_o ont été fondés sur les lacs Clair, Emmuraillé, Grenon et Otis, les données de la bathymétrie du lac à-la-Croix étant alors manquantes.

Le tableau 7.4 montre pour chacun des coefficients A et B, onze relations simples qui peuvent exister entre ceux-ci et la profondeur moyenne $\bar{Z}$ et la superficie A_o de chacun des lacs. On remarque en tout premier lieu que les coefficients A et B sont beaucoup plus fortement liés à la profondeur moyenne qu'à la superficie du lac. Cela est très bien démontré si on compare les résultats des équations linéaires simples numérotées 1, 4, 12 et 15. Ainsi les relations linéaires de A et B avec $\bar{Z}$ (équations 1 et 12) montrent des coefficients de corrélation de 0.986 et de 0.958, alors que les relations linéaires de A et B avec A_o donnent des coefficients de corrélation de 0.718 et de 0.799 respectivement.

Les meilleurs résultats sont obtenus en corrélant A et B simultanément avec $\bar{Z}$ et A_o (voir les équations numérotées de 7 à 11 et de 18 à 22). Dans tous les cas les coefficients de corrélation sont supérieurs à 0.99 et les meilleurs coefficients de corrélation ou encore les plus petites erreurs résiduelles pour A et B correspondent aux relations suivantes:

$$A = a_1.EXP(b_1.\bar{Z}+c_1.A_o) \qquad (7.5)$$

$$B = a_2.EXP(b_2.\bar{Z}+c_2.A_o) \qquad (7.6)$$

où on a pris soin d'ajouter des indices aux coefficients afin de les différencier dans les calculs à venir. Les erreurs-types des coefficients introduits aux équations (7.5) et (7.6) sont calculées selon l'équation (B.6). Les résultats sont les suivants:

$Sa_1 = 0.12\%$; $Sb_1 = 0.36\%$; $Sc_1 = 0.40\%$

$Sa_2 = 0.03\%$; $Sb_2 = 0.19\%$; $Sc_2 = 1.34\%$

Tableau 7.4 Corrélation entre les meilleurs coefficients A et B, la profondeur moyenne et la superficie du lac pour la fonction : $T_s = A.EXP(B.T_{ML})$. Etude statistique basée sur les lacs Clair, Emmuraillé, Grenon et Otis.

Numéro	FONCTION	a	b	c	R	E_s	%
1	$A = a+b.Z$	5.65360	-0.268274		0.98586	0.1928	8.59
2	$A = a.EXP(b.Z)$	12.2066	-0.148524		0.90375	0.6664	29.67
3	$A = a.Z^b$	67.8460	-1.45674		0.82717	0.7101	31.62
4	$A = a+b.A_o$	3.04217	-3.86681E-7		0.71799	0.8008	35.66
5	$A = a.EXP(b.A_o)$	3.33689	-2.86348E-7		0.88038	0.9279	41.32
6	$A = a.A_o^b$	2139.11	-0.502965		0.71830	1.1785	52.47
7	$A = a+b.Z+c.A_o$	5.45995	-0.235031	-1.11016E-7	0.99974	0.0263	1.17
8	$A = a.EXP(b.z+c.A_o)$	9.02926	-9.67649E-2	-1.72853E-7	0.99999	0.0027	0.12
9	$A = a.EXP(b.z).A_o^c$	762.437	-0.122023	-0.318858	0.99906	0.0683	3.04
10	$A = a.Z^b.EXP(c.A_o)$	29.0134	-0.941563	-2.06050E-7	0.99998	0.0096	0.43
11	$A = a.Z^b.A_o^c$	10969.5	-1.24728	-0.399612	0.99788	0.1019	4.54
12	$B = a+b.Z$	-1.64398E-2	1.54300E-2		0.95767	0.0196	10.92
13	$B = a.EXP(b.Z)$	5.20308E-2	9.16909E-2		0.99477	0.0083	4.61
14	$B = a.Z^b$	1.57125E-2	0.95531		0.96717	0.0218	12.12
15	$B = a+b.A_o$	0.12708	2.54859E-8		0.79924	0.0409	22.80
16	$B = a.EXP(b.A_o)$	0.129561	1.22552E-7		0.67181	0.0393	21.90
17	$B = a.A_o^b$	1.41932E-2	0.175702		0.44740	0.0545	30.32
18	$B = a+b.Z+c.A_o$	3.42379E-3	1.20201E-2	1.13877E-8	0.99994	0.0007	0.42
19	$B = a.EXP(b.z+c.A_o)$	5.41731E-2	8.47636E-2	2.31338E-8	0.99999	0.0001	0.05
20	$B = a.EXP(b.z).A_o^c$	2.99023E-2	8.81406E-2	4.27169E-2	0.99996	0.0006	0.35
21	$B = a.Z^b.EXP(c.A_o)$	1.94866E-2	0.824762	5.22156E-8	0.99994	0.0007	0.40
22	$B = a.Z^b.A_o^c$	4.34939E-3	0.90241	0.10093	0.99930	0.0025	1.39

Pour bien comprendre l'importance et la signification de l'erreur-type sur les coefficients, il faut rappeler que cette valeur est la racine carré du rapport des variances des résidus à la variance de la variable indépendante, soit $\bar{Z}$ ou A_0, rapport qu'on divise par (n-k-1). Cette dernière quantité est égale à un (1) puisque le nombre de lacs est n=4 et qu'il y a deux variables indépendantes, soit k=2. Dans le présent cas, les faibles valeurs des erreurs-types s'expliquent en tout premier lieu par de faibles résidus - 0.12 et 0.05% pour A et B au tableau 4 - et en second lieu par une bonne dispersion des profondeurs moyennes qui varient selon le tableau 7.1 de 6.20 à 18.04 m et des superficies qui varient de 0.42 à 5.7 km^2.

Les erreurs sont tellement minimes que la figure 7.1 montre une correspondance parfaite entre la valeur expérimentale de B et celle calculée par l'équation (7.6). La prudence est de rigueur devant des résultats aussi parfaits surtout si on considère qu'au tableau 7.3 les incertitudes sur les coefficients varient de 2 à 5%. Des erreurs aussi faibles sont sûrement dues à un nombre de lacs trop faible, soit quatre, ce qui est à la limite de la méthode statistique avec deux variables indépendantes. L'ajout d'un autre lac sera donc d'une grande importance pour assurer une plus grande crédibilité aux résultats obtenus, lesquels devraient avoir une précision de l'ordre de celle citée plus haut. Quoiqu'il en soit, la figure 7.1 fait voir qu'il existe une forte relation entre B et $\bar{Z}$, ce qui est confirmé par l'étude corrélative au tableau 7.4.

Les relations (7.5) et (7.6) pour A et B ayant été obtenues à partir de seulement quatre lacs (Clair, Emmuraillé, Grenon et Otis), il est intéressant de voir si ces équations peuvent prédire la valeur de B pour le lac à-la-Croix, pour lequel on connaît maintenant les valeurs pour $\bar{Z}$ et A_0. La figure 7.1 nous montre que la prédiction de B par l'équation (7.6) n'est pas trop éloignée de la valeur de B obtenue expérimentalement. Le modèle aurait donc un certain caractère de prédiction.

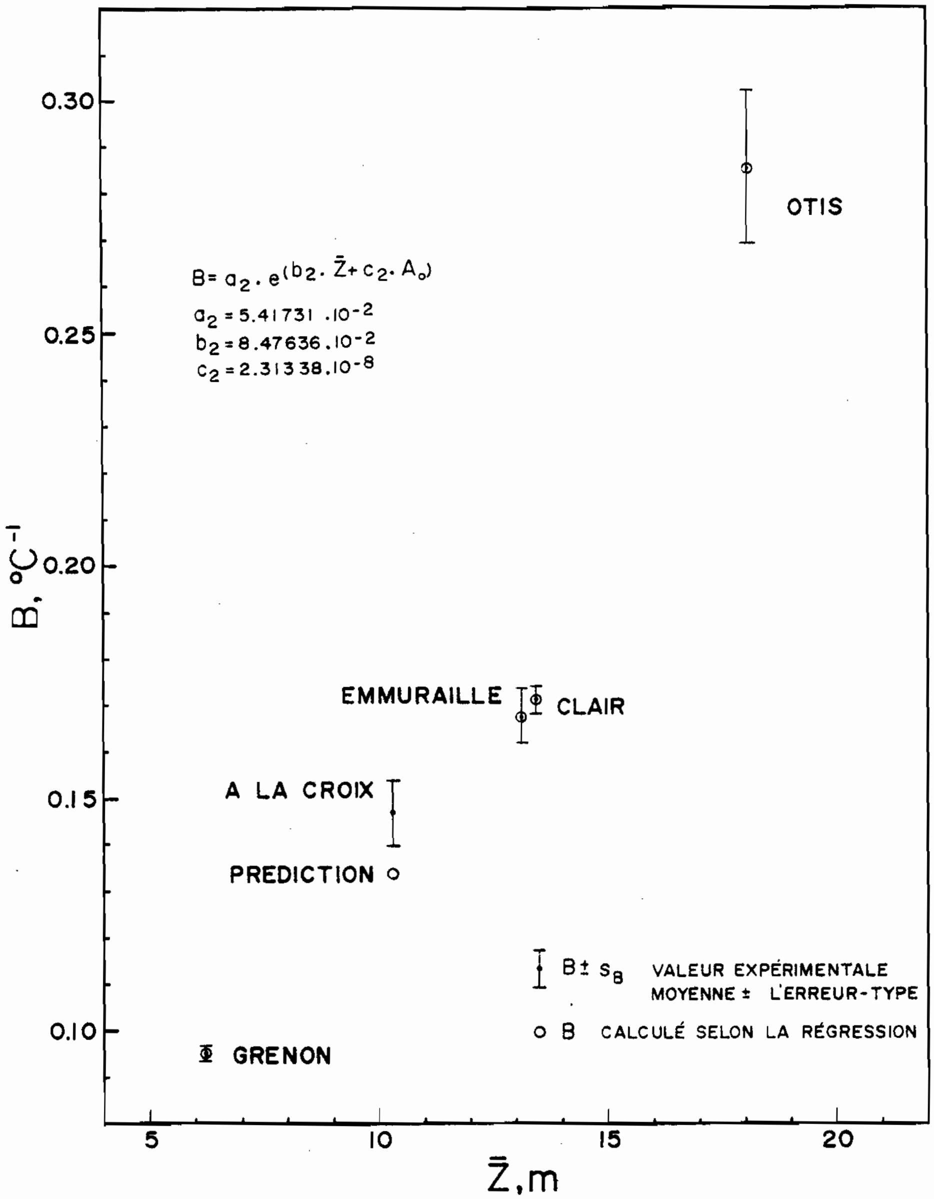


Figure 7.1 Corrélation entre B, $\bar{Z}$ et A_0 pour le modèle exponentiel simple en période automnale instable. Relation basée sur l'étude des lacs Clair, Emmuraillé, Grenon, et Otis. Prédiction pour le lac à-la-Croix.

Ces premiers résultats semblent répondre à la deuxième question de l'introduction à ce chapitre puisqu'on réussit à relier par un seul modèle un groupe de quatre lacs et qu'il est possible de prédire les résultats pour un nouveau lac.

La figure 7.2 compare l'énergie interne des cinq lacs avec celle calculée par le modèle généralisé, lequel est obtenu en remplaçant les équations (7.5) et (7.6) dans l'équation (7.3). Ainsi

$$E_{TA} = (k_e.\bar{Z}/a_2).e^{-(b_2.\bar{Z}+c_2.A_o)}.(\ell n T_s/a_1 - b_1.\bar{Z} - c_1.A_o) \qquad (7.7)$$

ou plus schématiquement

$$E_{TA} = f.e^{g}.(\ell n T_s/a_1 + h) \qquad (7.8)$$

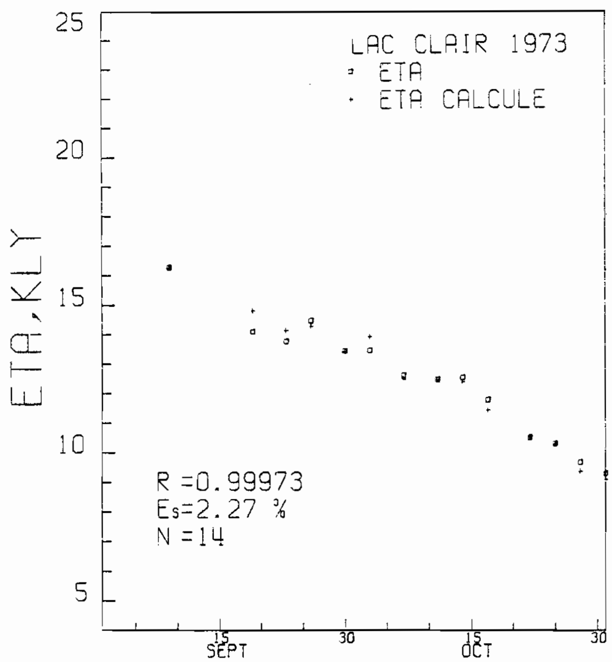
où

$$\begin{aligned} f &= k_e.\bar{Z}/a_2 \\ g &= -(b_2.\bar{Z}+c_2.A_o) \\ h &= -(b_1\bar{Z}+c_1.A_o) \end{aligned} \qquad (7.9)$$

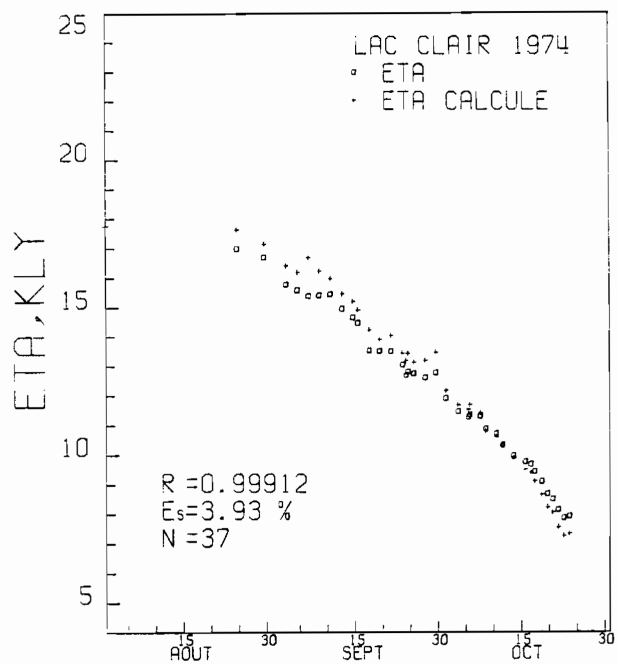
avec

$$\begin{aligned} a_1 &= 9.02926\ {}^{o}C & a_2 &= 5.41731.10^{-2}\ {}^{o}C^{-1} \\ b_1 &= -9.67649.10^{-2} m^{-1} & b_2 &= 8.47636.10^{-2}\ m^{-1} \\ c_1 &= -1.72853.10^{-7} m^{-2} & c_2 &= 2.31338.10^{-8}\ m^{-2} \end{aligned} \qquad (7.10)$$

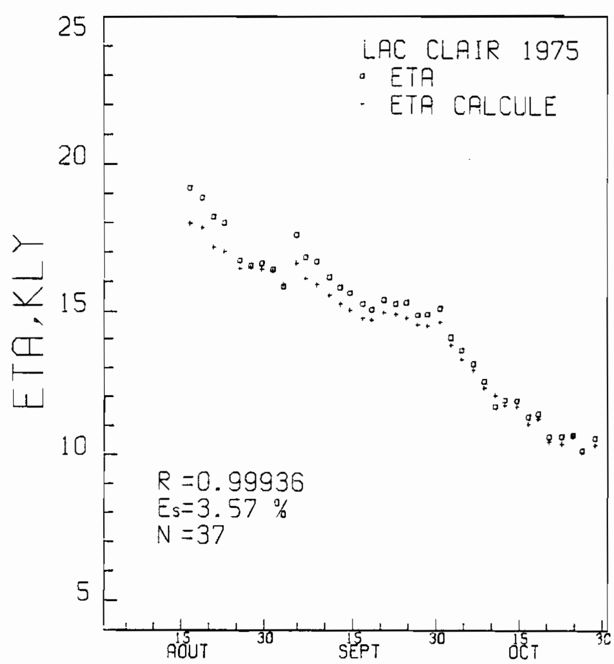
L'équation générale (7.7) réussit à prédire avec précision l'énergie interne des lacs Clair, Emmuraillé, Grenon et Otis. Les coefficients de corrélation (voir à la figure 7.2) pour les onze saisons automnales sont constamment supérieurs à 0.999 pour ces lacs et les erreurs résiduelles varient de 0.8 à 4.1% environ. En ce qui concerne le lac à-la-Croix qui n'a pas servi à la généralisation du modèle exponentiel simple, l'équation (7.7) réussit à extrapoler le calcul de son énergie interne avec une précision moyenne de 6.15% et le coefficient de corrélation calculé est de 0.998.


LAC CLAIR 1973
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99973
Es=2.27 %
N =14
SEPT
OCT

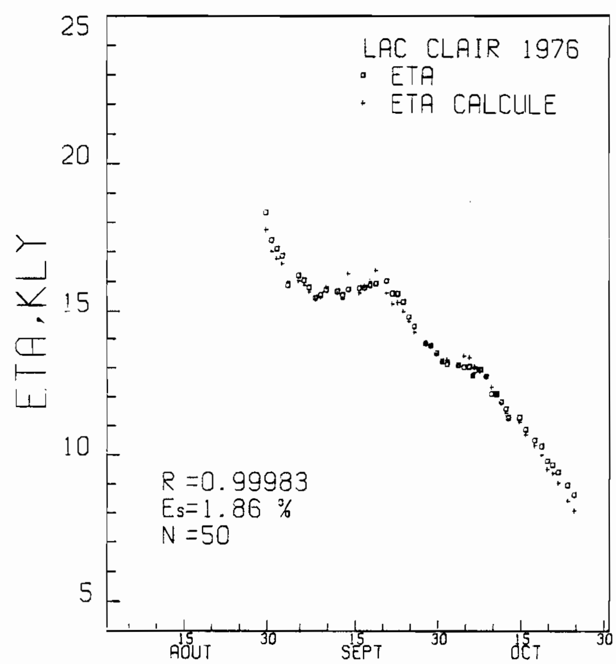
(a)


LAC CLAIR 1974
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99912
Es=3.93 %
N =37
AOUT
SEPT
OCT

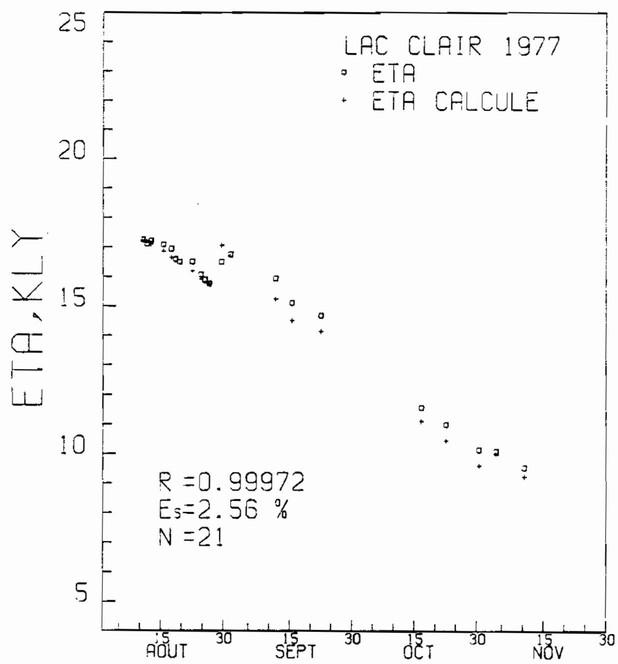
(b)


LAC CLAIR 1975
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99936
Es=3.57 %
N =37
AOUT
SEPT
OCT

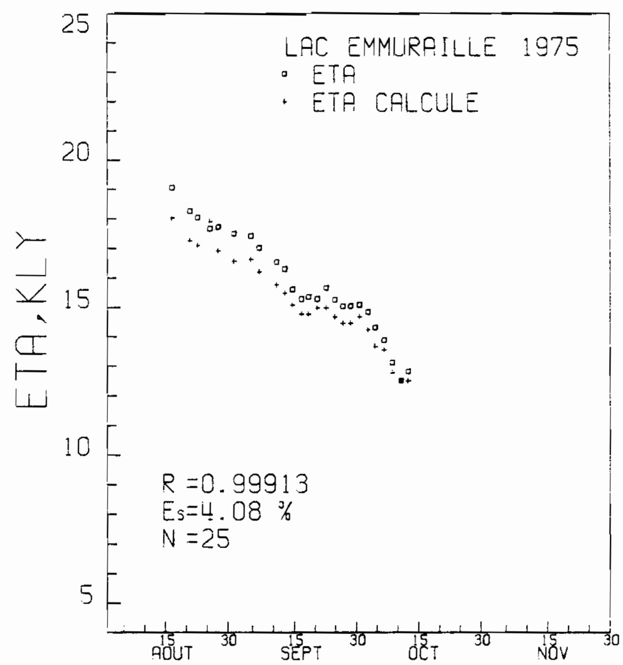
(c)


LAC CLAIR 1976
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99983
Es=1.86 %
N =50
AOUT
SEPT
OCT

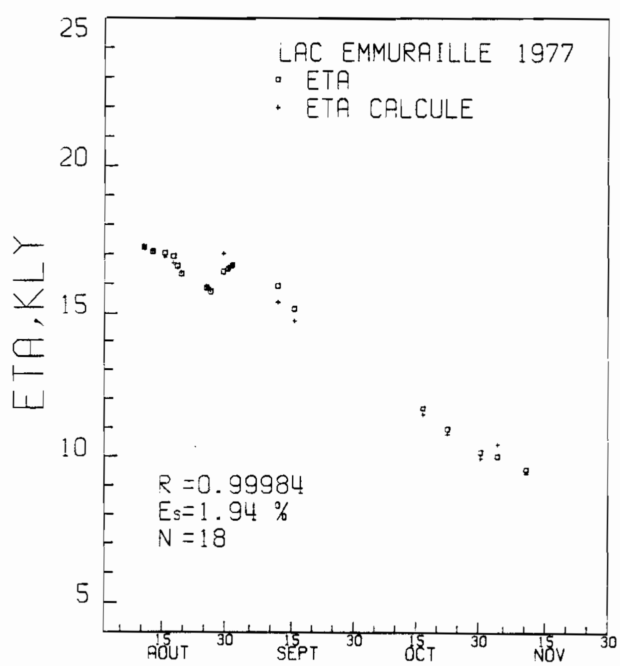
(d)


LAC CLAIR 1977
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99972
Es=2.56 %
N =21
AOUT
SEPT
OCT
NOV

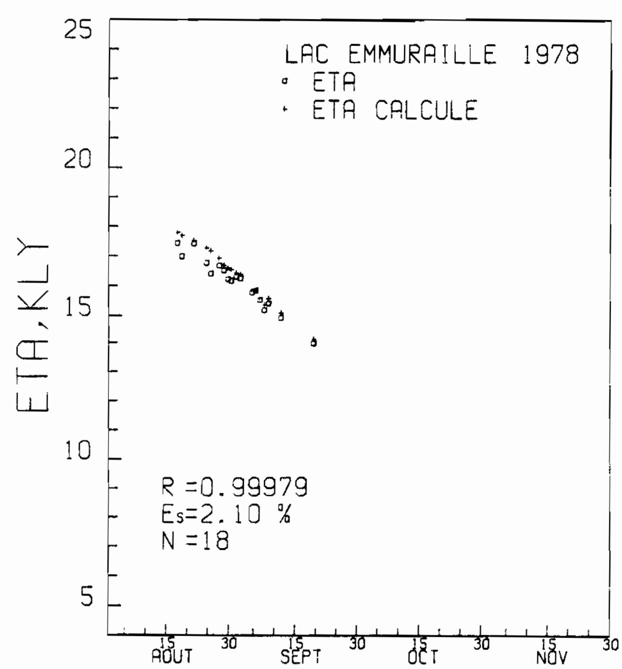
(e)


LAC EMMURAILLE 1975
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99913
Es=4.08 %
N =25
AOUT
SEPT
OCT
NOV

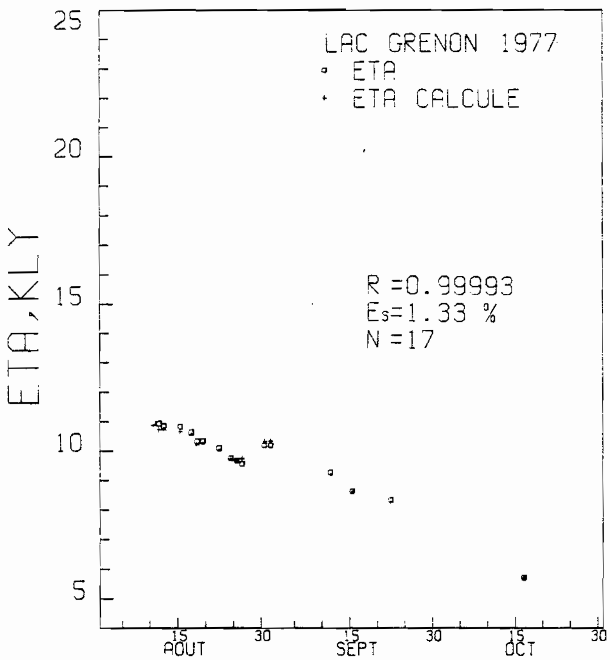
(f)


LAC EMMURAILLE 1977
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99984
Es=1.94 %
N =18
AOUT
SEPT
OCT
NOV

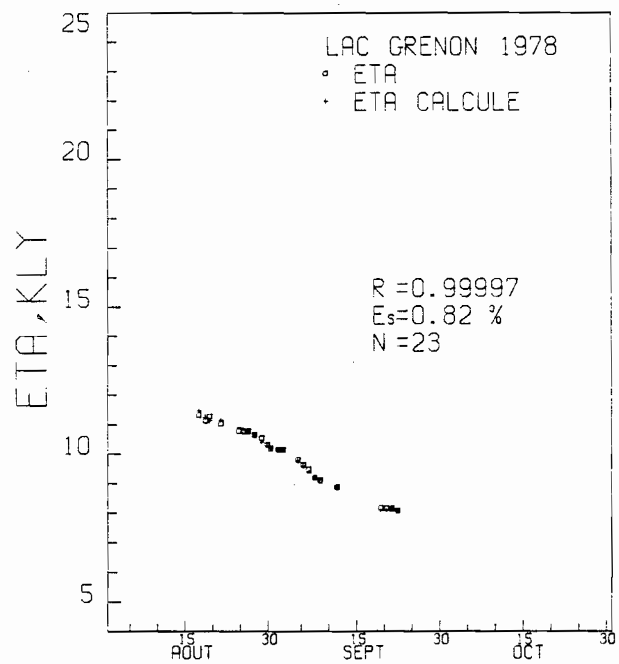
(g)


LAC EMMURAILLE 1978
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99979
Es=2.10 %
N =18
AOUT
SEPT
OCT
NOV

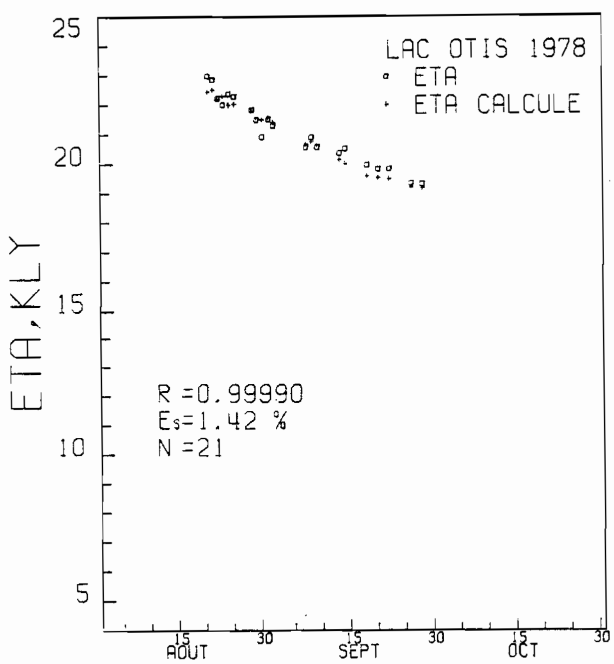
(h)



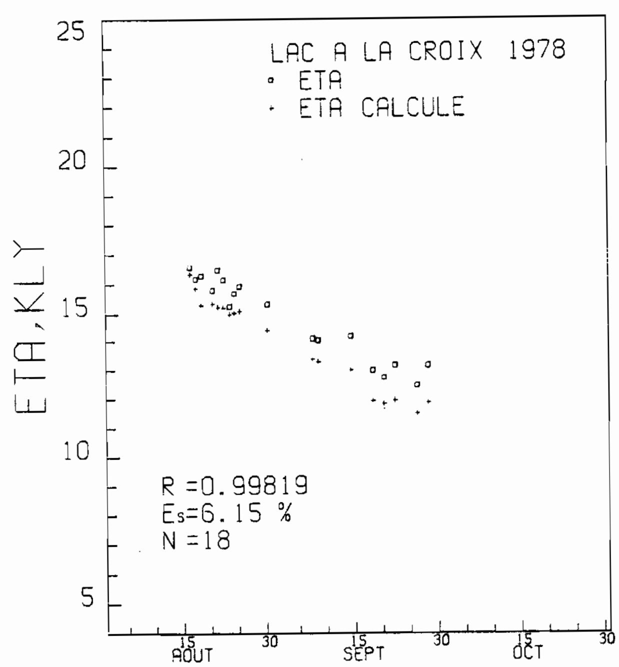
(i)



(j)



(k)



(l)

Figure 7.2 Evolution et prédiction par l'équation (7.7) de l'énergie interne en période automnale instable. Le modèle est basé sur l'étude des quatre lacs suivants: Clair, Emmuraillé, Grenon et Otis.

7.2.3 Deuxième démarche - Généralisation avec cinq lacs

L'étape suivante consiste naturellement à ajouter le lac à-la-Croix aux quatre autres lacs dans les calculs conduisant à la généralisation des coefficients A et B. Le tableau 7.5 montre les résultats obtenus en utilisant la même procédure qu'au tableau 7.4.

En comparant les résultats obtenus pour les coefficients a, b et c pour une même fonction aux tableaux 7.4 et 7.5, on constate que l'addition d'un lac pour les calculs statistiques n'a que peu affecté les valeurs des coefficients. Cela vient confirmer le caractère de prédiction de l'une ou de l'autre de ces fonctions. D'autre part, on remarque que les coefficients de corrélation obtenus avec cinq lacs sont quelque peu inférieurs à ceux montrés au tableau 7.4 pour quatre lacs. Il fallait s'y attendre puisqu'avec seulement quatre éléments pour les études corrélatives, nous étions à la limite de la méthode statistique. Cependant les résultats sont très satisfaisants, les coefficients de corrélation pour les équations à deux variables indépendantes au tableau 7.5 (fonctions numérotées de 7 à 11 et de 18 à 22) étant presque toujours supérieurs à 0.98.

Les meilleures fonctions pour le calcul de A et B diffèrent de celles déjà obtenues précédemment aux équations (7.5) et (7.6), soit

$$A = a_1.\bar{Z}^{b_1}.A_0^{c_1} \qquad (7.11)$$

$$B = a_2.\bar{Z}^{b_2}.\mathrm{EXP}(c_2.A_0) \qquad (7.12)$$

Les erreurs-types de chacun des coefficients sont:

$Sa_1 = 0.31\%$; $Sb_1 = 9.94\%$; $Sc_1 = 12.32\%$

$Sa_2 = 0.19\%$; $Sb_2 = 4.01\%$; $Sc_2 = 11.83\%$

Tableau 7.5 Corrélation entre les meilleurs coefficients A et B, la profondeur moyenne et la superficie du lac pour la fonction : $T_S = A.EXP(B.T_{ML})$. Etude statistique basée sur les lacs Clair, Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix.

Numéro	FONCTION	a	b	c	R	E_S	%
1	$A = a+b.Z$	5.23528	-0.247538		0.93598	0.3632	16.44
2	$A = a.EXP(b.Z)$	10.7722	-0.142328		0.89116	0.5407	24.47
3	$A = a.Z^b$	63.9569	-1.44029		0.82595	0.6125	27.72
4	$A = a+b.A_o$	2.88834	-3.63952E-7		0.68783	0.7488	33.89
5	$A = a.EXP(b.A_o)$	3.18522	-2.79475E-7		0.87461	0.8406	38.05
6	$A = a.A_o^b$	2195.95	-0.504147		0.71928	1.0559	47.79
7	$A = a+b.Z+c.A_o$	5.05290	-0.217754	-9.73950E-8	0.94724	0.3307	14.97
8	$A = a.EXP(b.z+c.A_o)$	7.86144	-9.08865E-2	-1.68219E-7	0.98364	0.2847	12.89
9	$A = a.EXP(b.Z).A_o^c$	715.714	-0.116149	-0.322633	0.98953	0.2235	10.12
10	$A = a.Z^b.EXP(c.A_o)$	26.0910	-0.921887	-1.98719E-7	0.99023	0.2101	9.51
11	$A = a.Z^b.A_o^c$	10075.0	-1.22810	-0.398500	0.99531	0.1369	6.20
12	$B = a+b.Z$	-1.44825E-2	1.53330E-2		0.95932	0.0176	10.18
13	$B = a.EXP(b.Z)$	5.44588E-2	8.94302E-2		0.98996	0.0091	5.27
14	$B = a.Z^b$	1.57491E-2	0.954606		0.96788	0.0195	11.25
15	$B = a+b.A_o$	0.124767	2.58269E-8		0.80764	0.0368	21.26
16	$B = a.EXP(b.A_o)$	0.129179	1.22990E-7		0.68047	0.0352	20.35
17	$B = a.A_o^b$	1.33841E-2	0.178347		0.44986	0.0498	28.77
18	$B = a+b.Z+c.A_o$	6.64034E-3	1.18835E-2	1.12801E-8	0.99907	0.0027	1.56
19	$B = a.EXP(b.z+c.A_o)$	5.67069E-2	8.28236E-2	2.16043E-8	0.99446	0.0052	2.99
20	$B = a.EXP(b.z).A_o^c$	3.06507E-2	8.58442E-2	4.41926E-2	0.99542	0.0047	2.71
21	$B = a.Z^b.EXP(c.A_o)$	1.98260E-2	0.821561	5.10228E-8	0.99914	0.0021	1.24
22	$B = a.Z^b.A_o^c$	4.37727E-3	0.900970	0.100842	0.99927	0.0023	1.32

La figure 7.3 montre la relation existant entre le coefficient B et la profondeur $\bar{Z}$ pour chacun des lacs, chaque valeur des coefficients étant accompagnée de son erreur-type. Selon cette figure, le B calculé avec la relation (7.12) est constamment à l'intérieur des limites d'incertitude de B pour chacun des cinq lacs. L'équation unique pour généraliser le modèle exponentiel simple à cinq lacs s'obtient en remplaçant les équations (7.11) et (7.12) dans (7.3). Ainsi

$$E_{TA} = (k_e.\bar{Z}/a_2).\bar{Z}^{-b_2}.e^{-c_2A_o}.(\ell n T_s/a_1 - b_1.\ell n\bar{Z} - c_1.\ell n A_o) \qquad (7.13)$$

ou plus simplement

$$E_{TA} = f.e^{g}.(\ell n T_s/a_1 + h) \qquad (7.14)$$

où

$$\begin{aligned} f &= k_e.\bar{Z}^{-(b_2-1)}/a_2 \\ g &= -c_2.A_o \\ h &= -(b_1.\ell n\bar{Z} + c_1.\ell n A_o) \end{aligned} \qquad (7.15)$$

avec

$$\begin{aligned} a_1 &= 10075.0\ ^oC & a_2 &= 1.98260.10^{-2}\ ^oC^{-1} \\ b_1 &= -1.22810 & b_2 &= 0.821561 \\ c_1 &= -0.39850 & c_2 &= 5.10228.10^{-8} \end{aligned} \qquad (7.16)$$

La figure 7.4 illustre la prédiction de l'énergie interne calculée avec l'équation générale (7.13) pour les douze saisons de mesure sur les cinq lacs étudiés. Les coefficients de corrélation de la prédiction demeurent constamment supérieurs à 0.998, tandis que les erreurs résiduelles pour E_{TA} varient entre 2.0 et 4.8%, ce qui est approximativement ce à quoi on devrait s'attendre comme précision des résultats.

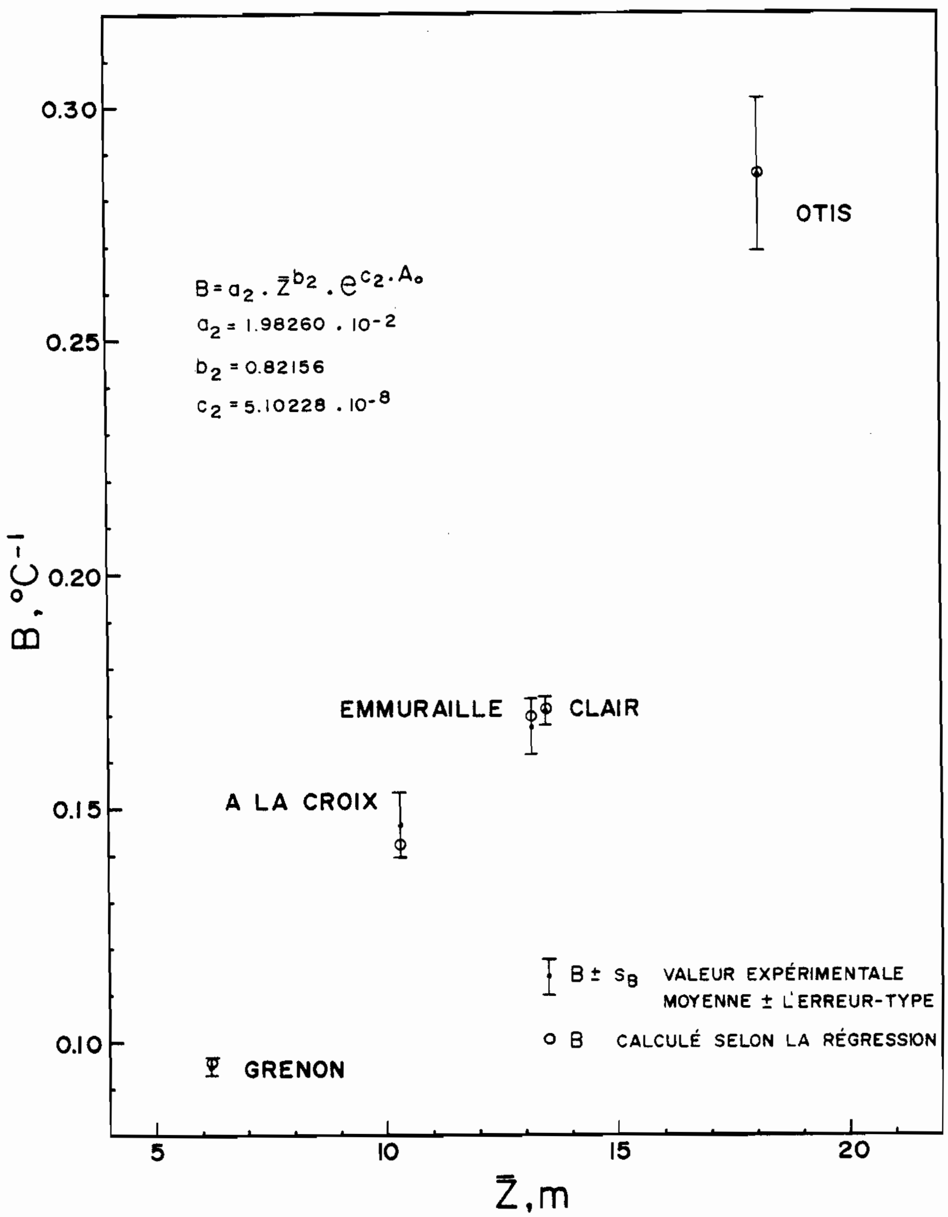
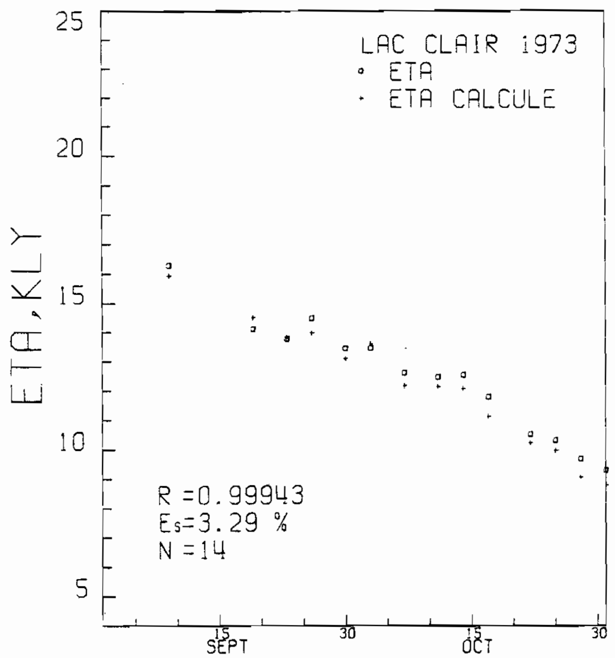
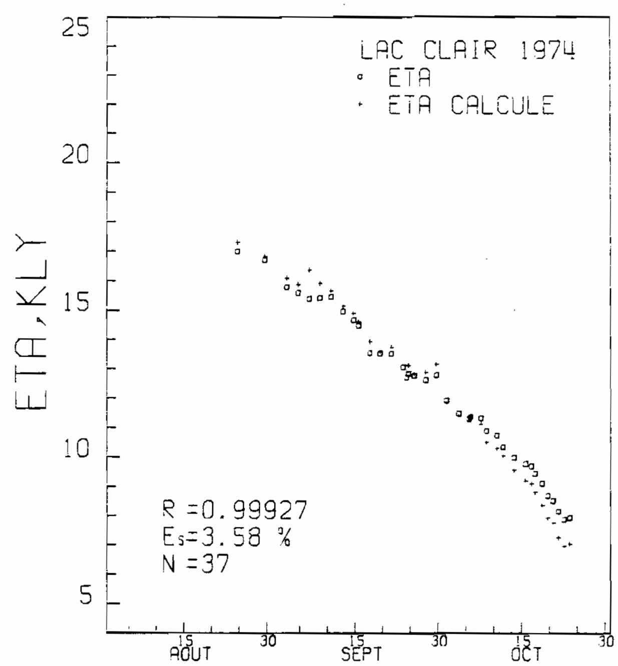


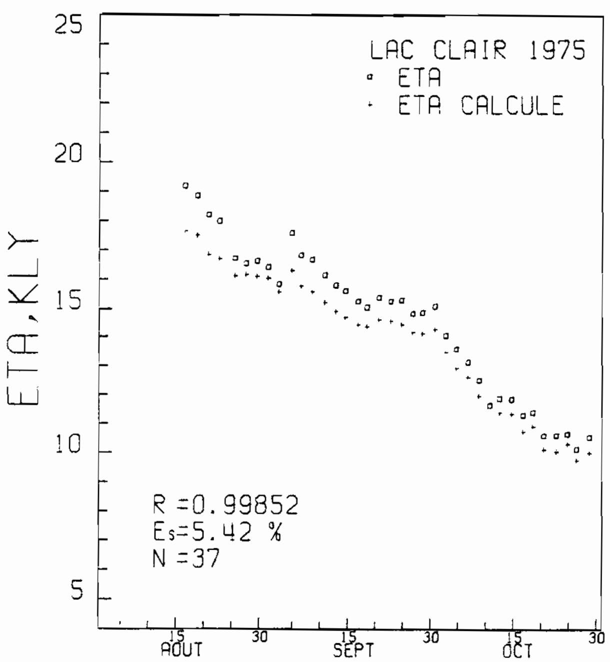
Figure 7.3 Corrélation entre B, $\bar{Z}$ et A_0 pour le modèle exponentiel simple en période automnale instable. Relation basée sur l'étude des lacs Clair, Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix.


LAC CLAIR 1973
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99943
Es=3.29 %
N =14
SEPT
OCT

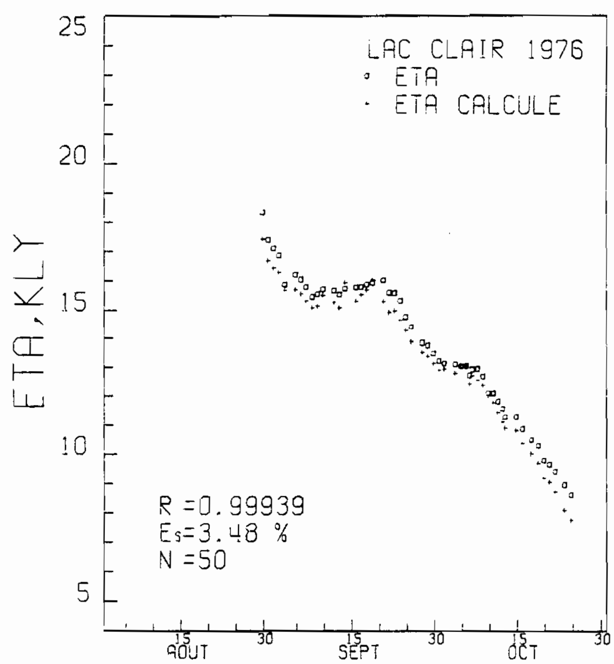
(a)


LAC CLAIR 1974
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99927
Es=3.58 %
N =37
AOUT
SEPT
OCT

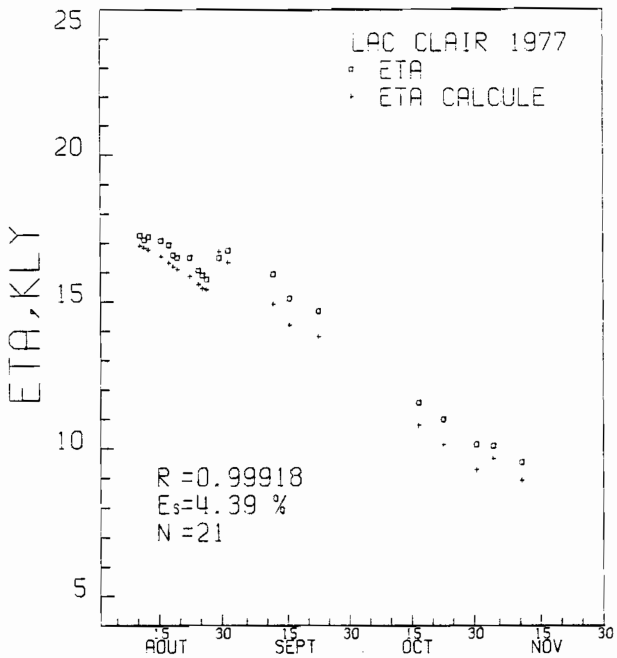
(b)


LAC CLAIR 1975
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99852
Es=5.42 %
N =37
AOUT
SEPT
OCT

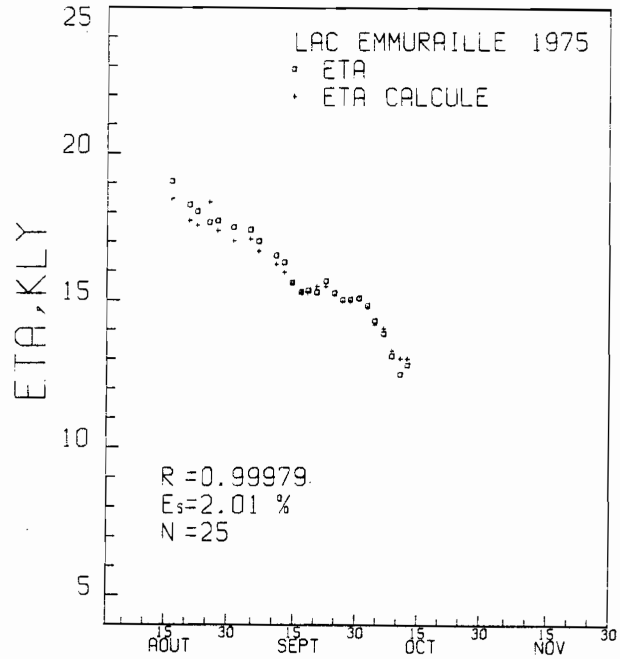
(c)


LAC CLAIR 1976
ETA
ETA CALCULE
ETA,KLY
R =0.99939
Es=3.48 %
N =50
AOUT
SEPT
OCT

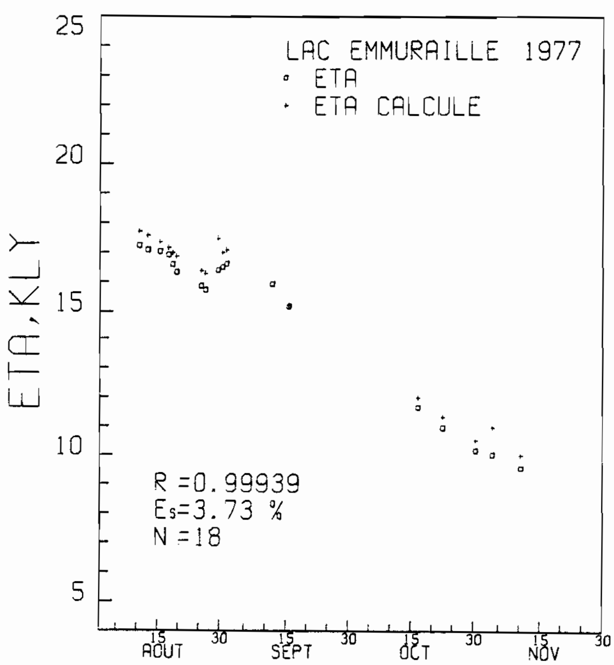
(d)


LAC CLAIR 1977
ETA
ETA CALCULE
R =0.99918
Es=4.39 %
N =21
ETA,KLY
AOUT
SEPT
OCT
NOV

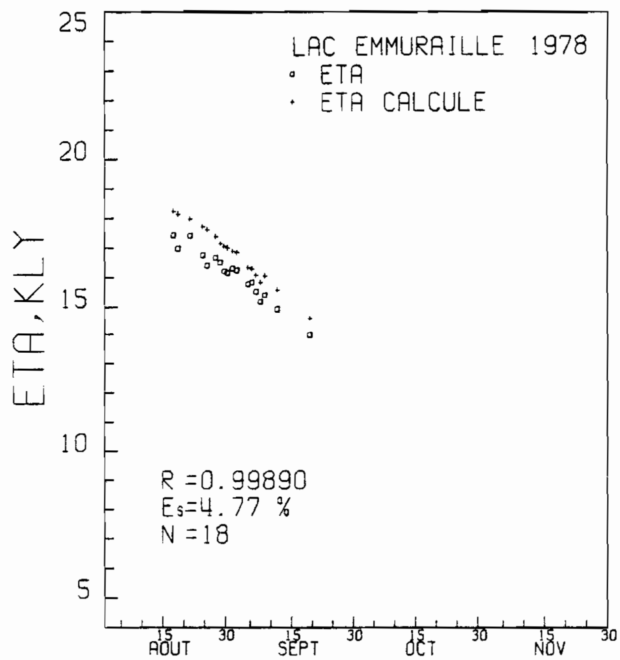
(e)


LAC EMMURAILLE 1975
ETA
ETA CALCULE
R =0.99979
Es=2.01 %
N =25
ETA,KLY
AOUT
SEPT
OCT
NOV

(f)


LAC EMMURAILLE 1977
ETA
ETA CALCULE
R =0.99939
Es=3.73 %
N =18
ETA,KLY
AOUT
SEPT
OCT
NOV

(g)


LAC EMMURAILLE 1978
ETA
ETA CALCULE
R =0.99890
Es=4.77 %
N =18
ETA,KLY
AOUT
SEPT
OCT
NOV

(h)

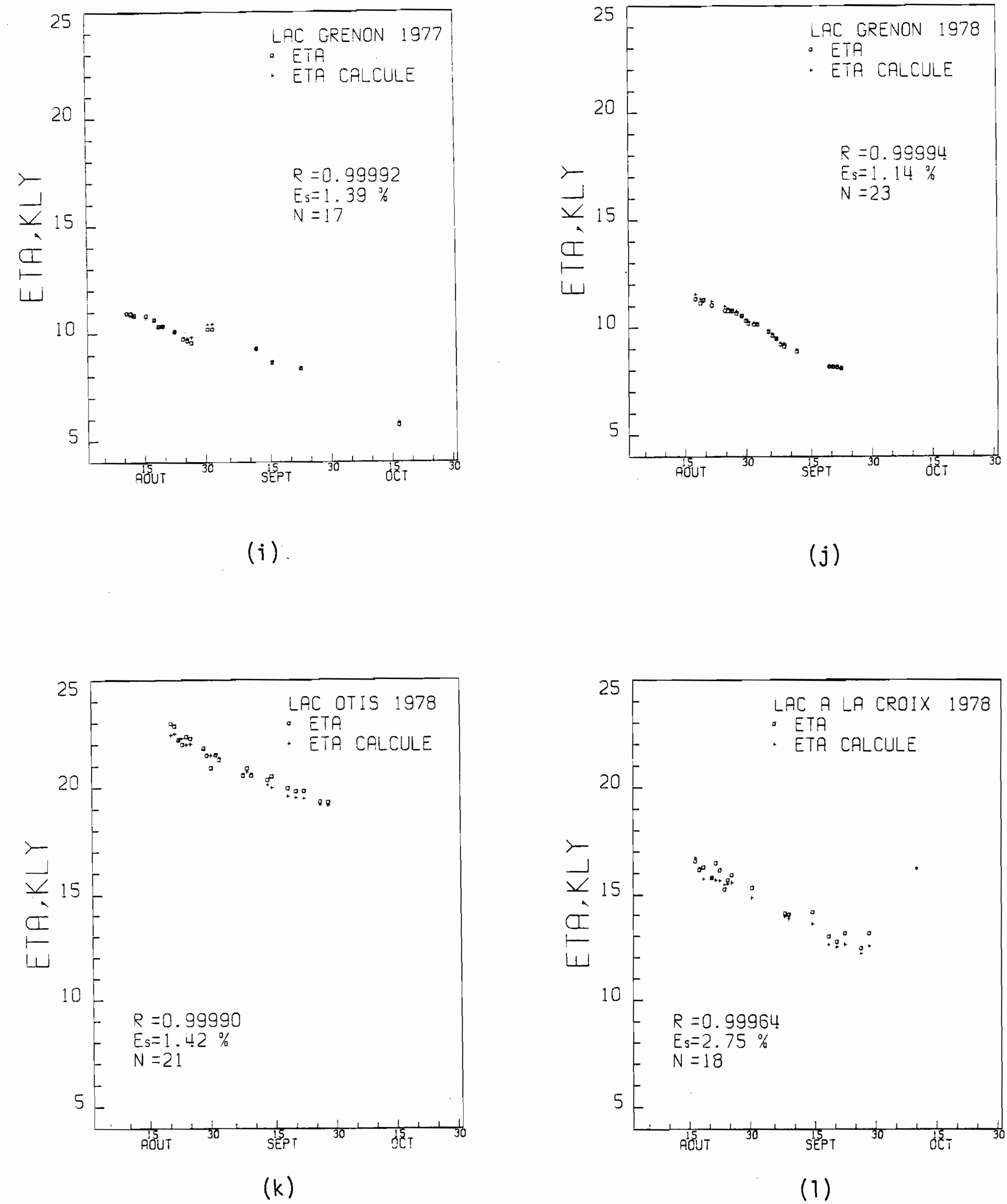


Figure 7.4 Evolution et prédiction par l'équation (7.13) de l'énergie interne en période automnale instable. Le modèle est basé sur l'étude des cinq lacs suivants: Clair, Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix.

7.3 Propos conclusifs sur la généralisation des modèles

Le but de ce chapitre était de répondre avec le plus de certitude possible à deux interrogations de base, à savoir

1- si les modèles introduits pour le lac Clair pouvaient également s'appliquer à d'autres lacs

2- et si oui, voir s'il est alors possible de généraliser le modèle afin de pouvoir prédire par une seule équation l'évolution de l'énergie interne de tous les lacs étudiés.

Pour répondre à ces interrogations, on a choisi le modèle exponentiel simple qu'on a appliqué successivement aux douze saisons automnales pour les cinq lacs étudiés. On a d'abord pu constater que ce modèle s'appliquait avec succès et avec à peu près la même précision à tous les lacs. De plus, on a pu remarquer que les valeurs des coefficients A et B variaient comme prévu d'un lac à l'autre et qu'ils étaient connus avec une excellente certitude, les incertitudes sur A et B se situant en moyenne à environ 2.5%. Ces faits viennent répondre positivement à la première interrogation.

Pour répondre à la seconde, la démarche normale consistait à relier les coefficients A et B aux paramètres morphométriques de chacun des lacs, tels la profondeur moyenne $\bar{Z}$ et la superficie A_0. L'étude statistique a montré hors de tout doute, qu'on peut généraliser ces coefficients et qu'il est dès lors possible de prédire avec une précision de l'ordre de 3 à 4% l'évolution de l'énergie interne d'un de ces cinq lacs en période automnale instable en ne connaissant que la température de surface T_s.

Il restera toujours à répondre à des questions du genre:

1- Est-ce que l'équation générale (7.13) pourra s'appliquer à tout autre lac choisi au hasard ?

2- Peut-on appliquer ce même modèle aux lacs situés plus au sud ou plus au nord ou même sur d'autres continents à la même latitude ?

3- Ce modèle s'applique-t-il uniquement aux lacs dont la structure thermique est similaire à celle illustrée à la figure 1.3 pour le lac Clair ?

4- L'évolution de la thermique des lacs étant un problème purement de physique, n'y-a-t-il pas lieu d'introduire d'autres variables physiques, telles: la transparence de l'eau, le vent, l'énergie solaire, etc....?

On ne peut sûrement pas répondre à toutes ces interrogations dans une seule thèse de doctorat. Cependant, le présent chapitre démontre avec satisfaction qu'il est possible de généraliser le modèle exponentiel simple à une série de cinq lacs choisis pratiquement au hasard, et dont les propriétés morphométriques sont très variables d'un lac à l'autre. Il demeure naturellement que ces lacs ont été choisis dans la même région, donc approximativement à la même latitude, et qu'ils sont tous à une altitude comparable, soit environ 180 mètres au-dessus du niveau de la mer.

Chapitre 8

CONCLUSION

Préalablement à l'étude des modèles de prédiction de la thermique des lacs, il convenait d'élaborer substantiellement sur deux sujets très importants et préliminaires à une étude sérieuse de ces modèles : les périodes thermiques et une définition de la thermocline saisonnière précise et peu fluctuante dans le temps.

D'abord, quatre périodes thermiques ont été définies pour décrire le cycle estival entier en fonction d'événements précis, soit : le dégel, le début de la stratification permanente, le contenu thermique maximal, la disparition de la thermocline et le gel définitif. Ces périodes sont : la période printanière instable, la période estivale stable, la période automnale instable et la période de retournement automnal. La fusion de la deuxième et de la troisième de ces périodes permet d'obtenir la période avec thermocline stable, une période qui couvre la plus grande partie du cycle estival. En comparant les résultats de la prédiction de T_s avec le modèle puissance ($T_s = A \cdot T_{ML}^B \cdot Z_{TH}^C$) respectivement pour la période avec thermocline stable (chap. 4) et pour la période automnale instable (chap. 5), on constate que la précision augmente en même temps qu'on réduit la durée de la période thermique étudiée : 0.66°C et 0.43°C en moyenne respectivement pour le lac Clair de 1974 à 1977. Il est certain qu'on pourrait réduire encore la durée des périodes thermiques, mais cette réduction ne pourrait se faire en fonction d'événements précis comme ceux énumérés plus haut, à moins de subdiviser le cycle estival en périodes caractérisées, par exemple, par des intervalles de température à la surface du lac. Pour le moment, il n'est pas utile de penser à un système aussi compliqué, d'autant plus que le but premier de ces modèles est de fournir au météorologue et au climatologue un instrument simple pouvant permettre de prédire l'énergie interne d'un bassin ou la profondeur de la thermocline sur une période de temps la plus longue possible. La subdivision du cycle estival en quatre périodes thermiques est sûrement à propos pour atteindre cet objectif.

D'autre part, même s'il semble évident d'affirmer que l'énergie interne d'un bassin dépend principalement de la température de la couche d'eau chaude en surface et de la profondeur de la thermocline, il fallait trouver une définition de celle-ci qui permette de situer la frontière séparant les eaux chaudes des eaux froides, avec le maximum de précision. Pour atteindre cet objectif, sept définitions basées sur diverses conceptions déjà dans la littérature et sur d'autre conceptions nouvelles, ont été comparées et le choix de la meilleure définition s'est fait selon trois critères bien précis concernant la profondeur de la thermocline : 1- les écarts moyens entre les résultats à trois stations doivent être minimals 2- l'écart moyen entre la moyenne aux trois stations et la valeur obtenue avec le profil moyen doit être minimal 3- les fluctuations dans le temps doivent être minimisées. Après une étude longue mais concluante au chapitre 3, ces critères ont permis de retenir la méthode MTSL comme la meilleure définition, laquelle a servi par la suite dans l'élaboration des modèles. Cette dernière est une définition de type TTH, pour laquelle on détermine la position de la thermocline à partir des températures aux limites de la zone thermoclinéale, zone elle-même définie à partir d'un gradient thermique moyen calculé sur une profondeur constante sur tout le bassin et égale à deux fois la profondeur estimée de la thermocline.

La deuxième partie du travail, a consisté à étudier des relations simultanées entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH}, variables tirées du profil thermique moyen en tenant compte de la morphométrie du lac. Le lac Clair a d'abord servi pour l'étude de quelques modèles de prédiction pour la période avec thermocline stable et la période automnale instable (chapitres 4 et 5), puis le même processus a été répété pour les lacs Emmuraillé, Grenon, Otis et à-la-Croix (appendices C, D, E et F).

En partant du principe que l'énergie du lac est fonction principalement de la température et de la profondeur de la couche chaude de surface ainsi que de la forme du bassin, on peut poser que

$$E_{TA} \sim f(\overline{Z}, T_s, Z_{TH}) \qquad (8.1)$$

Comme l'énergie du bassin est directement fonction de la température moyenne du lac ($E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T_{ML} \approx \overline{\rho c} \cdot \bar{Z} \cdot T_{ML}$), on a d'abord étudié pour la période avec thermocline stable (ou permanente) les relations linéaire et puissance entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH}. Le modèle puissance ($T_s = A \cdot T_{ML}^B \cdot Z_{TH}^C$) se révèle le meilleur de ces deux modèles, le coefficient de corrélation moyen pour les cinq années étudiées au lac Clair étant égal à 0.992 comparativement à 0.957 pour le modèle linéaire ($T_s = A+B \cdot T_{ML} + C \cdot Z_{TH}$). Des considérations d'analyse dimensionnelle nous permettent d'écrire plus explicitement l'équation (8.1) pour l'énergie du lac; ainsi

$$E_{TA} = \left[\overline{\rho c} \cdot \bar{Z} \cdot T^* \right] \cdot (T_s/g)^e \cdot (Z_{TH}/Z^*)^f \qquad (8.2)$$

où g, e, f sont des coefficients caractéristiques du bassin étudié, Z^* et T^* respectivement une profondeur et une température de référence du lac. Cette équation n'a d'intérêt qu'à la condition de pouvoir l'utiliser en pratique. Pour cela, il faudrait être en mesure de connaitre simultanément les variables T_s et Z_{TH}. S'il est techniquement possible aujourd'hui de mesurer la température de surface T_s par satellite ou, du moins par avion spécialement équipé, il n'existe encore aucun dispositif technique pouvant permettre la mesure automatique de la profondeur de la thermocline saisonnière. On peut palier à cette déficience en mesurant périodiquement la profondeur de la thermocline et en extrapolant sa valeur dans le temps à partir d'un lissage linéaire du type suivant (à t=0, $Z_{TH}=Z_{TH}^o$, p=pente)

$$Z_{TH} = Z_{TH}^o + p \cdot t \qquad (8.3)$$

Ce type de relation serait surtout applicable en période estivale stable alors que la thermocline saisonnière descend relativement lentement. En automne, il faudrait utiliser une toute autre fonction pour tenir compte d'une descente de la thermocline de plus en plus accélérée.

Dans le cas où on préfère prédire la profondeur de la thermocline, ce modèle puissance devient, en posant $E^* = \overline{\rho c} \cdot \bar{Z} \cdot T^*$, ce qui suit

$$Z_{TH} = Z^* \cdot (T_s/g)^b \cdot (T_{ML}/T^*)^c \qquad (8.4)$$

ou $$Z_{TH} = Z^{*} \cdot (T_s/g)^{b} \cdot (E_{TA}/E^{*})^{c} \qquad (8.5)$$

On constate que Z_{TH} est une fonction de la température de surface T_s et de l'énergie E_{TA}, qu'on peut obtenir à partir du bilan d'énergie en surface. Rappelons que les coefficients g, b et c sont caractéristiques d'un lac en particulier et qu'ils pourraient être généralisés en fonction des paramètres morphométriques, par exemple, comme cela a été fait pour le modèle exponentiel simple au chapitre 7.

L'étude comparative de quatre modèles a été réalisée pour la période automnale instable, respectivement au chapitre 5 et aux appendices C, D, E, F pour les cinq lacs. Ces modèles sont : le modèle exponentiel simple ($T_s=A\cdot e^{B\cdot T_{ML}}$), le modèle exponentiel multiple ($T_s=A\cdot e^{(B\cdot T_{ML}+C\cdot Z_{TH})}$), le modèle mixte exponentiel-puissance ($T_s=A\cdot e^{B\cdot T_{ML}}\cdot Z_{TH}^{C}$) et le modèle puissance ($T_s=A\cdot T_{ML}^{B}\cdot Z_{TH}^{C}$) . Les résultats montrent que le moins précis des quatre est le modèle exponentiel simple, qui a par ailleurs l'immense avantage d'être indépendant de la profondeur de la thermocline qui, comme on le sait, varie très rapidement en automne. Le plus précis est le modèle mixte exponentiel-puissance qui représente en soit une extension du premier modèle. Quoi qu'il en soit, le modèle exponentiel simple n'est pas tellement plus imprécis que le modèle mixte exponentiel-puissance, les erreurs résiduelles moyennes pour les cinq années de mesure au lac Clair étant respectivement de 0.48^{o}C et 0.33^{o}C et les coefficients de corrélation moyens, 0.9951 et 0.9977.

C'est en vertu de sa simplicité que le modèle exponentiel simple a été choisi afin de procéder à une généralisation permettant de connaître l'énergie d'un des cinq bassins en fonction de sa morphométrie, en plus, naturellement, de sa température de surface. L'équation d'énergie indépendante de Z_{TH} devient dans ce cas

$$E_{TA} \sim f'(\text{morphométrie}, T_s) \qquad (8.6)$$

En généralisant les coefficients A et B du modèle en fonction de $\overline{Z}$ et A_o, on obtient l'équation unique suivante

$$E_{TA} = k(\bar{Z},A_o) \cdot \left[\ell n\, T_s/a_1 - h(\bar{Z},A_o)\right] \tag{8.7}$$

où
$$k(\bar{Z},A_o) = (\overline{\rho c}/a_2) \cdot \bar{Z}^{-b_2+1} \cdot e^{-c_2 A_o}$$
$$h(\bar{Z},A_o) = -(b_1 \cdot \ell n\, \bar{Z} + c_1 \cdot \ell n\, A_o)$$

Les résultats de la prédiction de l'énergie pour les douze saisons automnales de mesure sur les cinq lacs étudiés montrent que ce modèle prédit l'énergie de ces lacs avec une précision variant de 2.0 à 4.8% et que le coefficient de corrélation de la prédiction demeure, dans tous les cas, supérieur à 0.998.

Il est difficile de comparer ces modèles de prédiction avec les modèles proposés par différents auteurs à la section 1.3. D'une certaine façon, la présente approche présente des similitudes avec les théories intégrales de la couche superficielle mélangée 1- d'abord, les présents modèles supposent que la thermocline est déjà installée d'une façon permanente; ils ne peuvent pas prévoir l'installation d'une thermocline permanente 2- en intégrant le profil thermique moyen sur l'ensemble du volume du lac, on englobe dans T_{ML} ou E_{TA} tout le détail du profil thermique et de la forme du bassin, ce qui ressemble à l'approche intégrale laquelle englobe tous les processus compliqués se déroulant dans la couche de surface, qu'on suppose de température uniforme T_s à travers la profondeur h. Ce qui diffère vraiment entre ces modèles et les modèles de la théorie intégrale (de même pour les théories physiques différentielles), c'est le fait qu'entre deux moments t_1 et t_2 on ne tienne pas compte des processus physiques de transport d'énergie à l'intérieur du fluide. Tout se déroule comme si en moyenne la plus grosse partie de ces phénomènes était camouflée à l'intérieur des coefficients des modèles proposés.

On pourrait tenir compte beaucoup plus de ces mécanismes (diffusions moléculaire et turbulente, convection et pénétration de la radiation solaire) en introduisant dans les présents modèles de nouvelles variables, telles: la vitesse du vent, l'intensité de la radiation ϕ_o, le coefficient d'absorption η, etc... A l'exemple de Darbyshire et Edwards (1972) qui prédisent l'évolution de la thermocline à partir du cumul de la radiation solaire captée et de l'énergie mécanique reçue du vent, on pourrait améliorer les modèles proposés en introduisant, par exemple, η (ou encore la transparence par le disque de Secchi) et la vitesse du vent.

En définitive, la présente étude a voulu proposer des modèles analytiques simples, qui pourraient être avantageusement utilisés dans les modèles de prédiction du climat et de la météorologie, afin d'y inclure l'influence des masses d'eau sur le climat régional et continental.

APPENDICE A

FIGURES ET TABLEAUX COMPLEMENTAIRES A L'ETUDE

A.1 L'évolution des isothermes avec la profondeur au lac Clair (1973, 1975, 1976 et 1977).

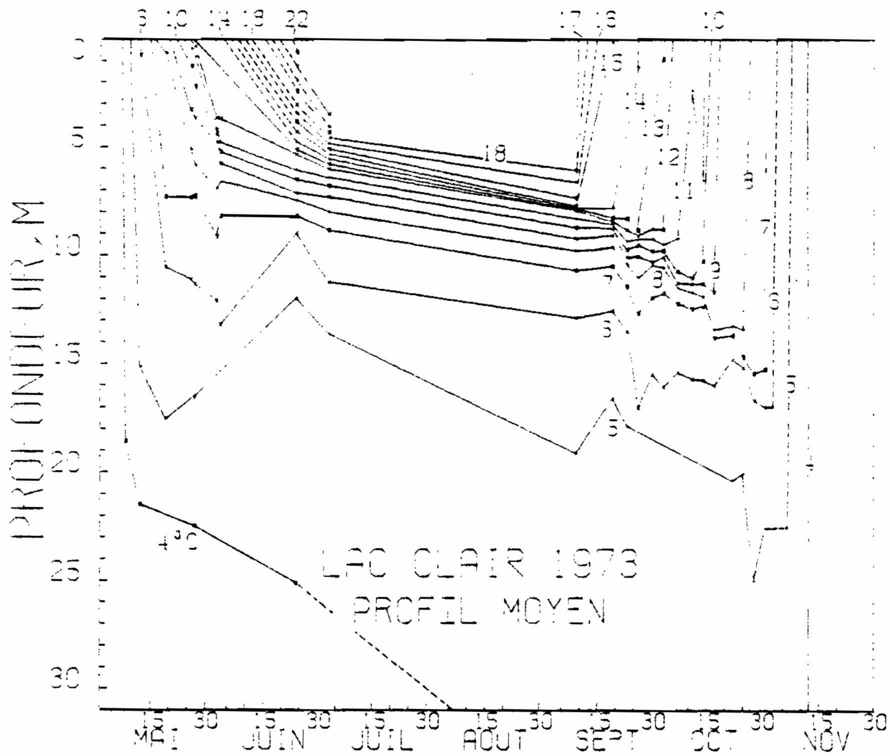


Figure A.1.1

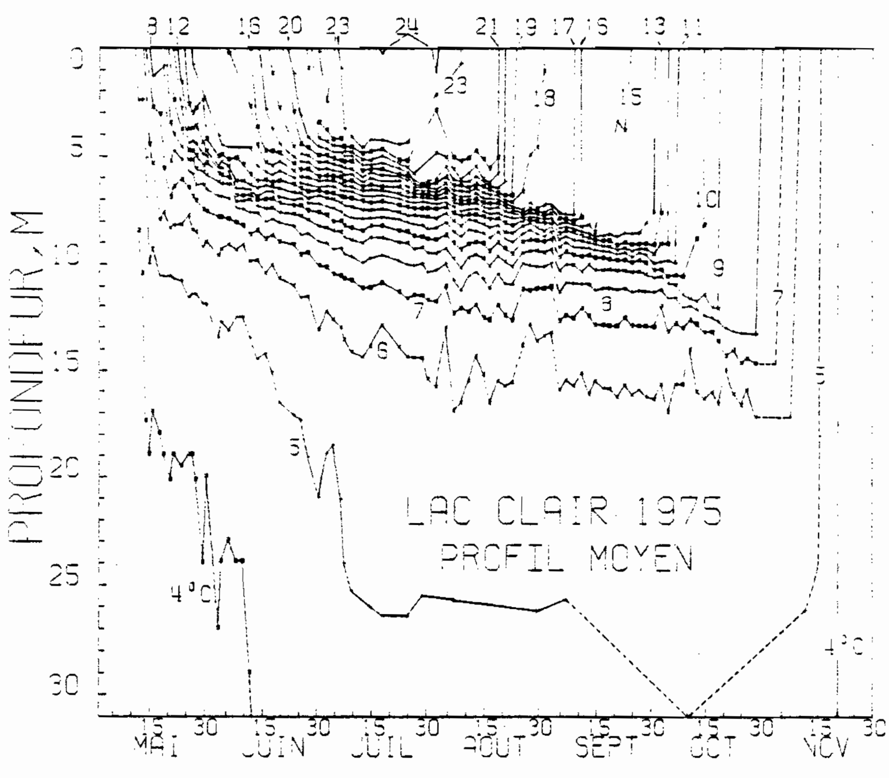


Figure A.1.2

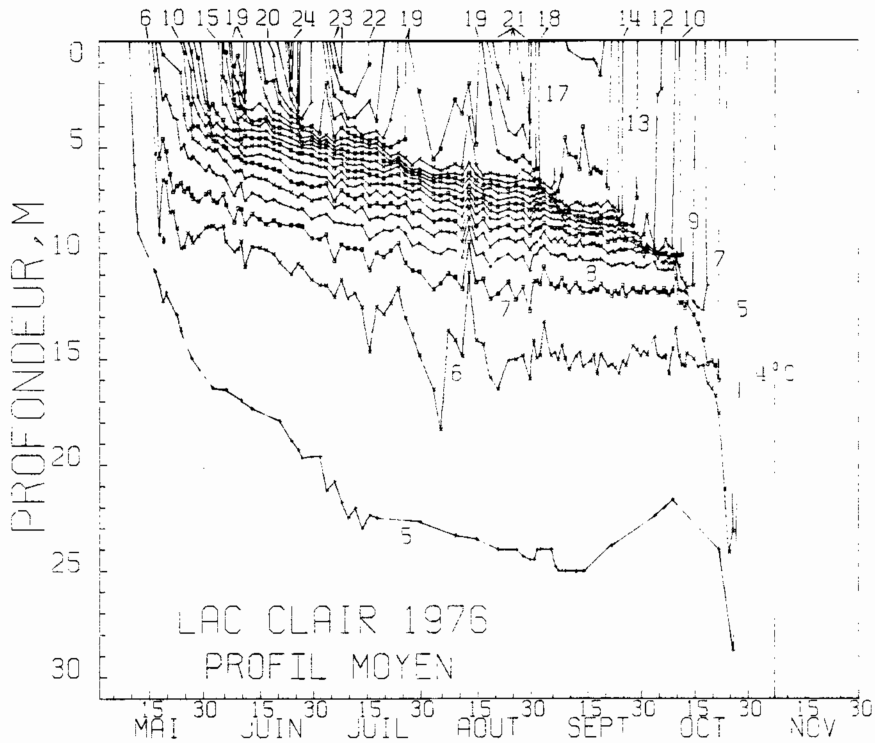


Figure A.1.3

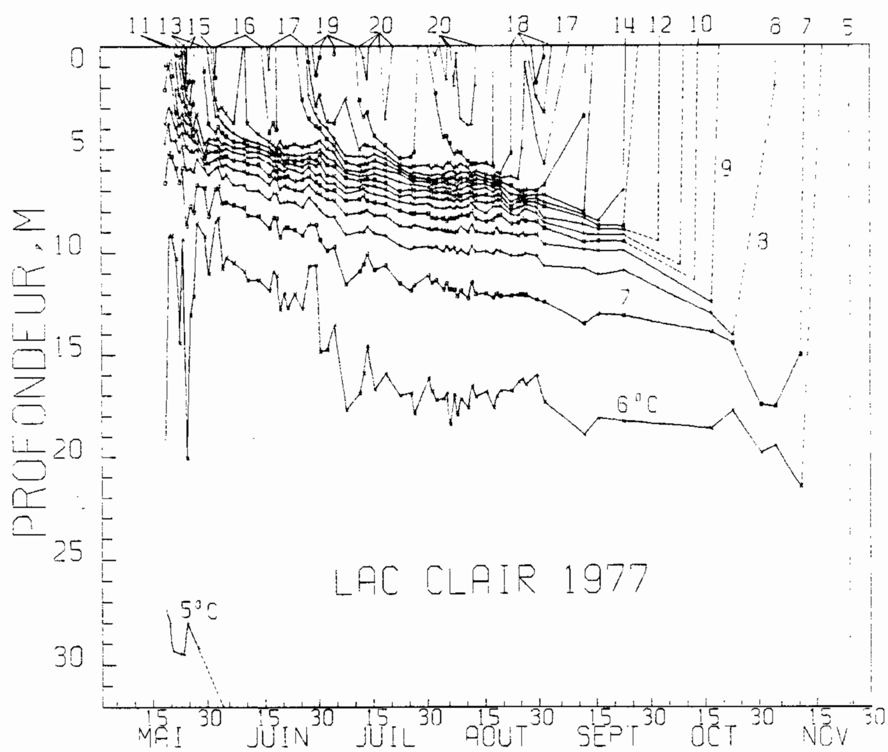


Figure A.1.4

A.2 Evolution de l'énergie moyenne par unité de surface, E_{TA}, et de la température de surface au lac Clair (1973, 1975, 1976 et 1977).

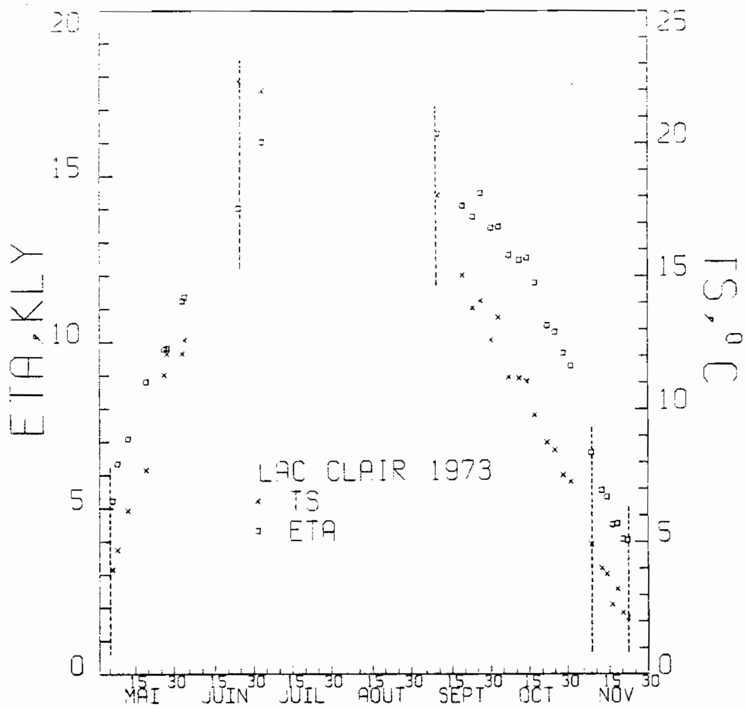


Figure A.2.1

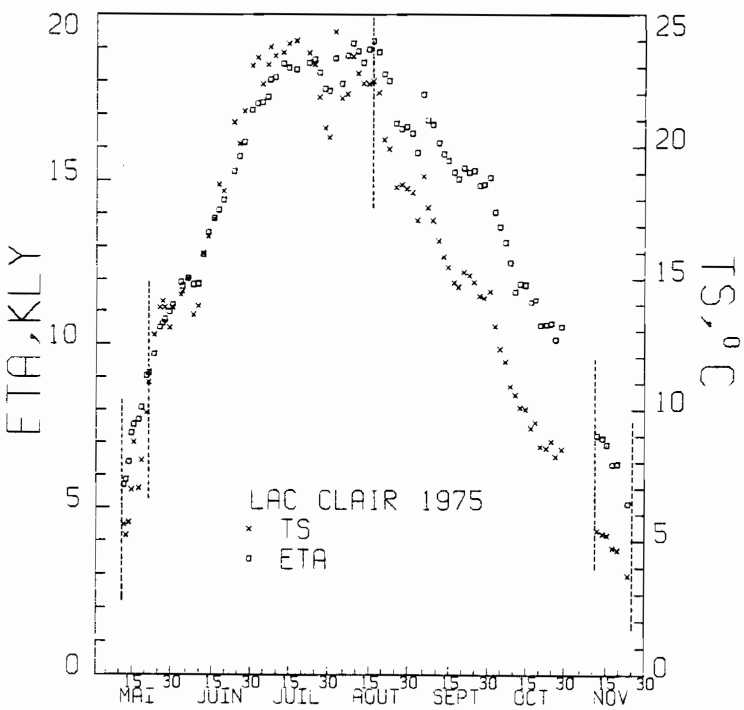


Figure A.2.2

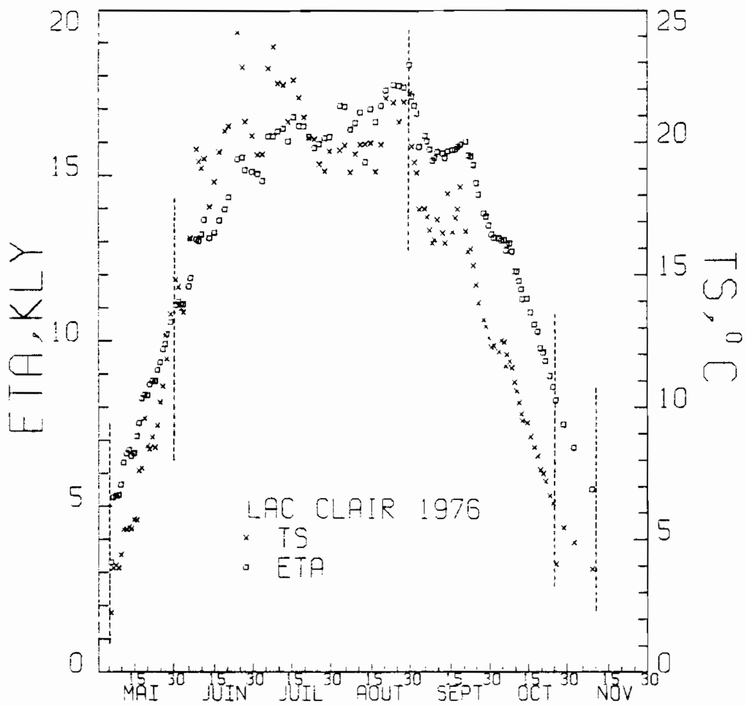


Figure A.2.3

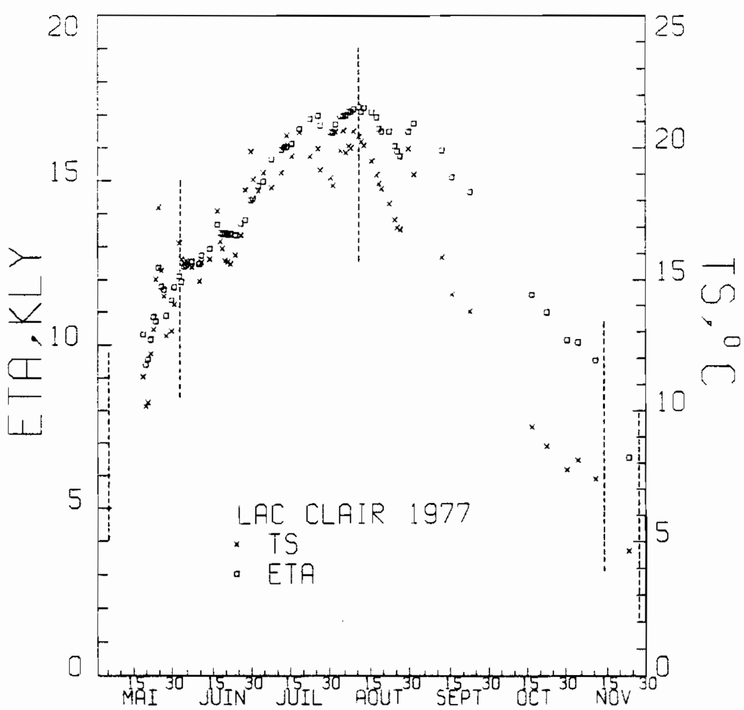


Figure A.2.4

A.3 Evolution de la stabilité au lac Clair et les périodes thermiques (1973, 1975, 1976 et 1977).

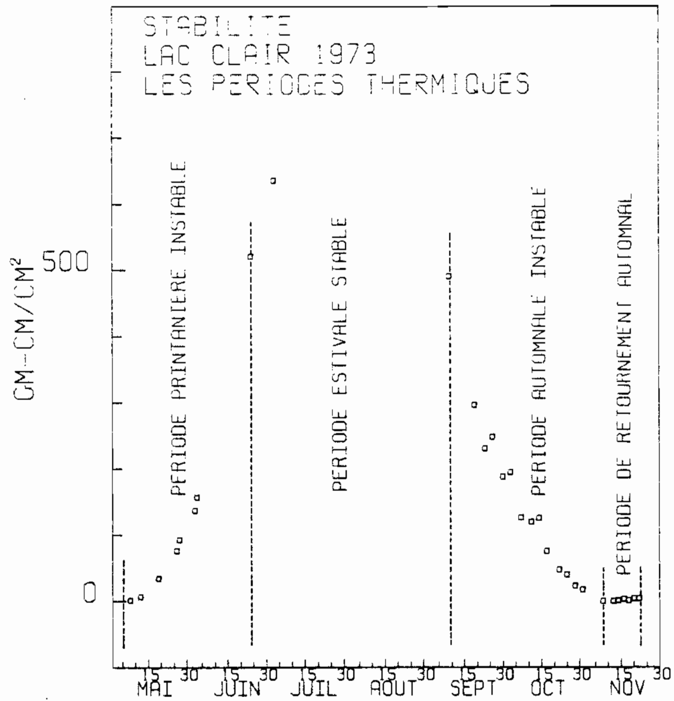


Figure A.3.1

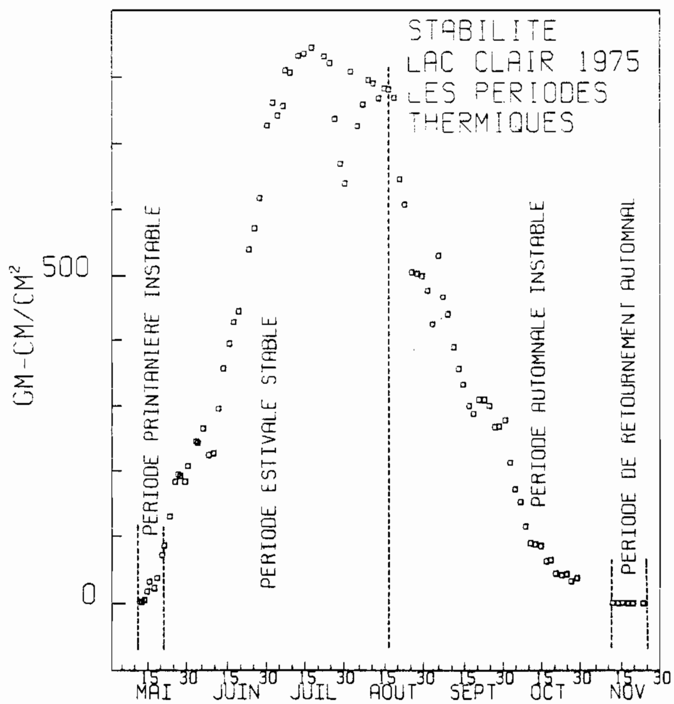


Figure A.3.2

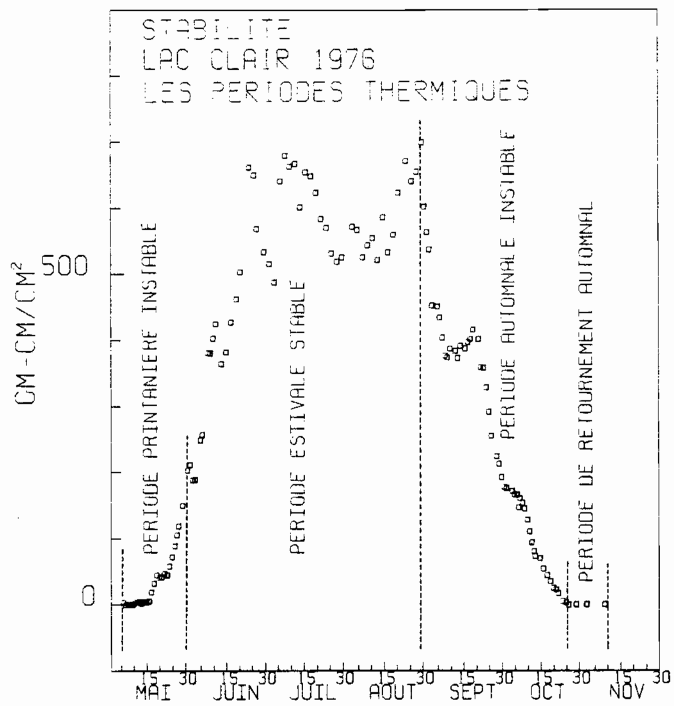


Figure A.3.3

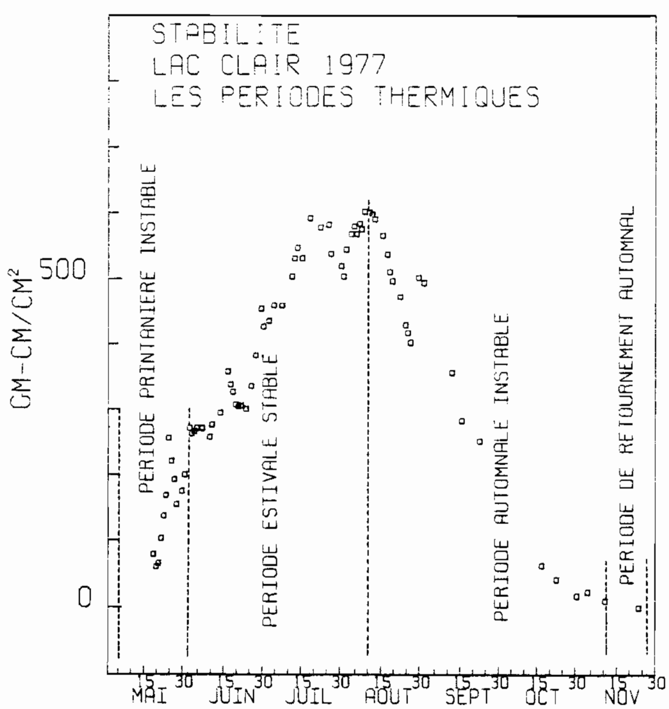


Figure A.3.4

A.4 Evolution de la température moyenne de la thermocline obtenue de trois stations A, B et C, de l'écart maximal entre les stations centré sur la valeur moyenne, et de la température de la thermocline obtenue du profil thermique moyen au lac Clair, pour les périodes estivales stables de 1974 à 1976 et pour 7 définitions de la thermocline.

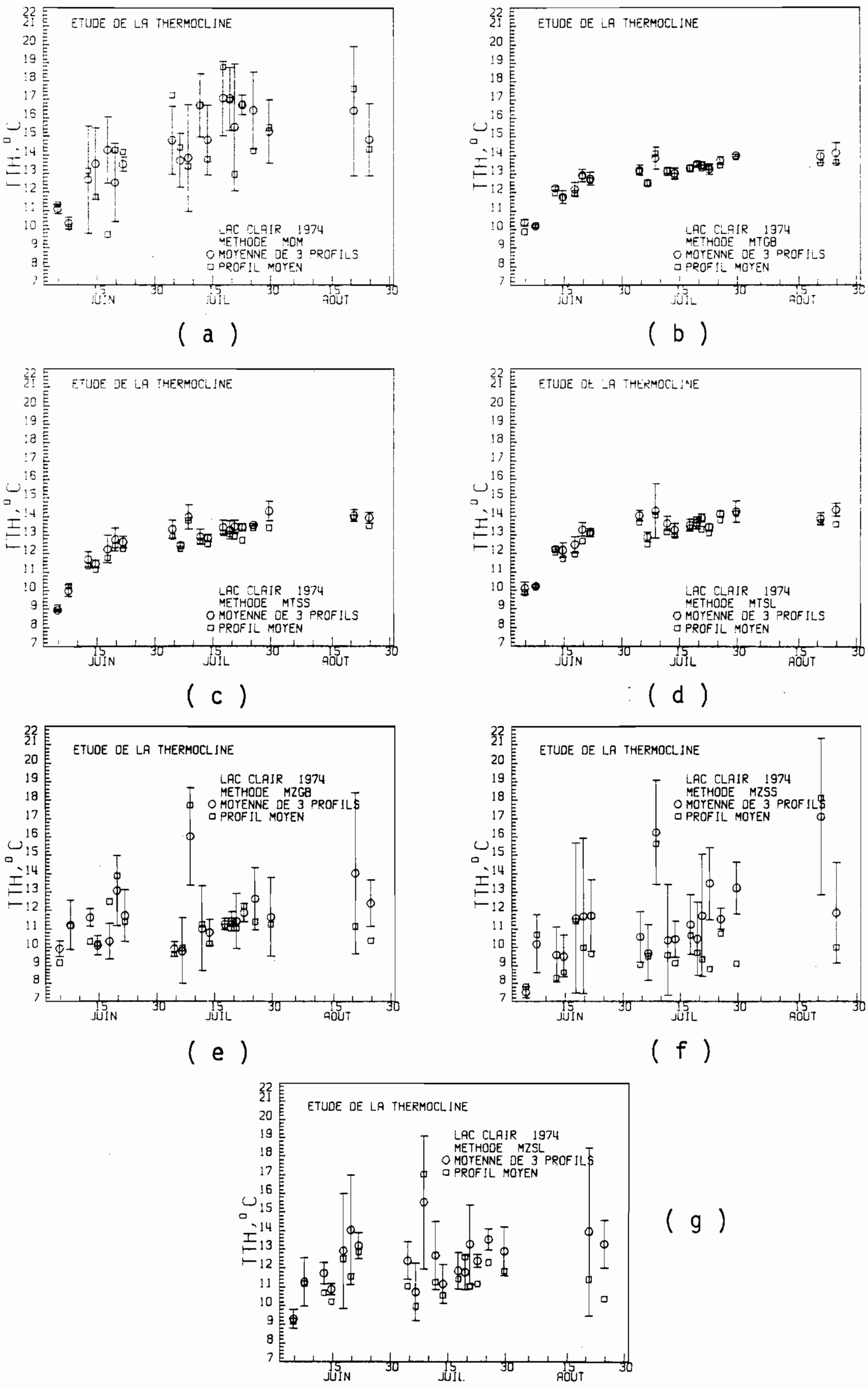


Figure A.4.1 Variable T_{TH}, lac Clair 1974.

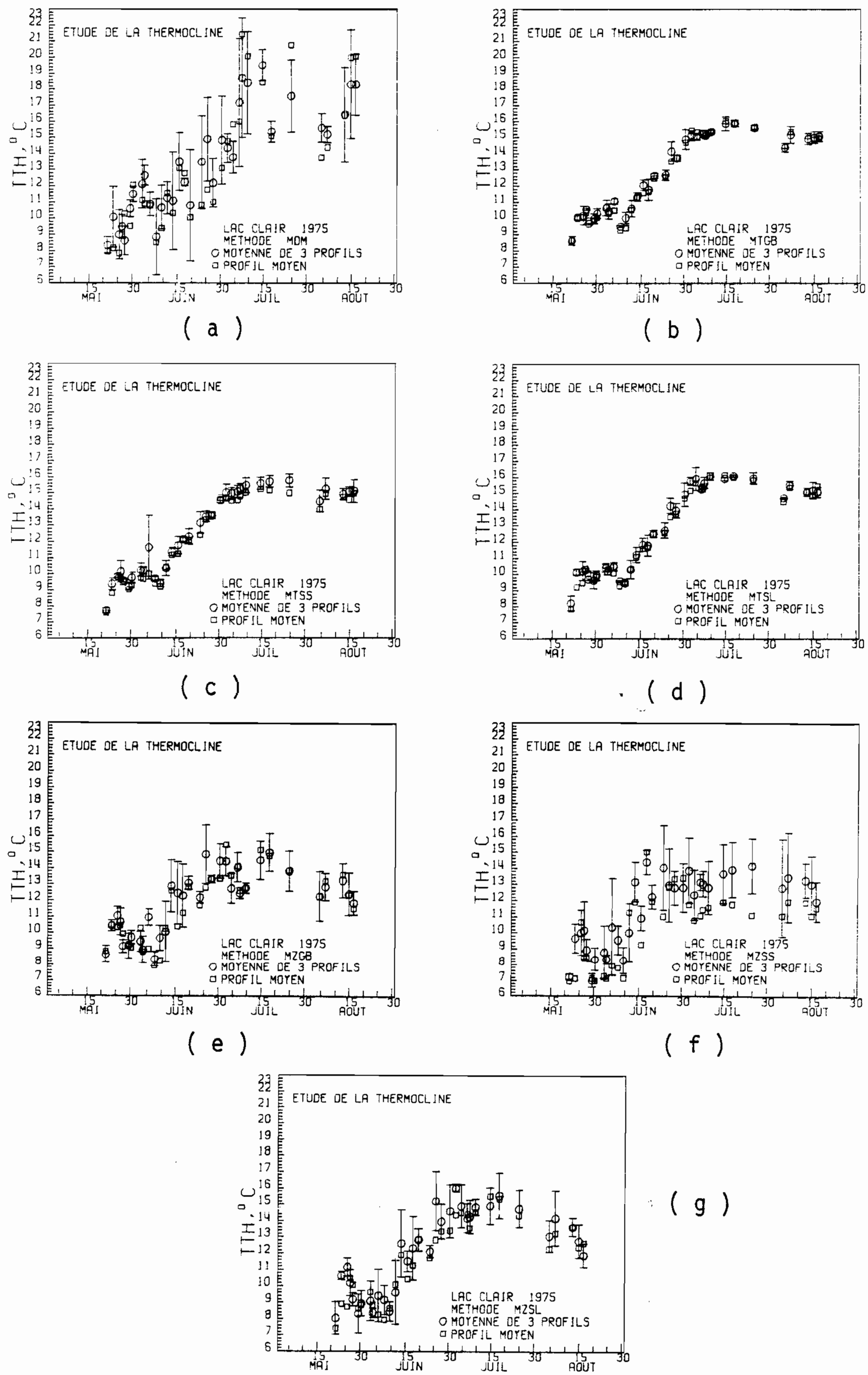


Figure A.4.2 Variable T_{TH}, lac Clair 1975.

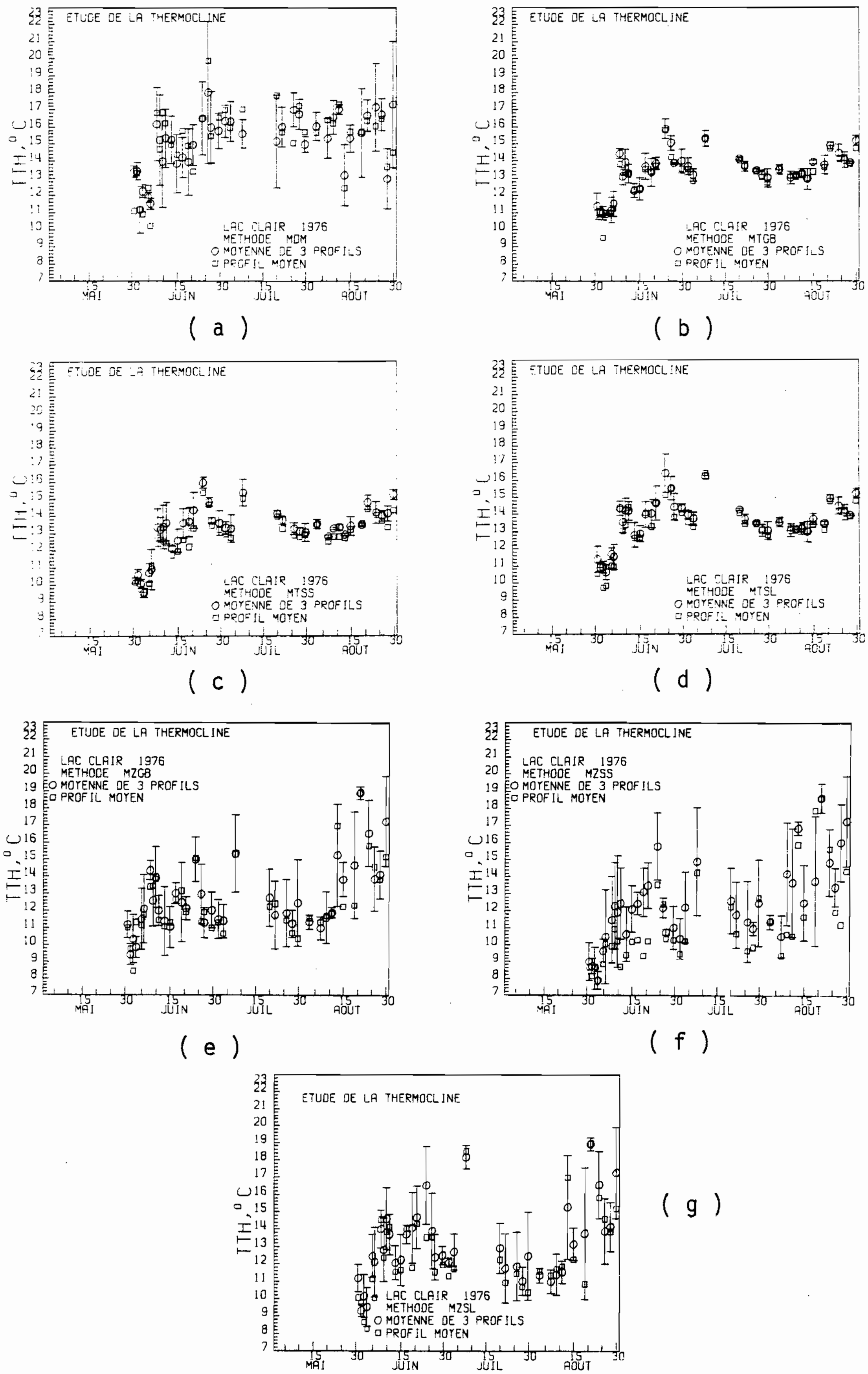


Figure A.4.3 Variable T_{TH}, lac Clair 1976.

A.5 Evolution de l'énergie moyenne au-dessus de la thermocline obtenue de trois stations A, B et C, de l'écart maximal entre les stations centré sur la valeur moyenne, et de l'énergie au-dessus de la thermocline obtenue du profil thermique moyen au lac Clair, pour les périodes estivales stables de 1974 à 1976 et pour 7 définitions de la thermocline.

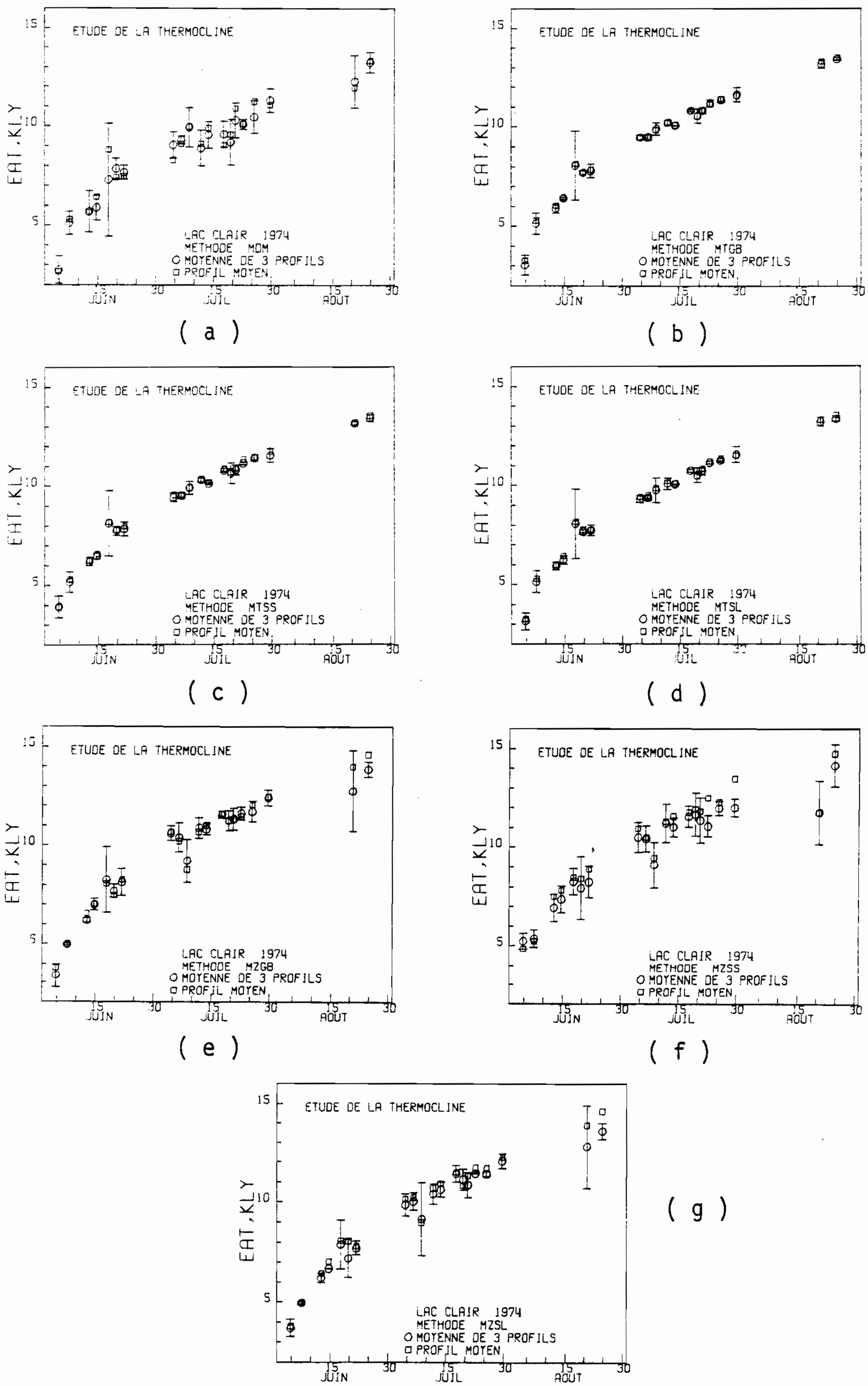


Figure A.5.1 Variable E_{AT}, lac Clair 1974.

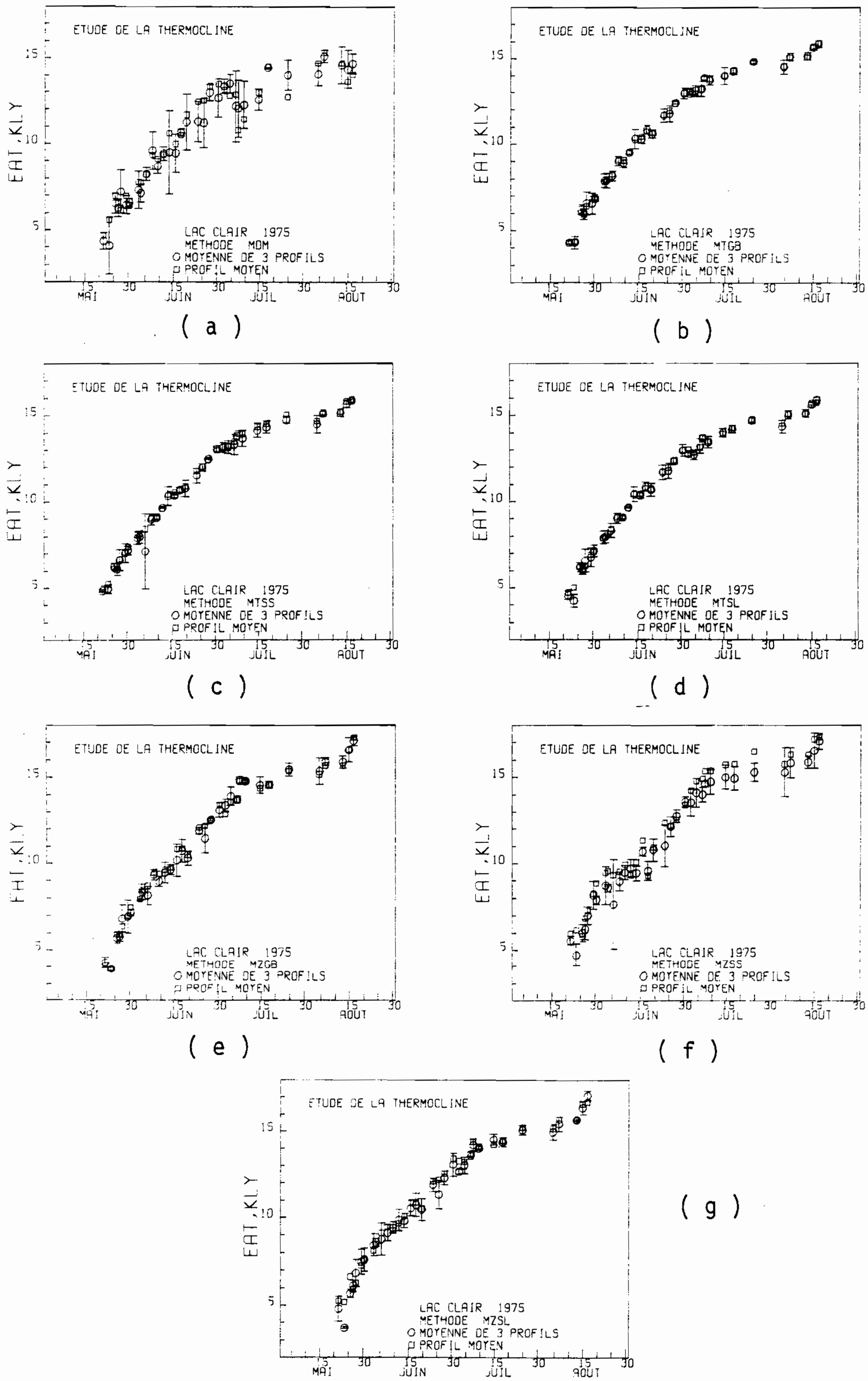


Figure A.5.2 Variable E_{AT}, lac Clair 1975.

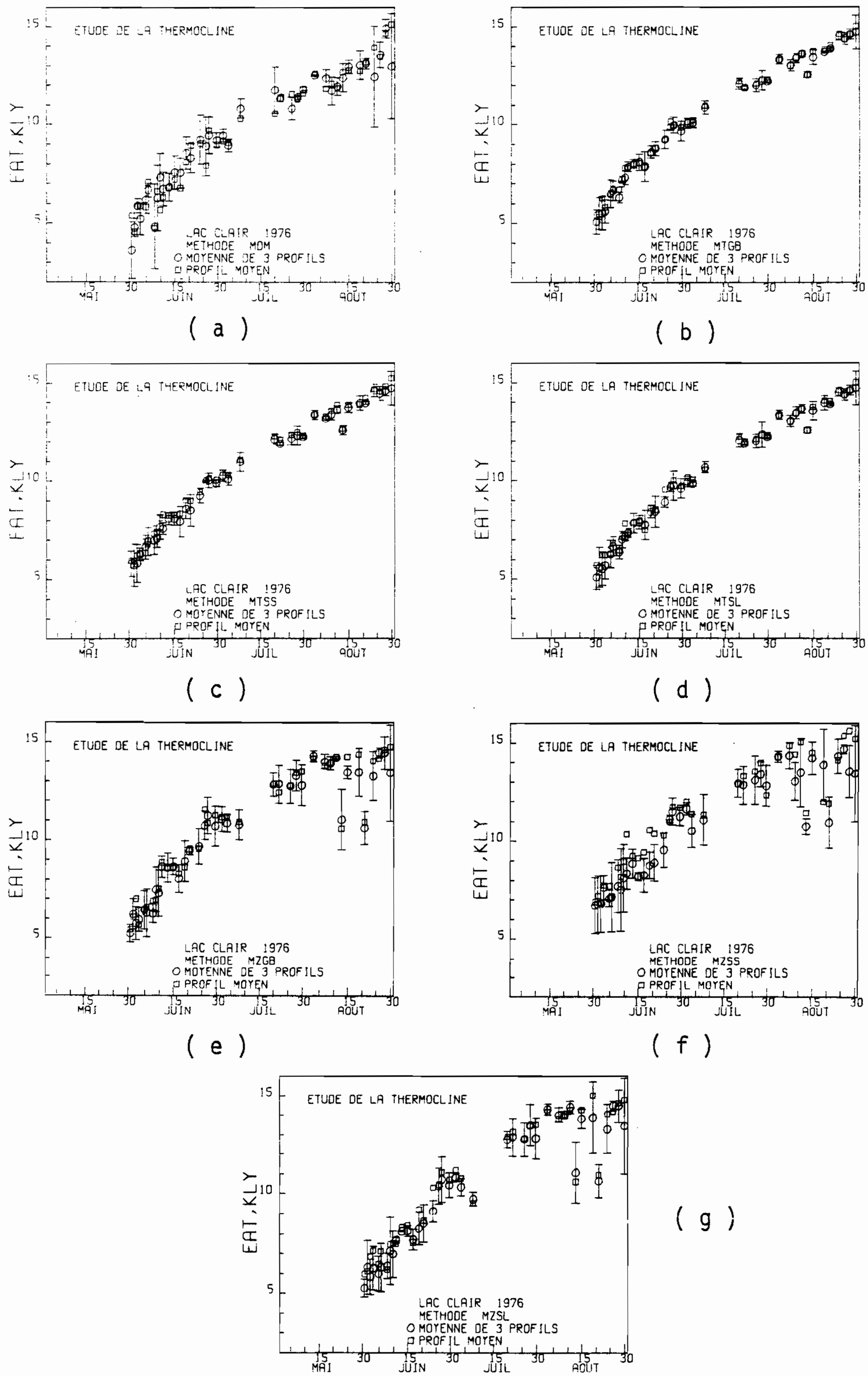


Figure A.5.3 Variable E_{AT}, lac Clair 1976.

A.6 Evolution de la température moyenne au-dessus de la thermocline obtenue de trois stations A, B et C, de l'écart maximal entre les stations centré sur la valeur moyenne, et de la température au-dessus de la thermocline obtenue du profil moyen au lac Clair, pour les périodes estivales stables de 1974 à 1976 et pour 7 définitions de la thermocline.

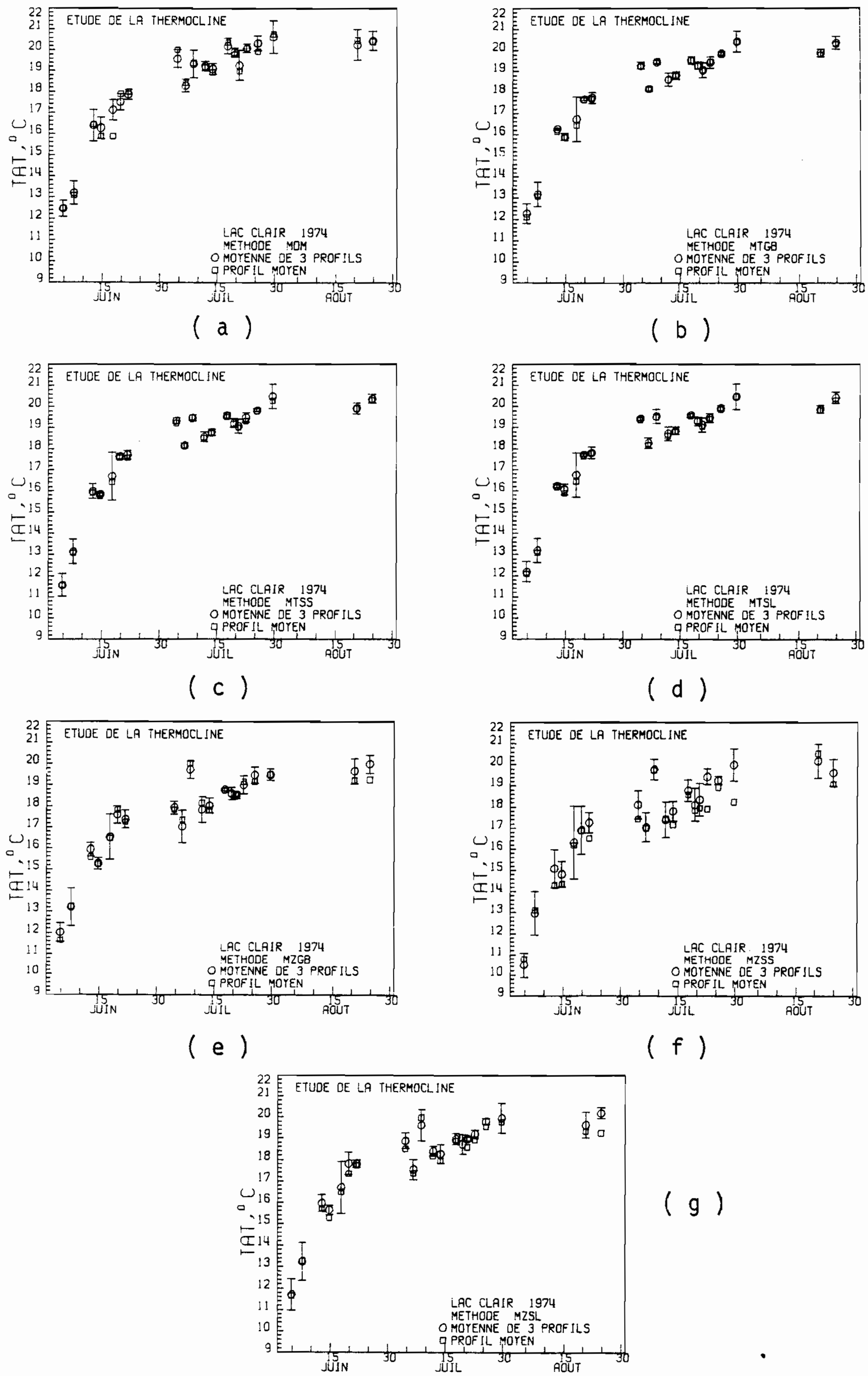


Figure A.6.1 Variable T_{AT}, lac Clair 1974.

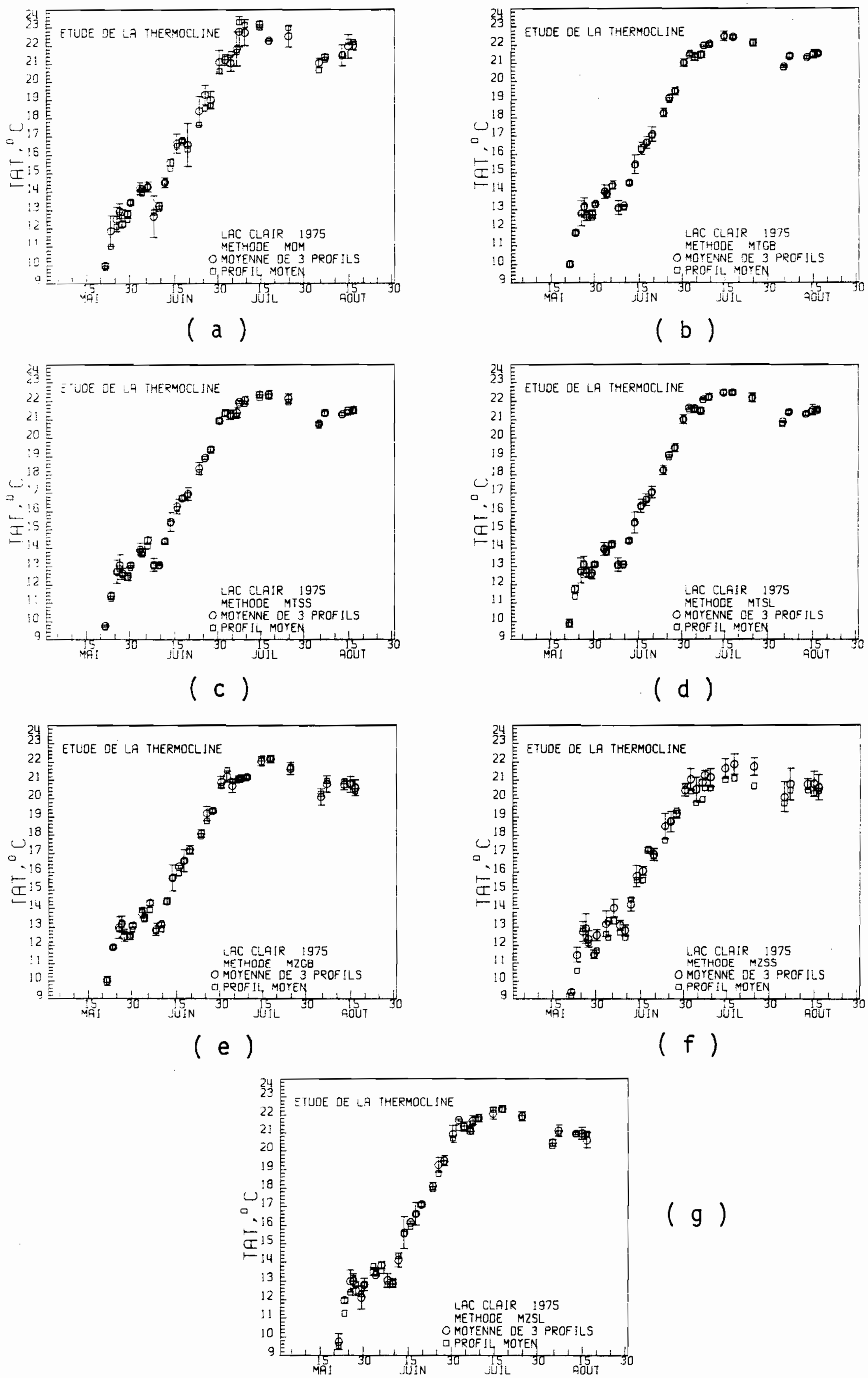
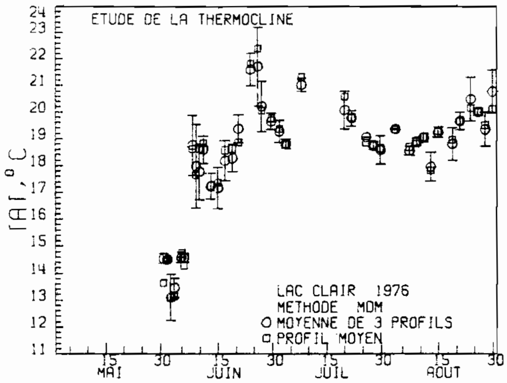
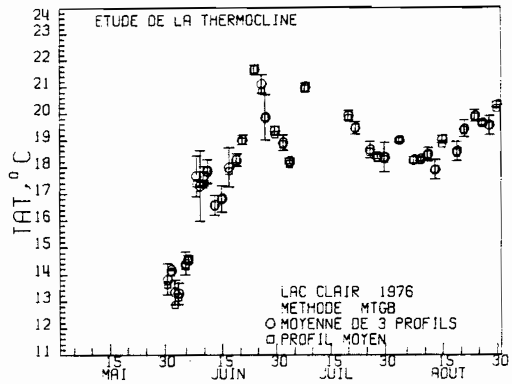


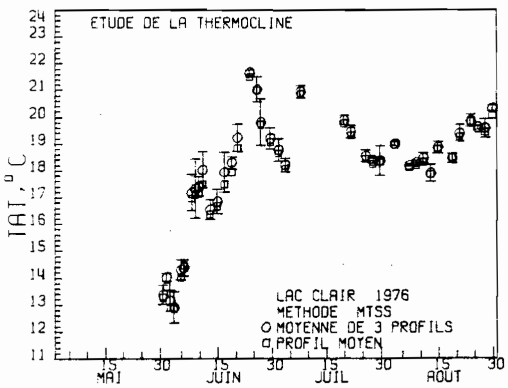
Figure A.6.2 Variable T_{AT}, lac Clair 1975.



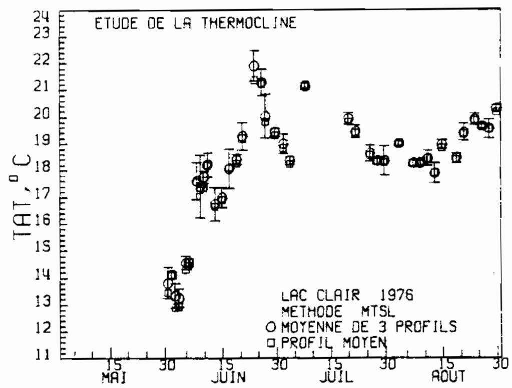
(a)



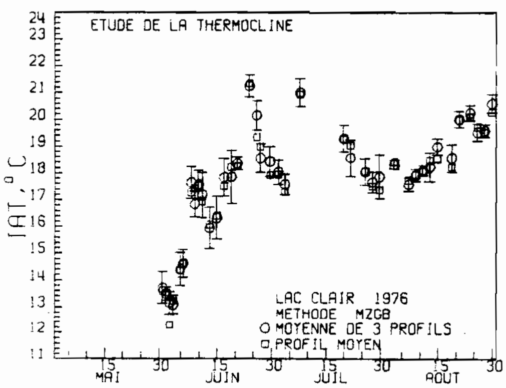
(b)



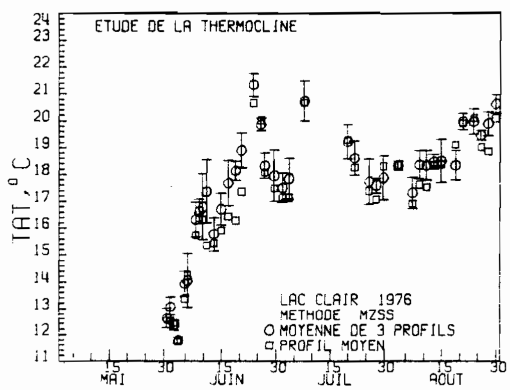
(c)



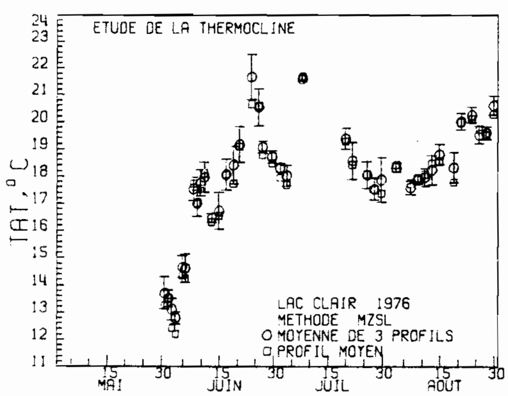
(d)



(e)



(f)



(g)

Figure A.6.3 Variable T_{AT}, lac Clair 1976.

A.7 Tableaux résultant de l'étude statistique comparative pour les variables T_{TH}, E_{AT} et T_{AT}.

TABLEAU A.7.1 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS A TROIS STATIONS ET DES RESULTATS DU PROFIL MOYEN POUR LA VARIABLE TTH (LAC CLAIR)

PERIODE		MOYENNES DE 3 PROFILS						PROFIL MOYEN		
		T^A_{TH} °C	T^B_{TH} °C	T^C_{TH} °C	$\bar{T}_{TH}$ °C	$D\bar{T}$ °C	$D\bar{T}/\bar{T}$ %	T_{TH} °C	$\lvert T-\bar{T}\rvert$ °C	$\left\lvert\frac{T-\bar{T}}{\bar{T}}\right\rvert$ %
4 674 AU 24 874 N=20	MDM	14.82	14.28	14.57	14.56	1.82	12.36	14.35	1.14	7.80
	MTGB	12.93	12.84	12.84	12.87	.26	2.02	12.75	.16	1.27
	MTSS	12.51	12.62	13.04	12.72	.36	2.81	12.42	.35	2.69
	MTSL	13.09	13.19	13.18	13.15	.36	2.69	12.85	.32	2.44
	MZGB	11.16	11.71	11.99	11.62	1.37	11.33	11.37	.80	6.60
	MZSS	10.54	10.94	12.99	11.49	2.13	18.09	10.29	1.38	11.64
	MZSL	11.49	12.65	13.19	12.44	1.52	11.75	11.51	1.17	9.02
21 575 AU 16 875 N=34	MDM	13.29	13.61	13.33	13.41	1.72	12.83	13.15	1.24	9.16
	MTGB	12.67	12.75	12.79	12.74	.31	2.47	12.65	.18	1.46
	MTSS	12.38	12.50	12.79	12.56	.41	3.31	12.19	.38	3.10
	MTSL	12.73	12.82	12.74	12.76	.33	2.70	12.61	.24	2.03
	MZGB	11.68	12.00	12.09	11.92	.91	7.56	11.69	.56	4.77
	MZSS	10.83	11.44	12.29	11.52	1.38	11.81	10.36	1.39	12.04
	MZSL	11.92	12.27	12.07	12.08	1.01	8.59	11.62	.74	6.30
30 576 AU 29 876 N=39	MDM	15.29	15.11	15.03	15.15	1.45	9.46	15.22	.91	6.11
	MTGB	13.36	13.40	13.38	13.38	.42	3.18	13.20	.23	1.78
	MTSS	12.93	13.02	13.52	13.16	.49	3.71	12.70	.47	3.53
	MTSL	13.51	13.54	13.63	13.56	.45	3.33	13.27	.35	2.66
	MZGB	12.52	12.70	13.05	12.76	1.42	11.07	12.46	.71	5.60
	MZSS	12.05	11.80	13.34	12.40	1.70	13.66	11.18	1.50	11.55
	MZSL	12.83	13.03	13.61	13.16	1.42	10.74	12.54	.91	6.99

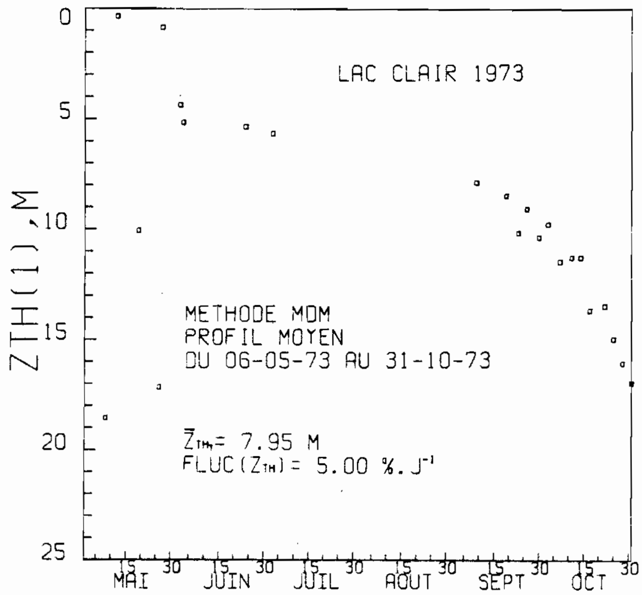
TABLEAU A.7.2 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS A TROIS STATIONS ET DES RESULTATS DU PROFIL MOYEN POUR LA VARIABLE EAT (LAC CLAIR)

PERIODE		MOYENNES DE 3 PROFILS						PROFIL MOYEN		
		E^A_{AT} KLY	E^B_{AT} KLY	E^C_{AT} KLY	$\bar{E}_{AT}$ KLY	$D\bar{E}$ KLY	$D\bar{E}/\bar{E}$ %	E_{AT} KLY	$\lvert E-\bar{E}\rvert$ KLY	$\left\lvert\frac{E-\bar{E}}{\bar{E}}\right\rvert$ %
4 674 AU 24 874 N=20	MDM	8.73	8.79	8.80	8.77	.82	10.55	8.86	.38	4.53
	MTGB	9.27	9.26	9.39	9.31	.29	3.99	9.35	.06	.96
	MTSS	9.40	9.36	9.37	9.38	.31	4.10	9.45	.08	.90
	MTSL	9.23	9.17	9.30	9.24	.32	4.20	9.32	.10	1.27
	MZGB	9.90	9.57	9.66	9.71	.58	6.40	9.81	.25	2.81
	MZSS	10.28	9.86	9.44	9.86	.80	8.45	10.26	.45	4.72
	MZSL	9.76	9.24	9.34	9.45	.58	6.31	9.74	.34	3.51
21 575 AU 16 875 N=34	MDM	10.61	10.41	10.55	10.52	.89	9.44	10.67	.58	6.37
	MTGB	10.90	10.86	10.85	10.87	.29	3.17	10.89	.08	.92
	MTSS	10.95	10.97	10.88	10.93	.34	3.76	11.08	.17	1.93
	MTSL	10.86	10.85	10.88	10.86	.29	3.24	10.91	.11	1.44
	MZGB	11.20	11.12	11.12	11.15	.41	4.21	11.21	.21	2.21
	MZSS	11.56	11.37	11.10	11.34	.65	6.48	11.89	.61	6.36
	MZSL	11.15	11.00	11.17	11.10	.44	4.60	11.27	.31	4.06
30 576 AU 29 876 N=39	MDM	9.62	9.60	9.53	9.58	.80	10.03	9.57	.49	6.06
	MTGB	10.38	10.24	10.20	10.28	.36	4.29	10.37	.14	1.74
	MTSS	10.56	10.44	10.14	10.38	.41	4.81	10.59	.22	2.44
	MTSL	10.31	10.20	10.09	10.20	.41	4.91	10.34	.19	2.46
	MZGB	10.82	10.54	10.18	10.51	.79	8.25	10.69	.35	3.67
	MZSS	11.15	11.00	10.10	10.75	.99	10.13	11.34	.74	7.14
	MZSL	10.66	10.37	9.95	10.33	.80	8.64	10.64	.43	4.82

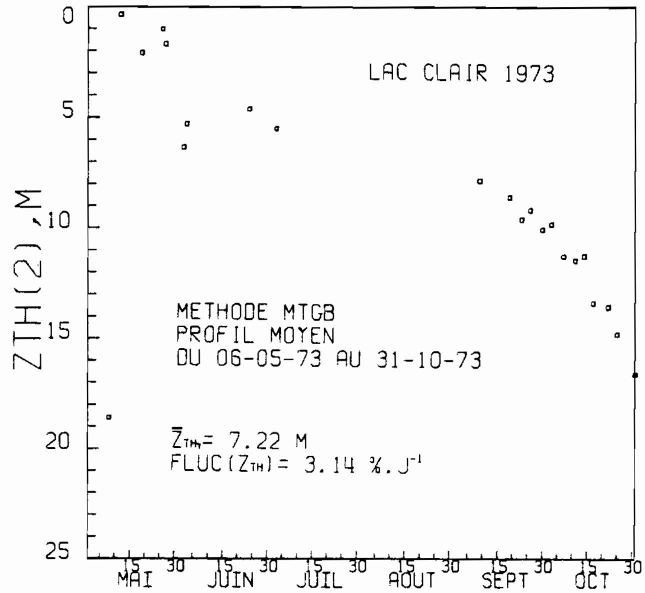
TABLEAU A.7.3 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS A TROIS STATIONS ET DES RESULTATS DU PROFIL MOYEN POUR LA VARIABLE TAT (LAC CLAIR)

PERIODE		MOYENNES DE 3 PROFILS T^A_{AT} °C	T^B_{AT} °C	T^C_{AT} °C	$\bar{T}_{AT}$ °C	$D\bar{T}$ °C	$D\bar{T}/\bar{T}$ %	PROFIL MOYEN T_{AT} °C	$\lvert T-\bar{T}\rvert$ °C	$\left\lvert\frac{T-\bar{T}}{\bar{T}}\right\rvert$ %
4 674 AU 24 874 N=20	MDM	18.39	18.26	18.49	18.38	.45	2.52	18.32	.23	1.25
	MTGB	18.08	18.04	18.15	18.09	.28	1.65	18.04	.06	.36
	MTSS	17.97	17.97	18.17	18.03	.29	1.75	17.95	.08	.46
	MTSL	18.11	18.11	18.23	18.15	.30	1.75	18.06	.09	.51
	MZGB	17.45	17.55	17.84	17.61	.45	2.65	17.54	.21	1.19
	MZSS	16.90	17.27	17.97	17.38	.73	4.35	16.99	.47	2.68
	MZSL	17.62	17.85	18.10	17.85	.46	2.70	17.64	.28	1.54
21 575 AU 16 875 N=34	MDM	17.46	17.64	17.65	17.58	.45	2.64	17.50	.29	1.76
	MTGB	17.38	17.50	17.55	17.48	.22	1.41	17.46	.05	.32
	MTSS	17.31	17.44	17.54	17.43	.23	1.42	17.34	.10	.60
	MTSL	17.41	17.51	17.54	17.49	.23	1.47	17.45	.06	.42
	MZGB	17.11	17.25	17.32	17.23	.28	1.71	17.21	.14	.82
	MZSS	16.73	17.09	17.34	17.05	.45	2.67	16.64	.47	2.84
	MZSL	17.17	17.35	17.30	17.27	.30	1.91	17.20	.20	1.31
30 576 AU 29 876 N=39	MDM	18.49	18.44	18.36	18.43	.50	2.72	18.45	.23	1.26
	MTGB	18.18	18.10	18.02	18.10	.33	1.89	18.02	.09	.54
	MTSS	18.05	17.98	18.06	18.03	.35	1.99	17.87	.17	.95
	MTSL	18.24	18.13	18.10	18.16	.34	1.93	18.04	.12	.71
	MZGB	17.75	17.73	17.78	17.75	.48	2.76	17.68	.23	1.31
	MZSS	17.35	17.40	17.88	17.54	.55	3.19	17.12	.52	2.94
	MZSL	17.88	17.85	17.98	17.90	.42	2.39	17.73	.24	1.42

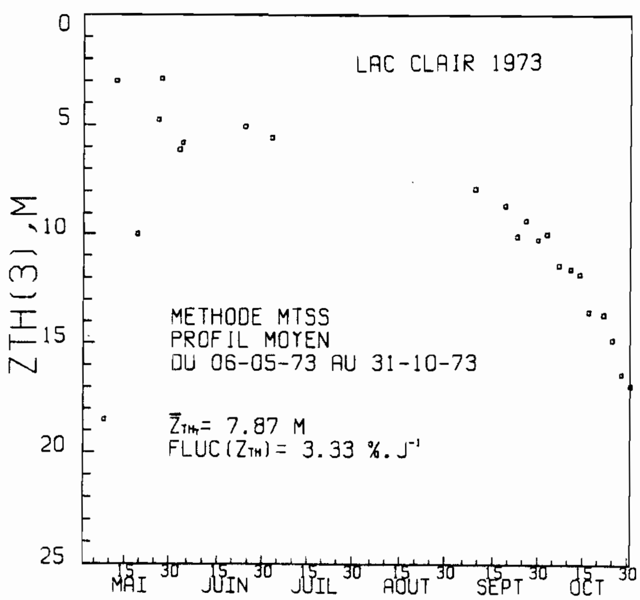
A.8 L'évolution de la profondeur de la thermocline du profil moyen pour 7 définitions au lac Clair en 1973, 1975 et 1976. Les fluctuations indiquées sont calculées du dégel jusqu'à la disparition de la thermocline.



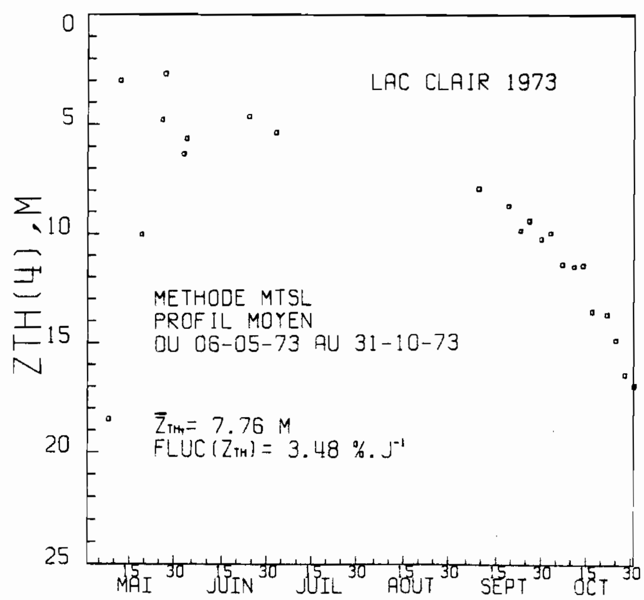
(a)



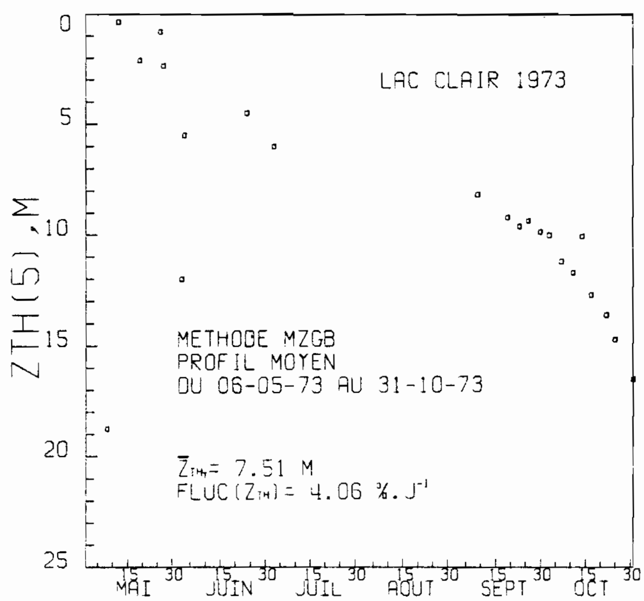
(b)



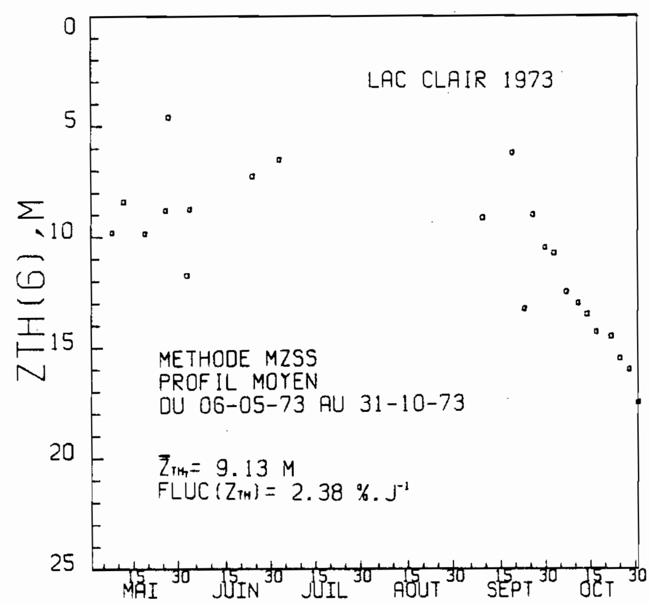
(c)



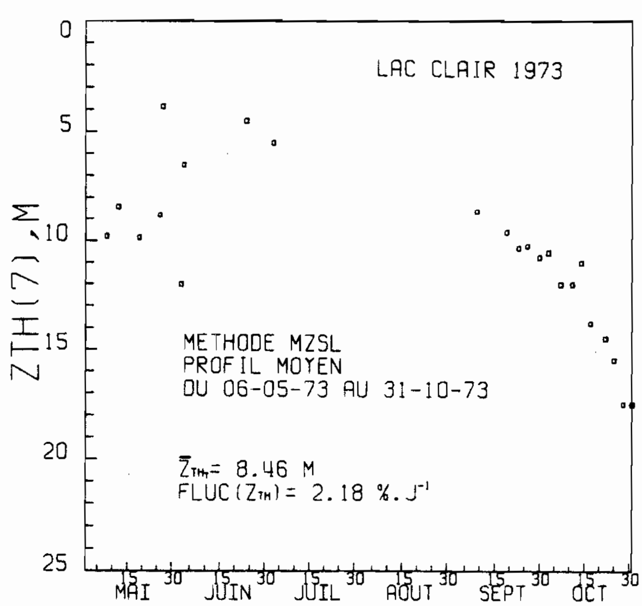
(d)



(e)

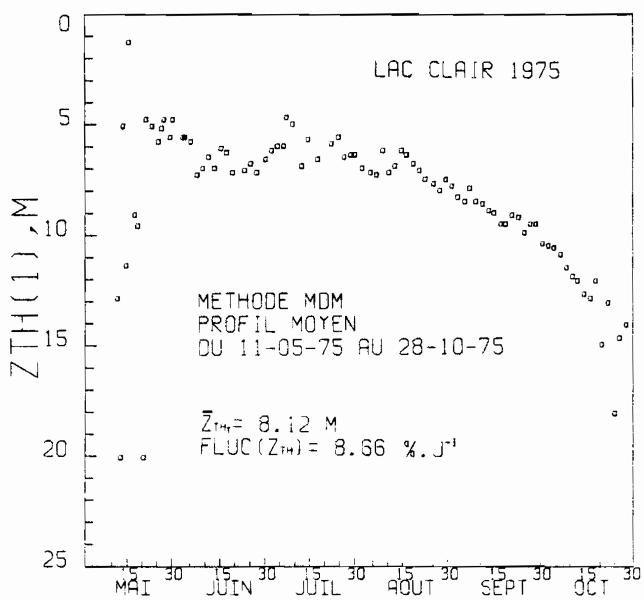


(f)

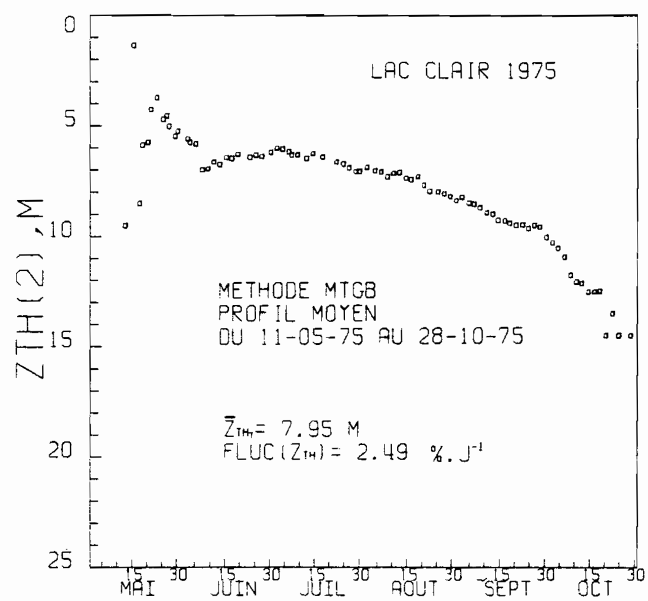


(g)

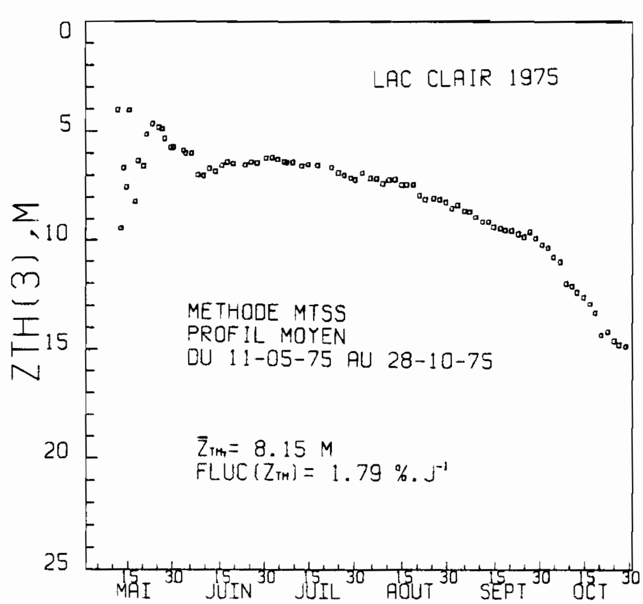
Figure A.8.1


LAC CLAIR 1975
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\bar{Z}_{TH_1}$= 8.12 M
FLUC(Z_{TH}) = 8.66 %.J^{-1}
ZTH(1),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

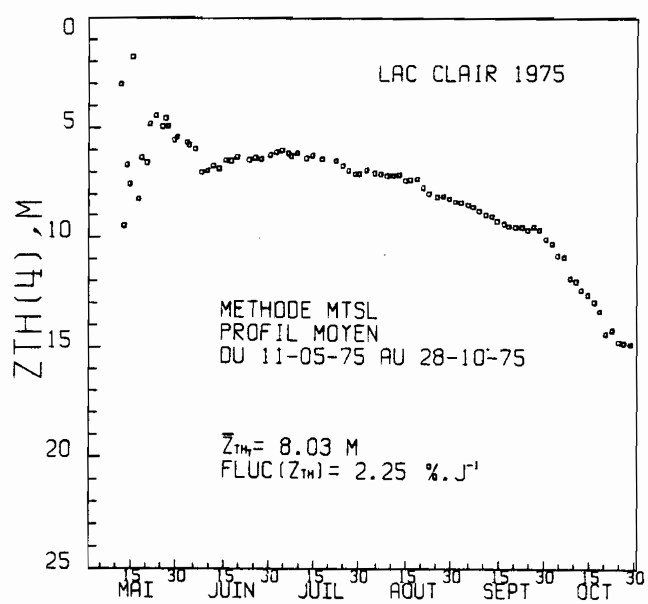
(a)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\bar{Z}_{TH_1}$= 7.95 M
FLUC(Z_{TH}) = 2.49 %.J^{-1}
ZTH(2),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

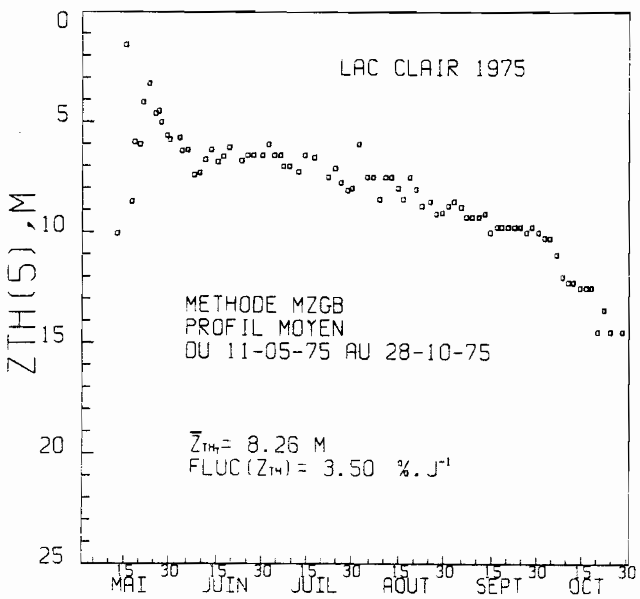
(b)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\bar{Z}_{TH_1}$= 8.15 M
FLUC(Z_{TH}) = 1.79 %.J^{-1}
ZTH(3),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

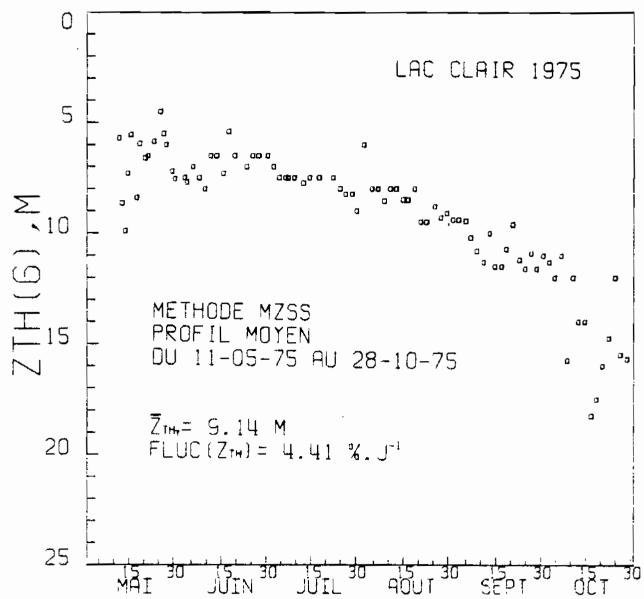
(c)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\bar{Z}_{TH_1}$= 8.03 M
FLUC(Z_{TH}) = 2.25 %.J^{-1}
ZTH(4),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

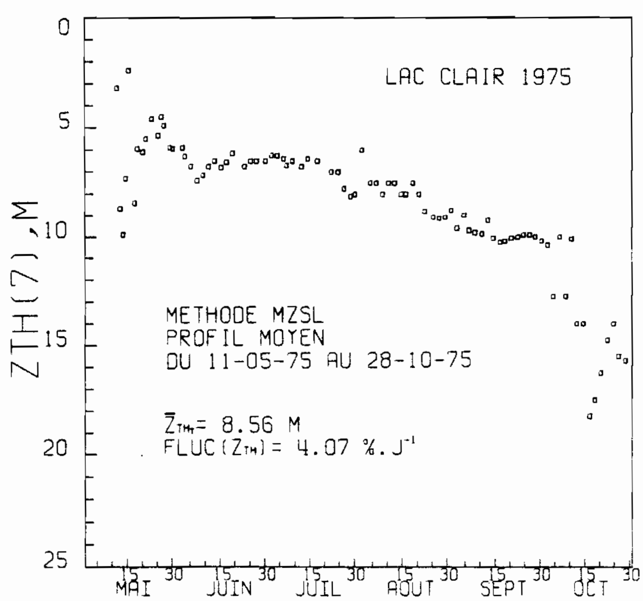
(d)



(e)

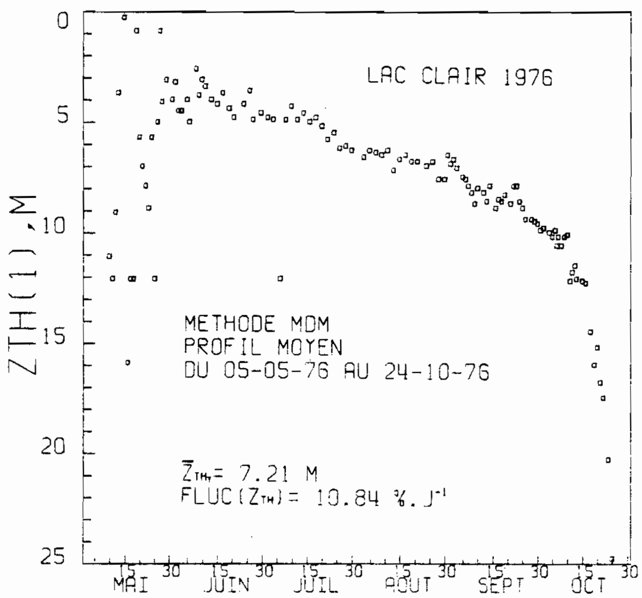


(f)

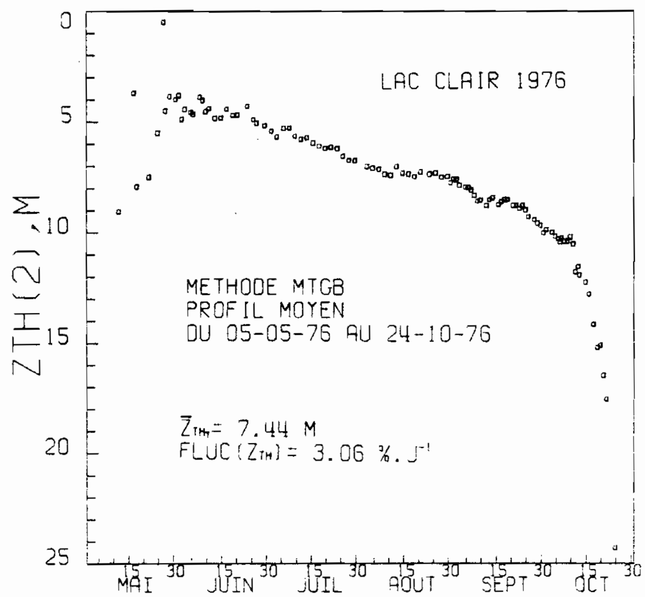


(g)

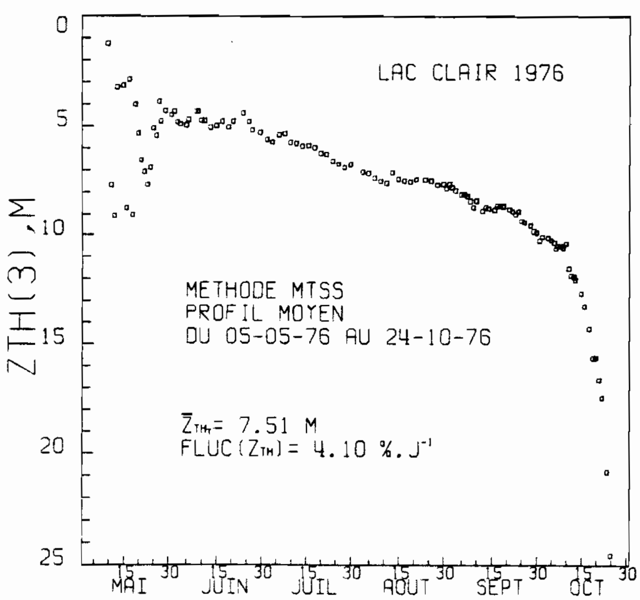
Figure A.8.2


LAC CLAIR 1976
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
Z̄TH = 7.21 M
FLUC(ZTH) = 10.84 %.J⁻¹
ZTH(1),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

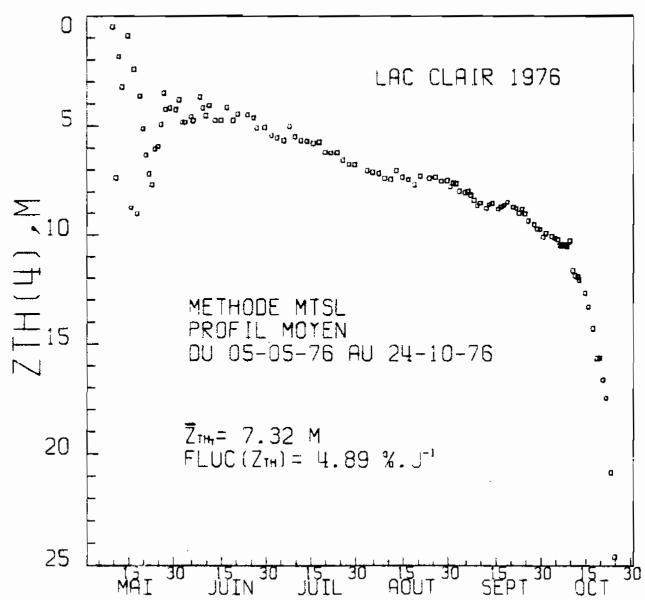
(a)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
Z̄TH = 7.44 M
FLUC(ZTH) = 3.06 %.J⁻¹
ZTH(2),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

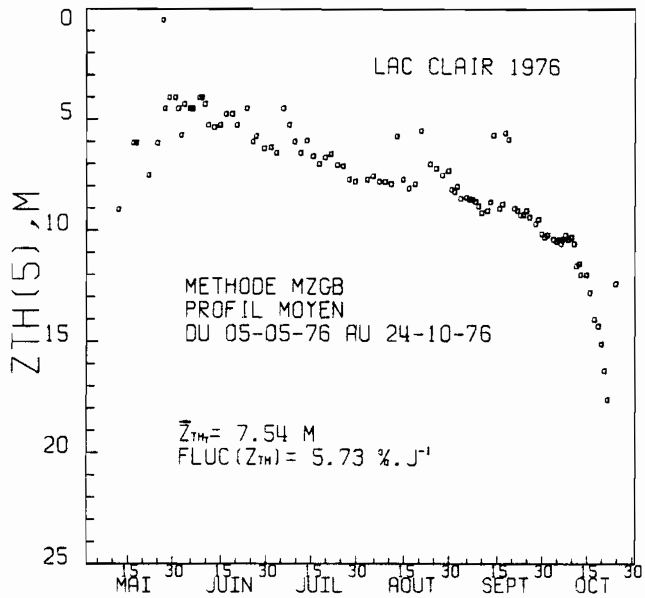
(b)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
Z̄TH = 7.51 M
FLUC(ZTH) = 4.10 %.J⁻¹
ZTH(3),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

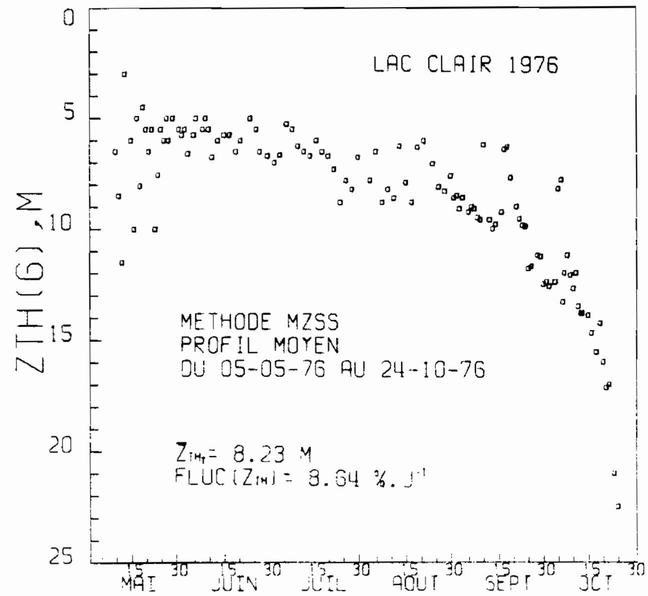
(c)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
Z̄TH = 7.32 M
FLUC(ZTH) = 4.89 %.J⁻¹
ZTH(4),M
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

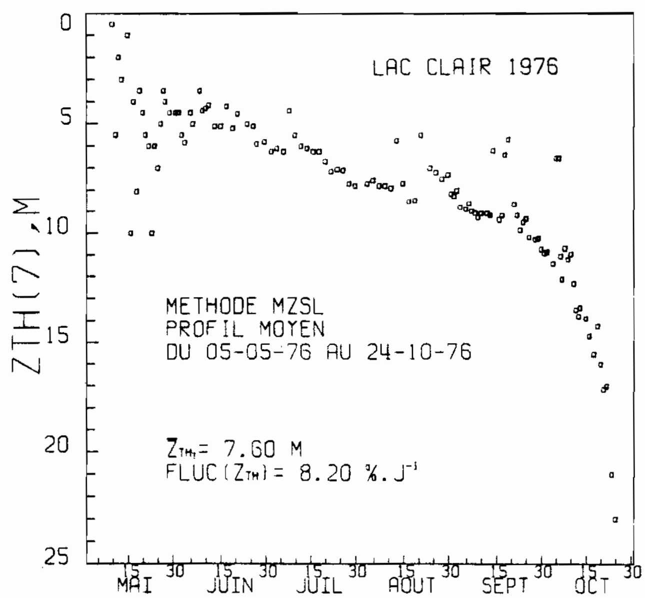
(d)



(e)



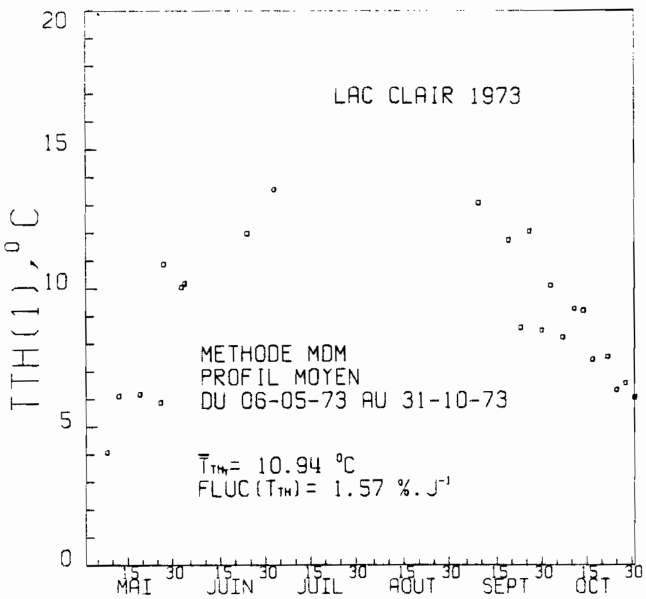
(f)



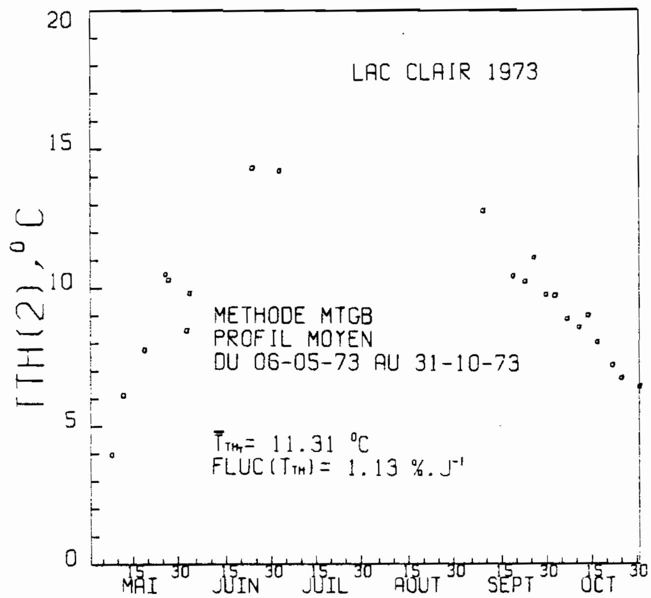
(g)

Figure A.8.3

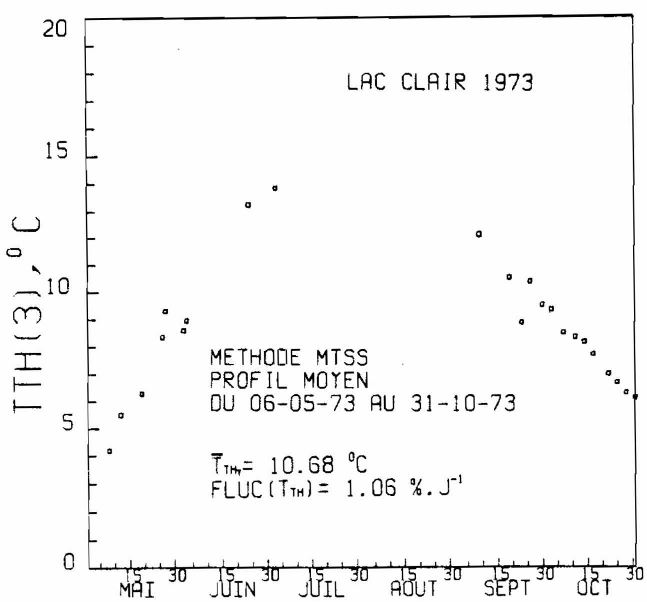
A.9 L'évolution de la température de la thermocline du profil moyen pour 7 définitions au lac Clair de 1973 à 1976. Les fluctuations indiquées sont calculées du dégel jusqu'à la disparition de la thermocline.



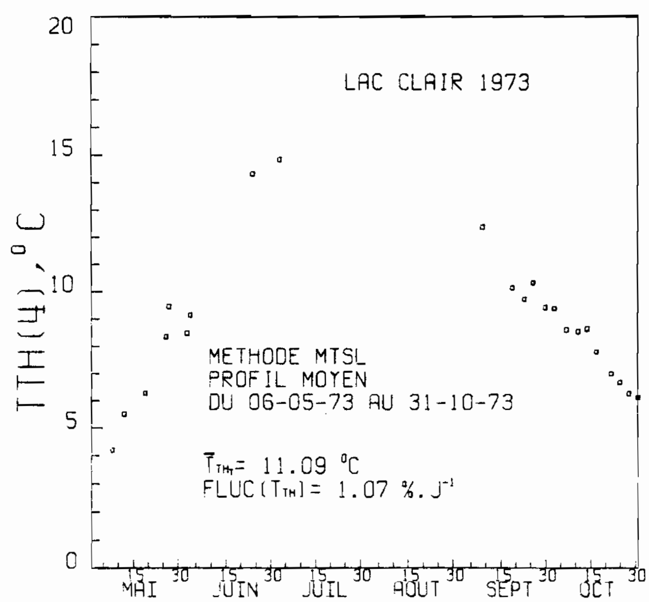
(a)



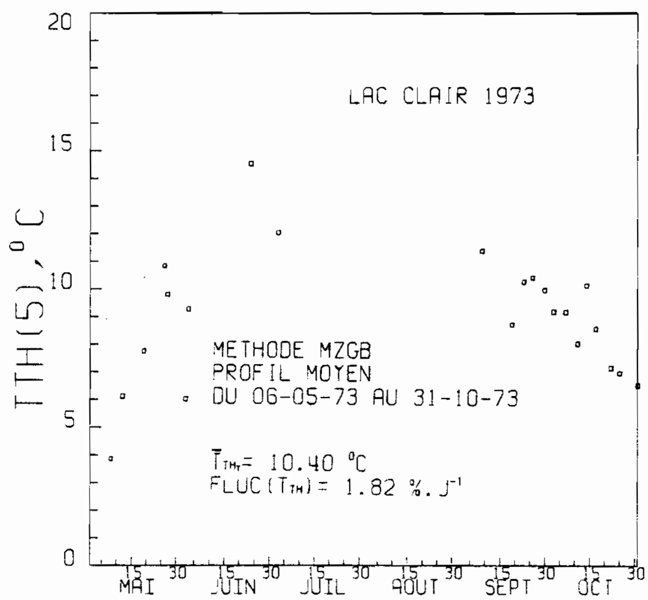
(b)



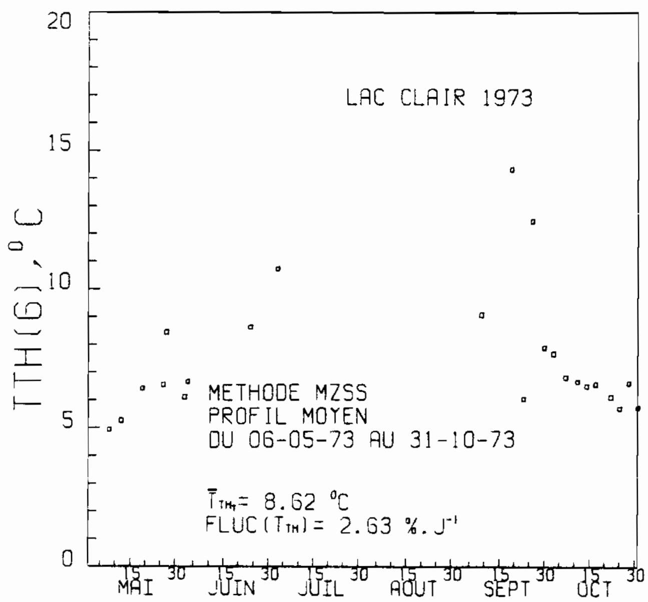
(c)



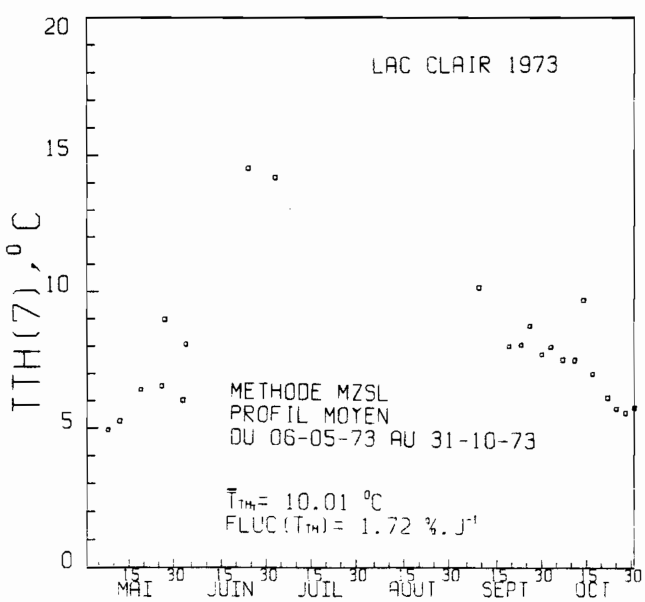
(d)



(e)

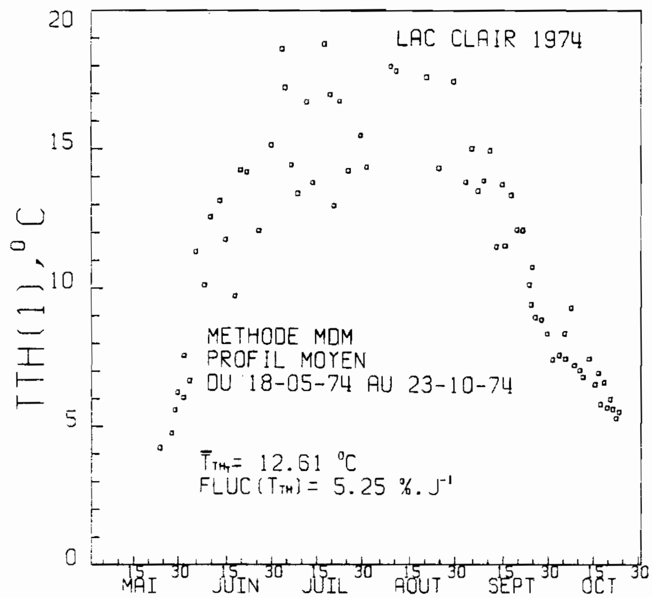


(f)

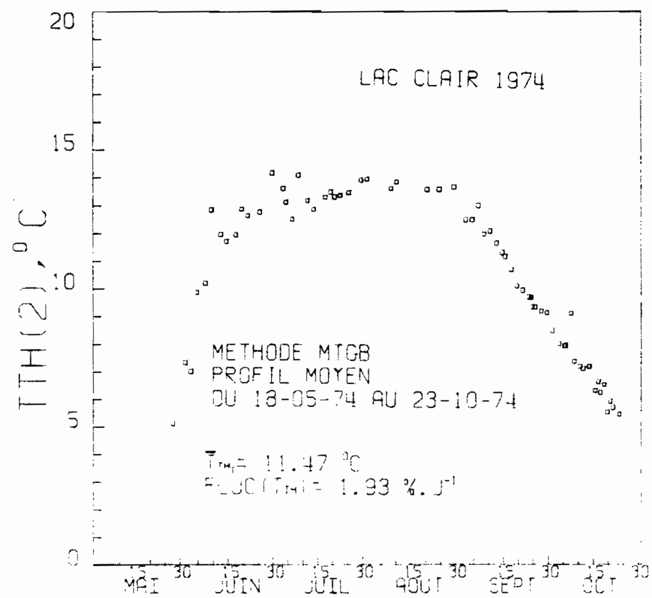


(g)

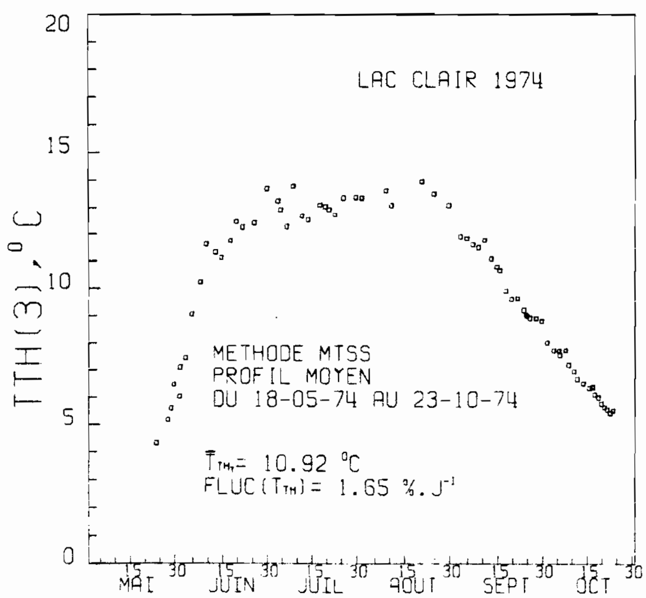
Figure A.9.1


LAC CLAIR 1974
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{T}_{TH}$ = 12.61 °C
FLUC(T_{TH}) = 5.25 %.J^{-1}
TTH(1), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

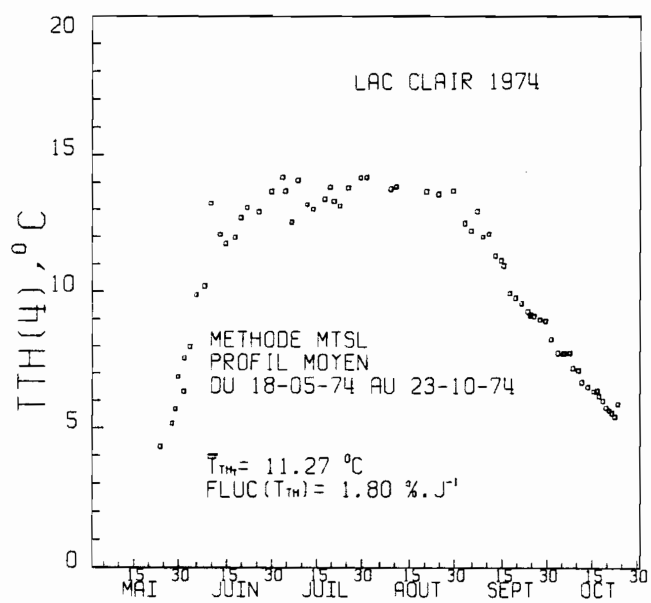
(a)


LAC CLAIR 1974
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
TTH(2), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

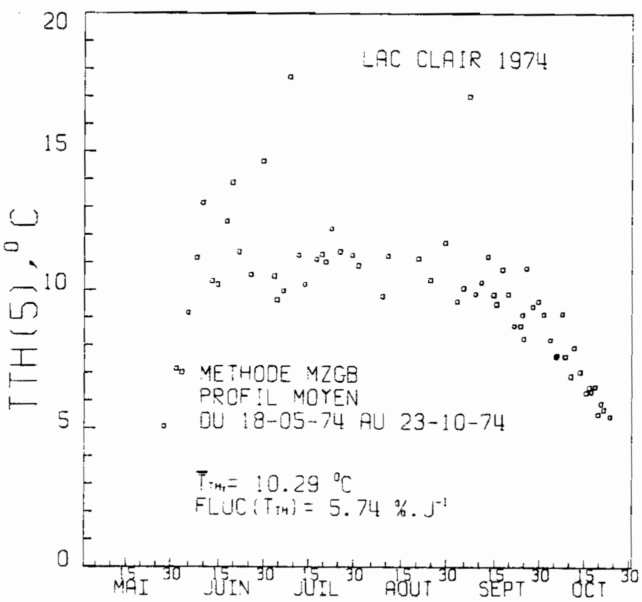
(b)


LAC CLAIR 1974
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{T}_{TH}$ = 10.92 °C
FLUC(T_{TH}) = 1.65 %.J^{-1}
TTH(3), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

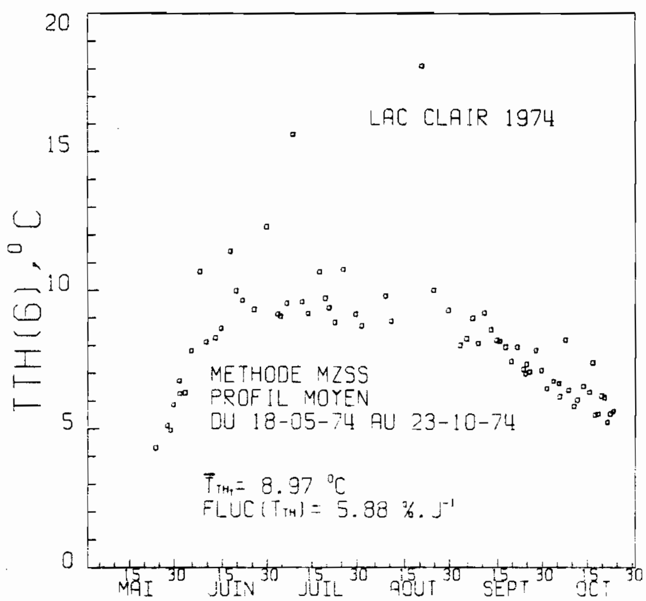
(c)


LAC CLAIR 1974
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{T}_{TH}$ = 11.27 °C
FLUC(T_{TH}) = 1.80 %.J^{-1}
TTH(4), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

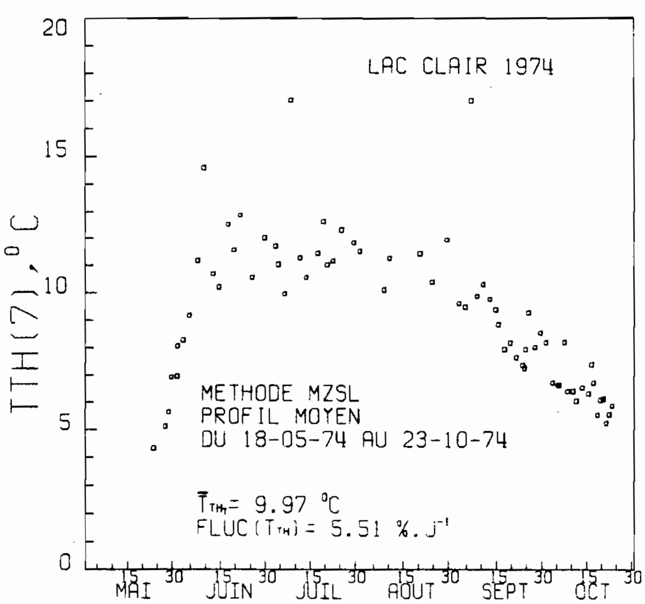
(d)



(e)

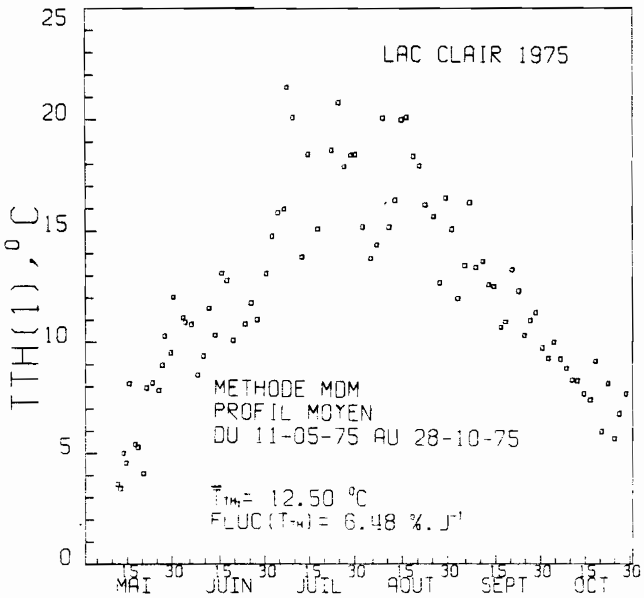


(f)

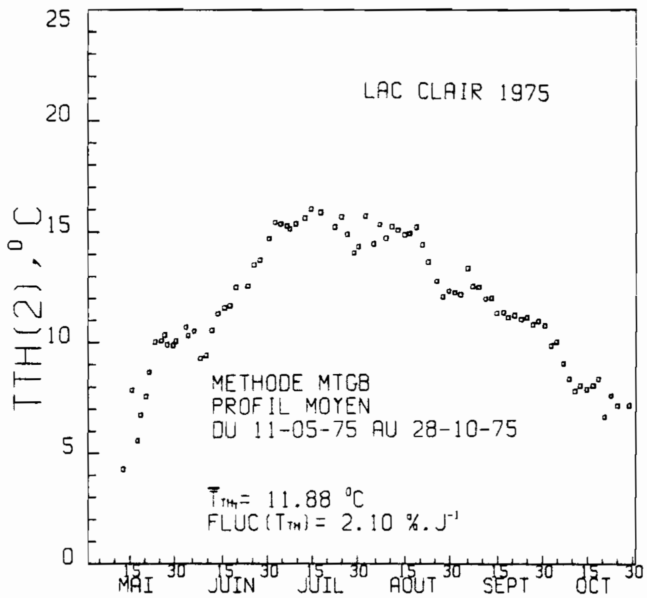


(g)

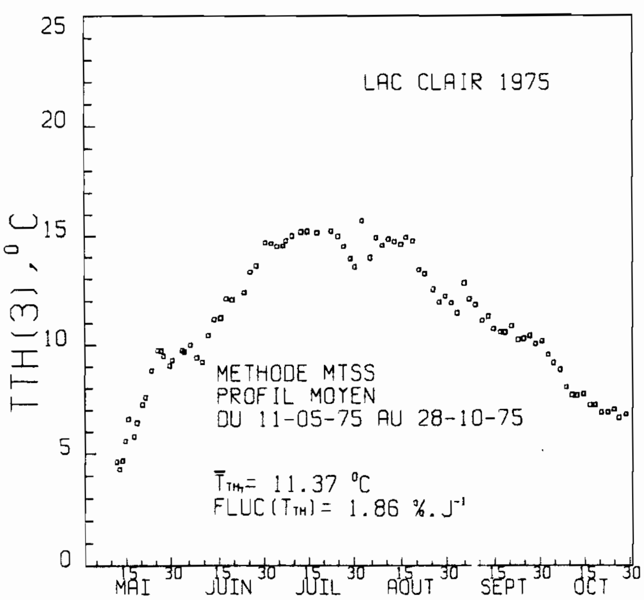
Figure A.9.2


LAC CLAIR 1975
METHODE MOM
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\overline{T}_{TH}$= 12.50 °C
FLUC(T_{TH}) = 6.48 %.J⁻¹
TTH(1), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

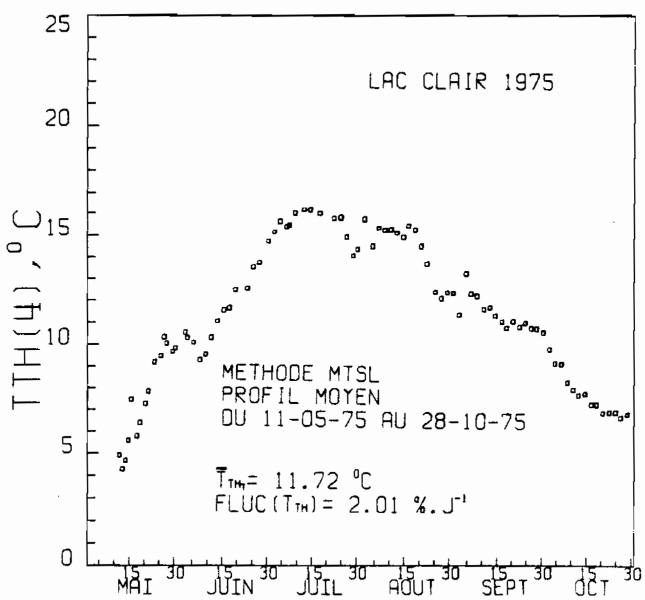
(a)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\overline{T}_{TH}$= 11.88 °C
FLUC(T_{TH}) = 2.10 %.J⁻¹
TTH(2), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

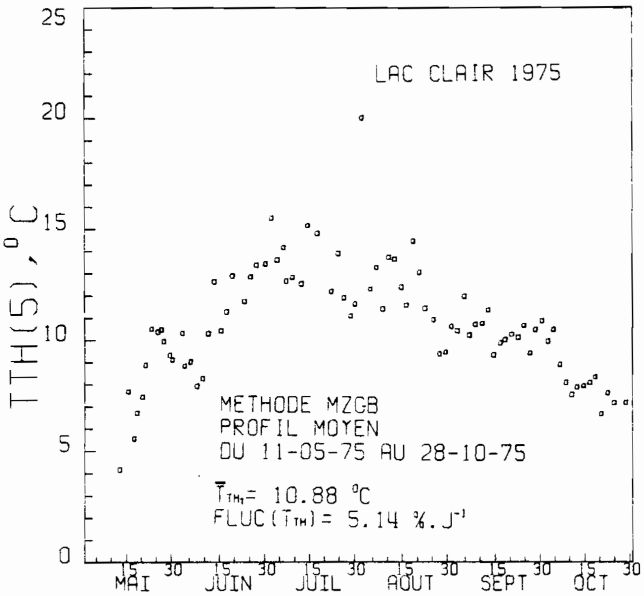
(b)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\overline{T}_{TH}$= 11.37 °C
FLUC(T_{TH}) = 1.86 %.J⁻¹
TTH(3), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

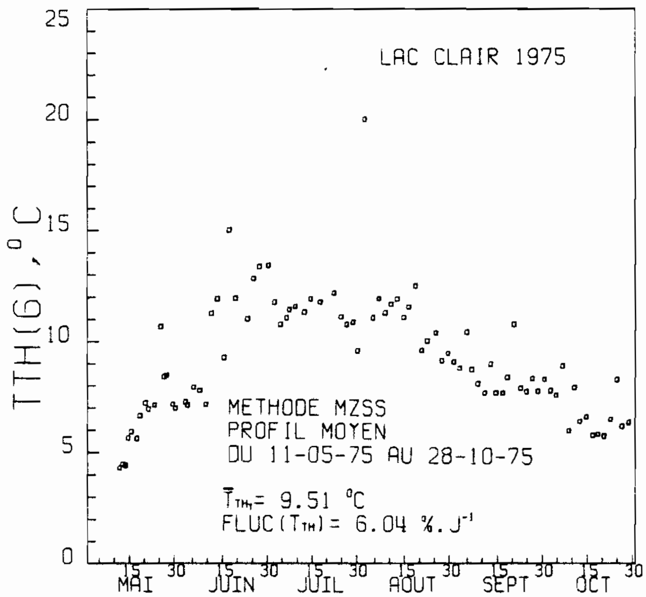
(c)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
$\overline{T}_{TH}$= 11.72 °C
FLUC(T_{TH}) = 2.01 %.J⁻¹
TTH(4), °C
MAI JUIN JUIL AOUT SEPT OCT

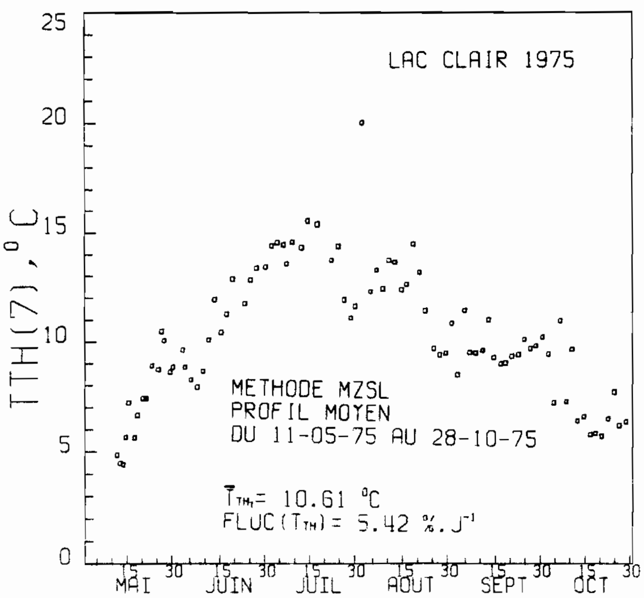
(d)



(e)

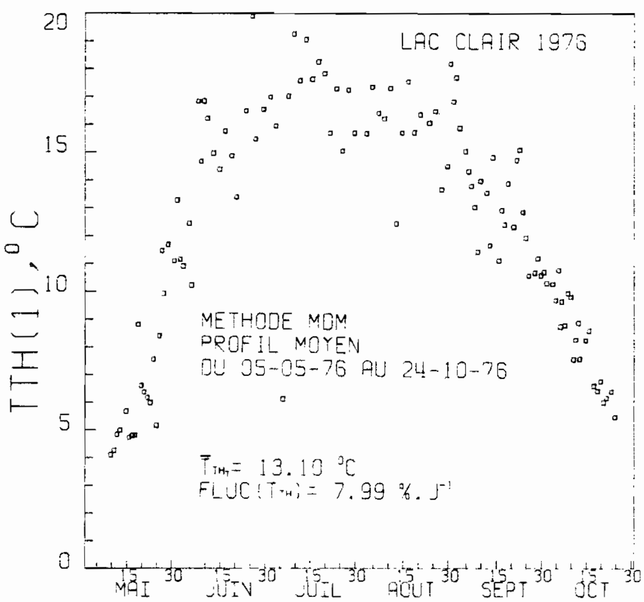


(f)

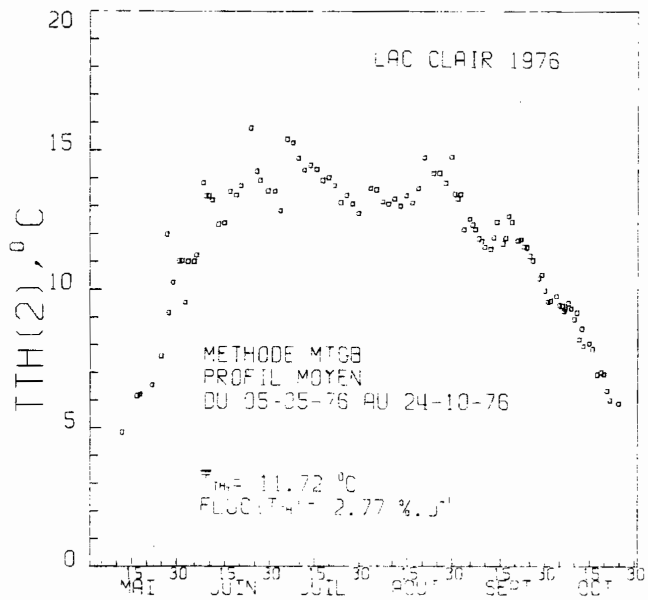


(g)

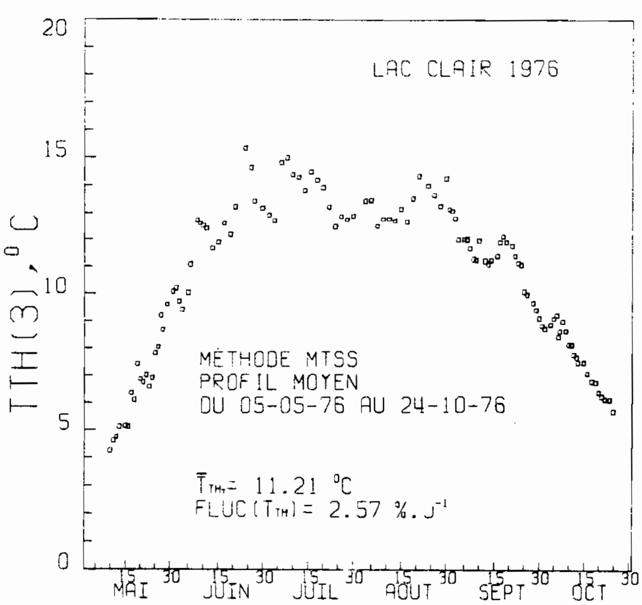
Figure A.9.3


LAC CLAIR 1976
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
T̄TH = 13.10 °C
FLUC(TTH) = 7.99 %.J⁻¹
TTH(1), °C
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

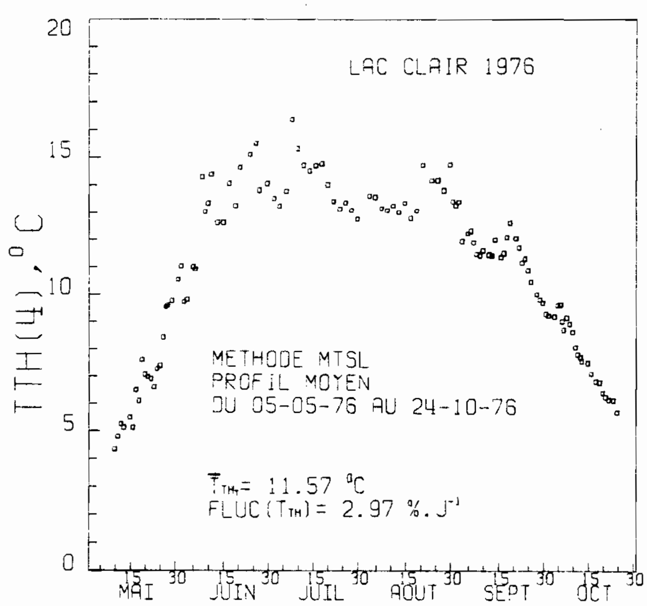
(a)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
T̄TH = 11.72 °C
FLUC(TTH) = 2.77 %.J⁻¹
TTH(2), °C

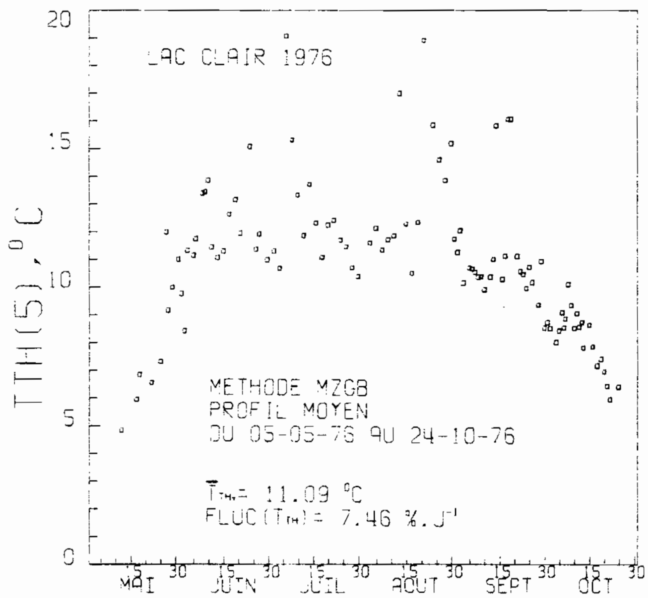
(b)


LAC CLAIR 1976
MÉTHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
T̄TH = 11.21 °C
FLUC(TTH) = 2.57 %.J⁻¹
TTH(3), °C
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

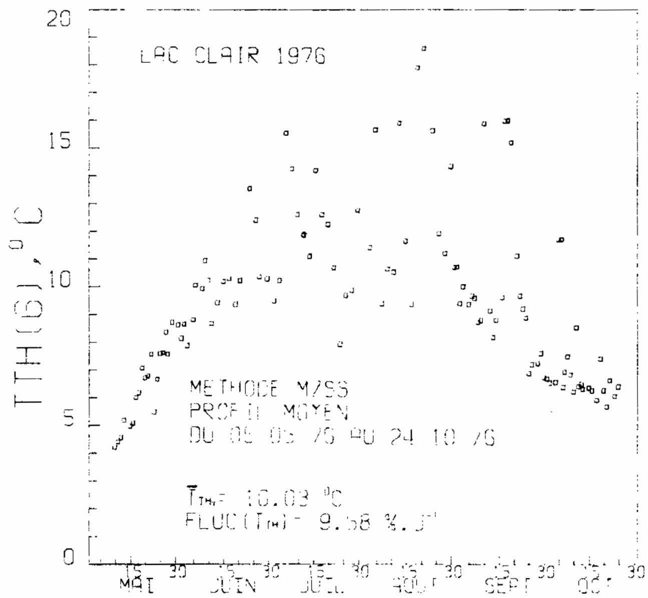
(c)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
T̄TH = 11.57 °C
FLUC(TTH) = 2.97 %.J⁻¹
TTH(4), °C
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

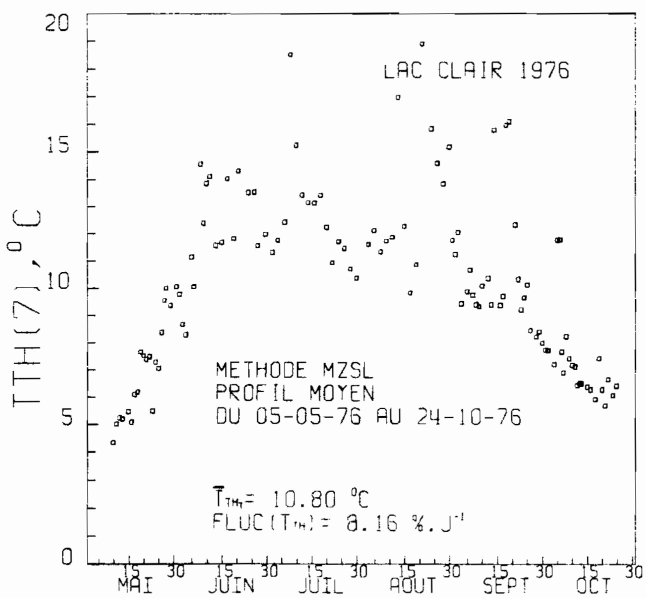
(d)



(e)



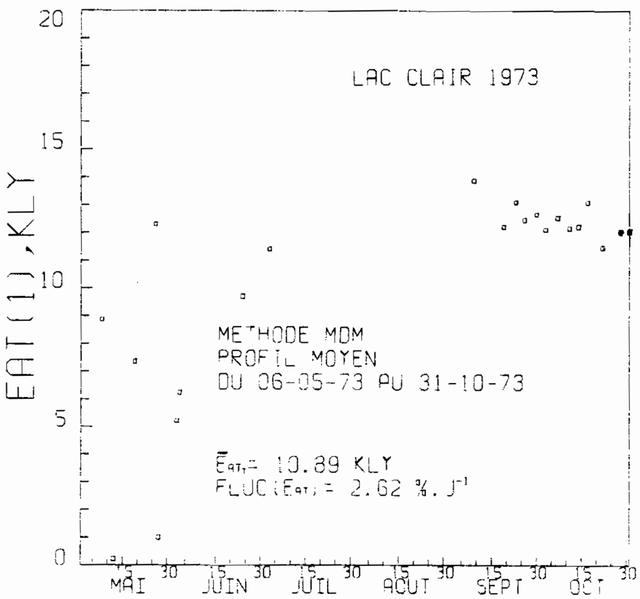
(f)



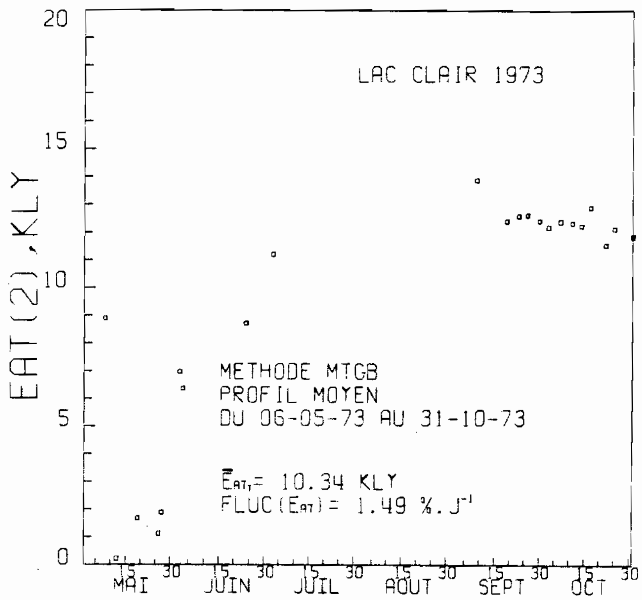
(g)

Figure A.9.4

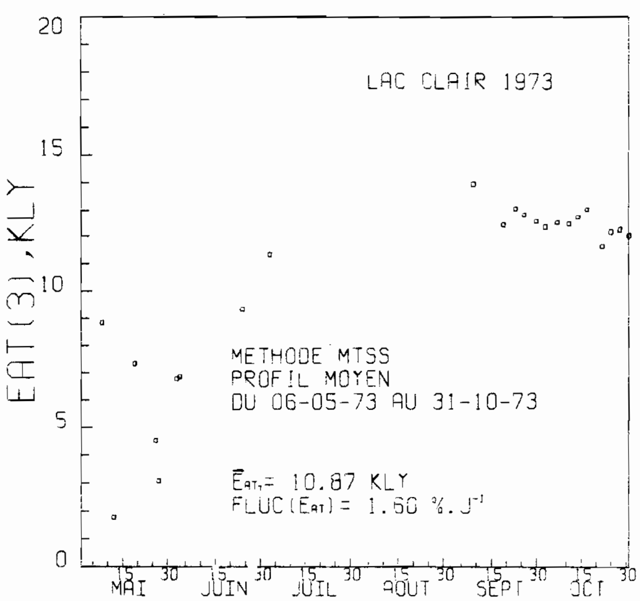
A.10 L'évolution de l'énergie au-dessus de la thermocline du profil moyen pour 7 définitions au lac Clair de 1973 à 1976. Les fluctuations indiquées sont calculées du dégel jusqu'à la disparition de la thermocline.



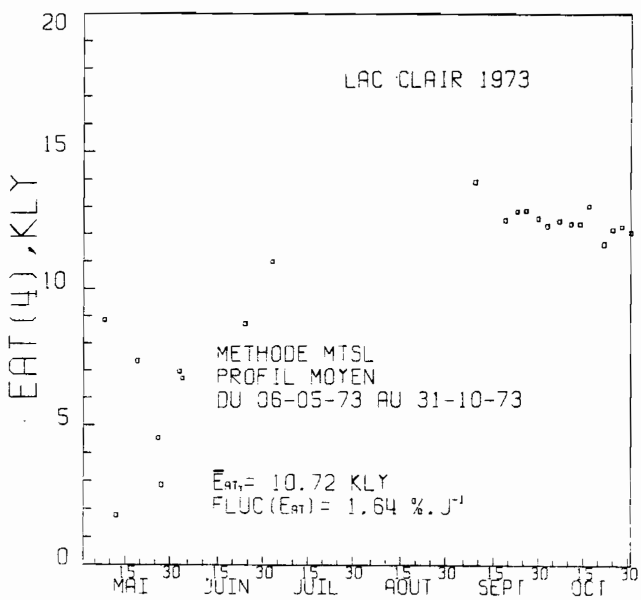
(a)



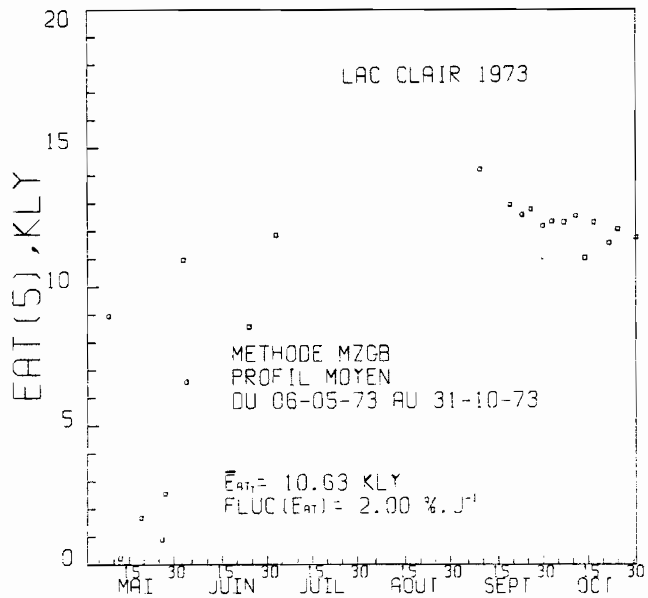
(b)



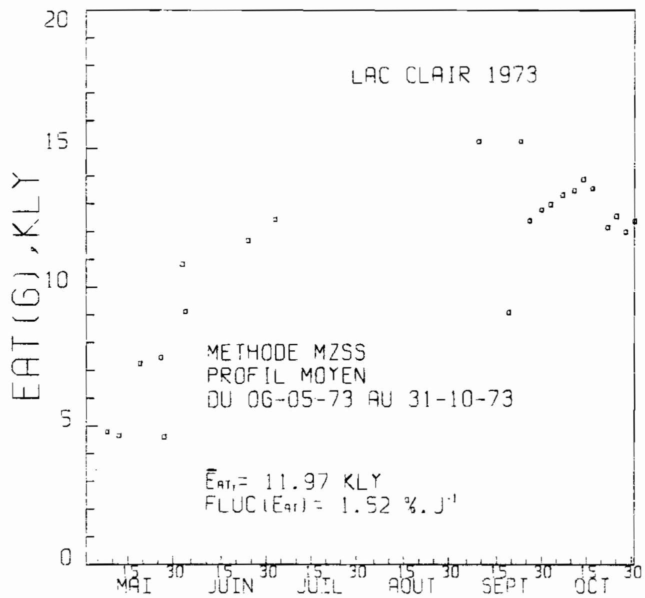
(c)



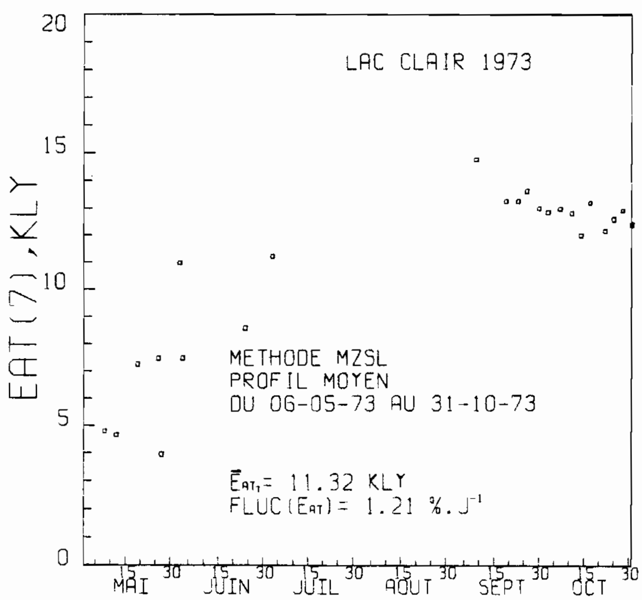
(d)



(e)

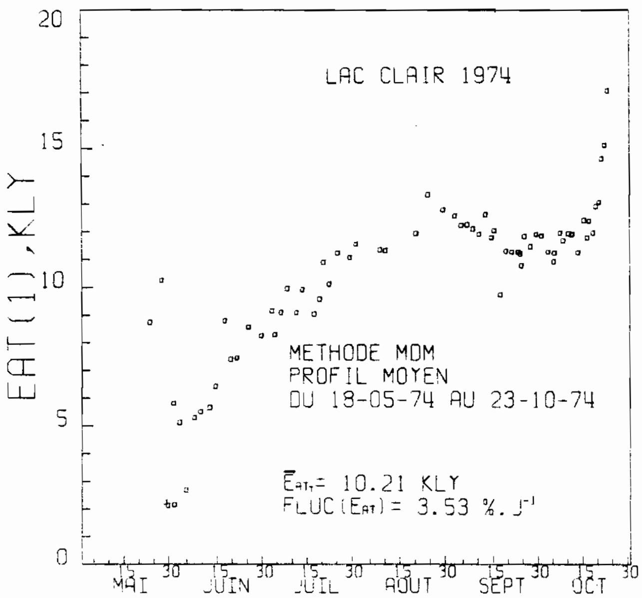


(f)

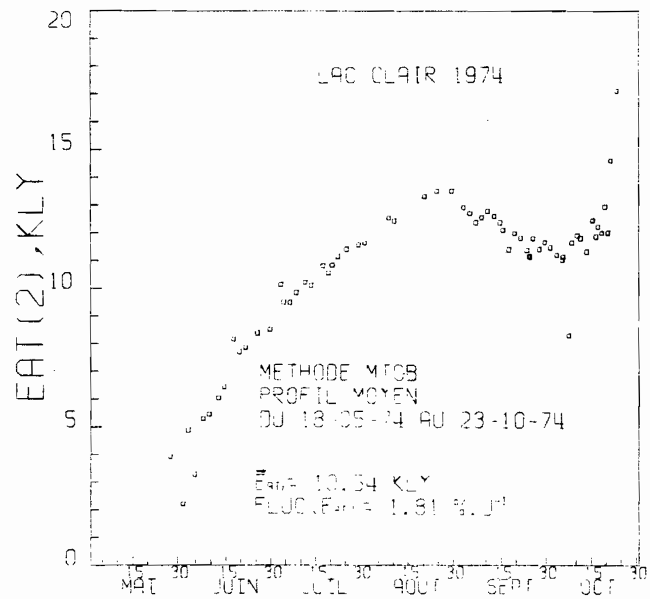


(g)

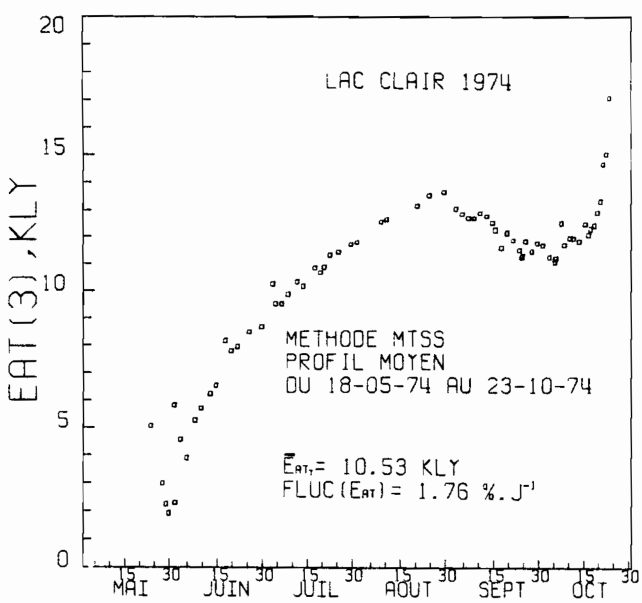
Figure A.10.1


LAC CLAIR 1974
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{E}_{AT}$ = 10.21 KLY
FLUC(E_{AT}) = 3.53 %.J^{-1}
EAT(1),KLY
0
5
10
15
20
15 MAI 30
15 JUIN 30
15 JUIL 30
15 AOUT 30
15 SEPT 30
15 OCT 30

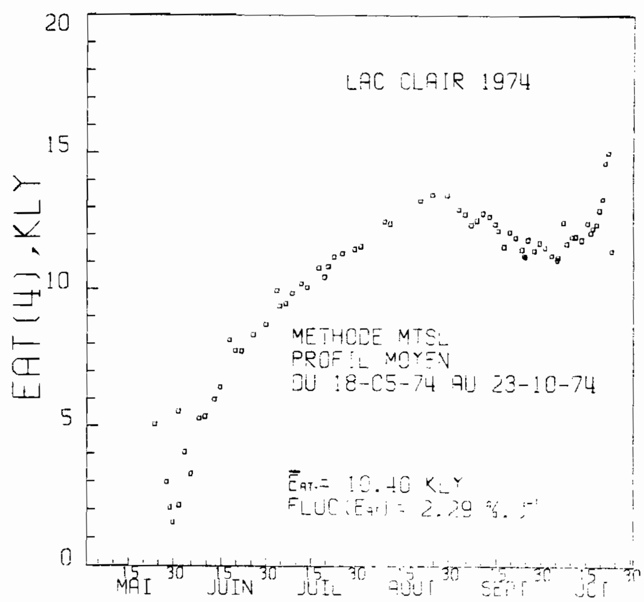
(a)


LAC CLAIR 1974
PROFIL MOYEN
AU 23-10-74
EAT(2),KLY
0
5
10
15
20
MAI
JUIN
AOUT

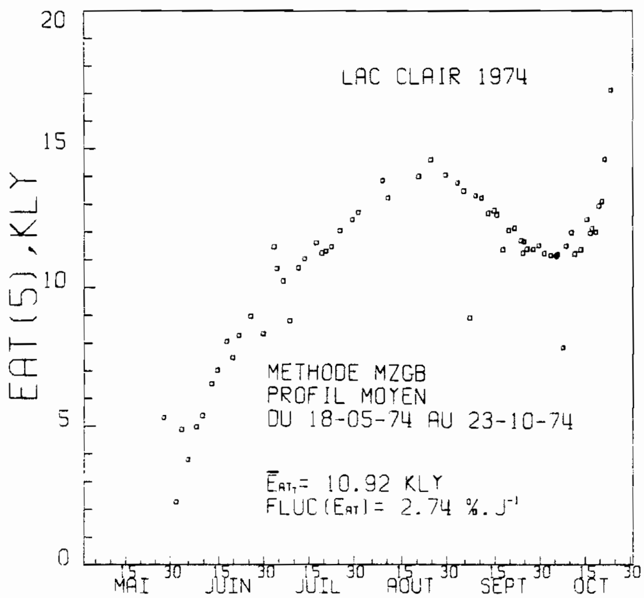
(b)


LAC CLAIR 1974
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 18-05-74 AU 23-10-74
$\bar{E}_{AT}$ = 10.53 KLY
FLUC(E_{AT}) = 1.76 %.J^{-1}
EAT(3),KLY
0
5
10
15
20
15 MAI 30
15 JUIN 30
15 JUIL 30
15 AOUT 30
15 SEPT 30
15 OCT 30

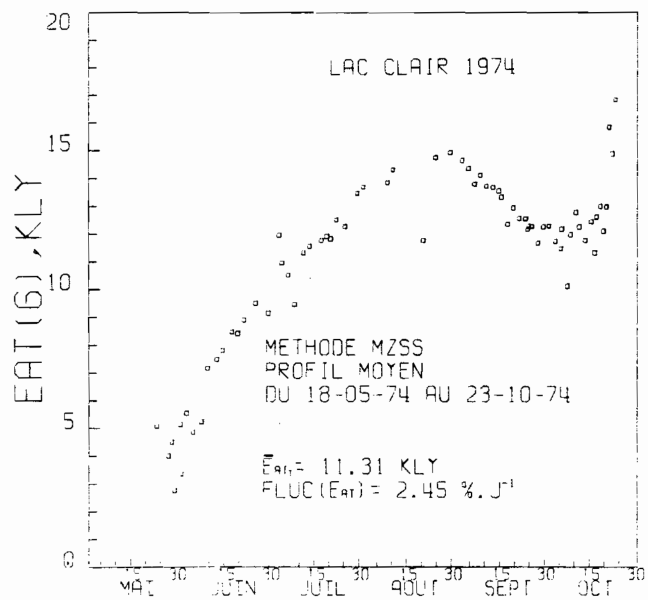
(c)


LAC CLAIR 1974
PROFIL MOYEN
DU 18-C5-74 AU 23-10-74
EAT(4),KLY
0
5
10
15
20
MAI
JUIN

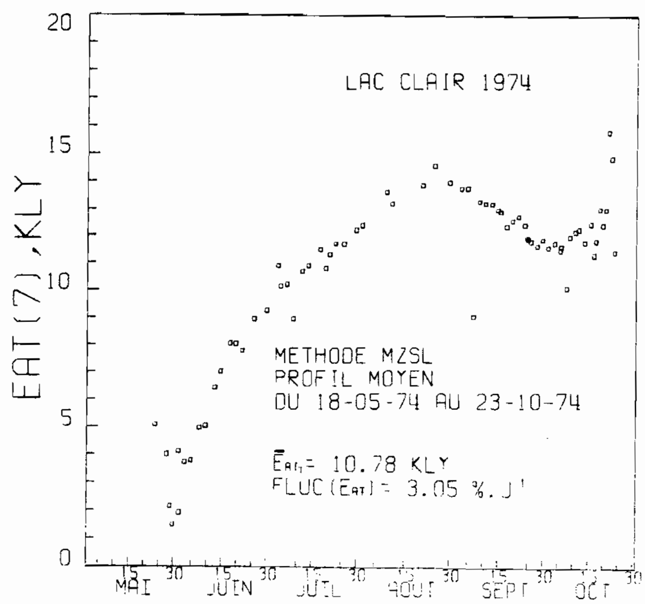
(d)



(e)

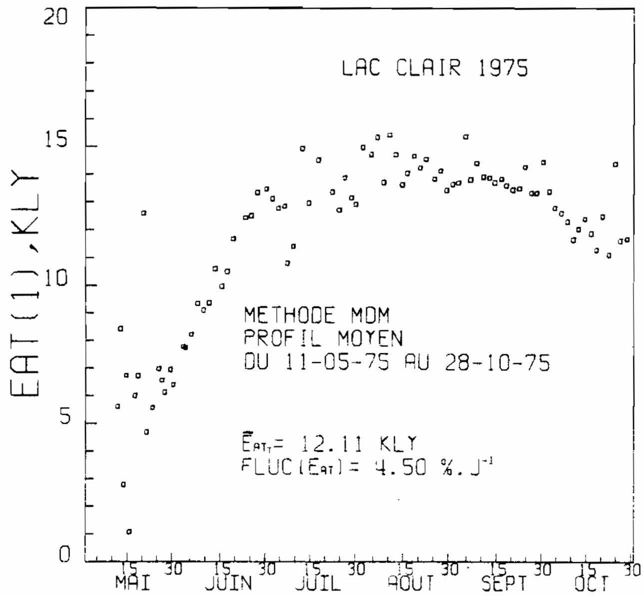


(f)

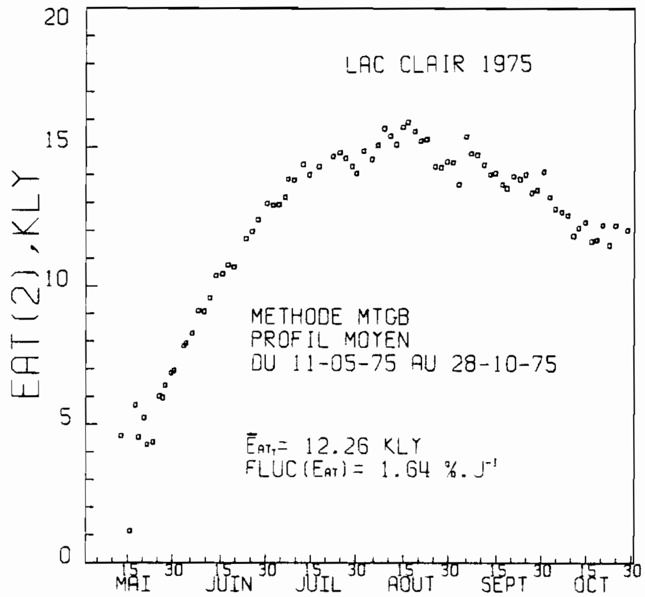


(g)

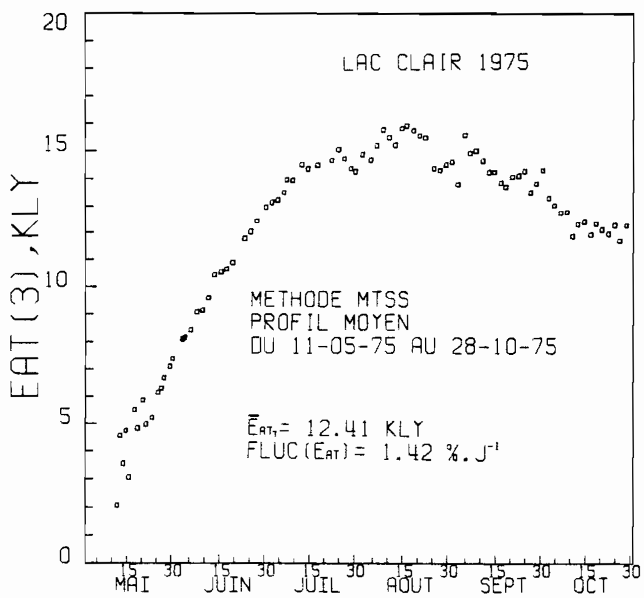
Figure A.10.2


LAC CLAIR 1975
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
Ē AT1 = 12.11 KLY
FLUC(EAT) = 4.50 %.J⁻¹
EAT(1),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

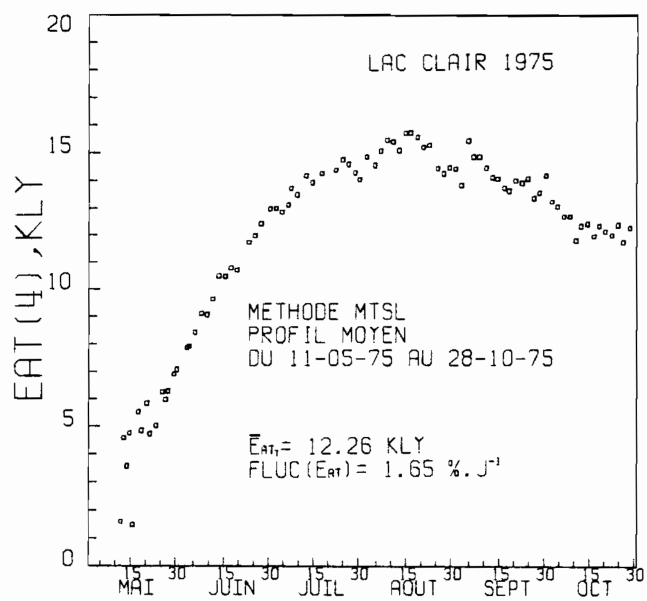
(a)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
Ē AT1 = 12.26 KLY
FLUC(EAT) = 1.64 %.J⁻¹
EAT(2),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

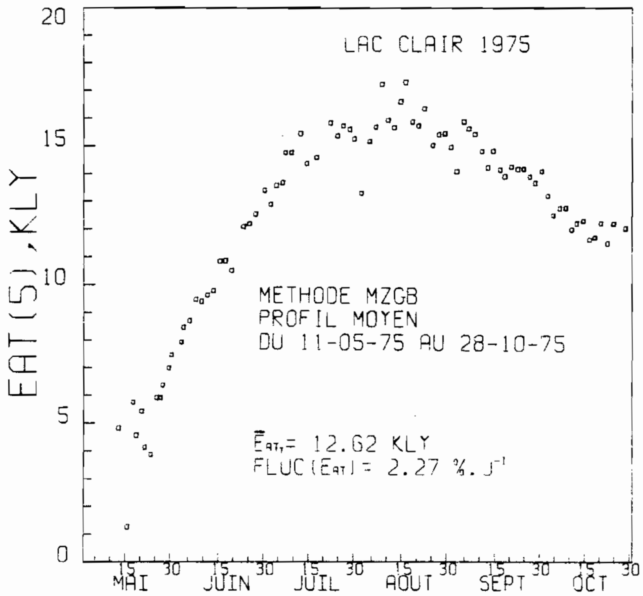
(b)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
Ē AT1 = 12.41 KLY
FLUC(EAT) = 1.42 %.J⁻¹
EAT(3),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

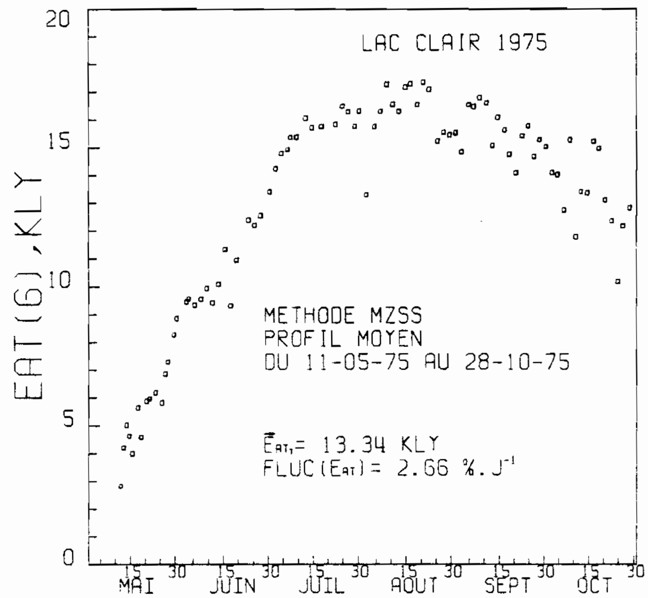
(c)


LAC CLAIR 1975
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 11-05-75 AU 28-10-75
Ē AT1 = 12.26 KLY
FLUC(EAT) = 1.65 %.J⁻¹
EAT(4),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

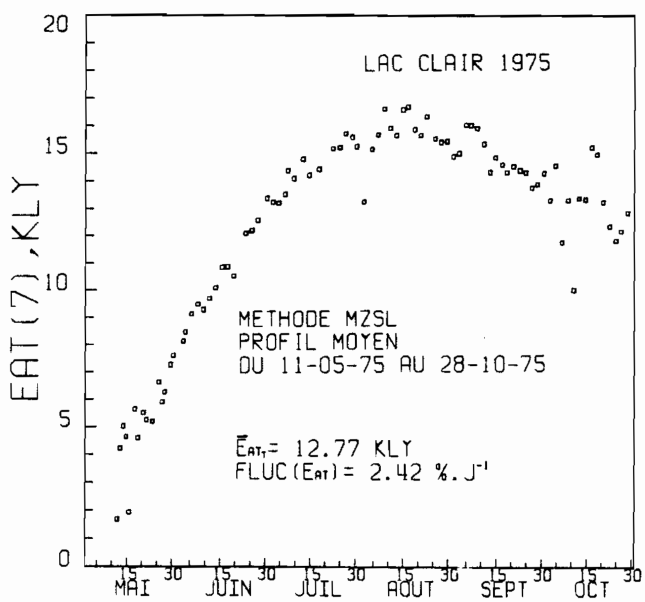
(d)



(e)

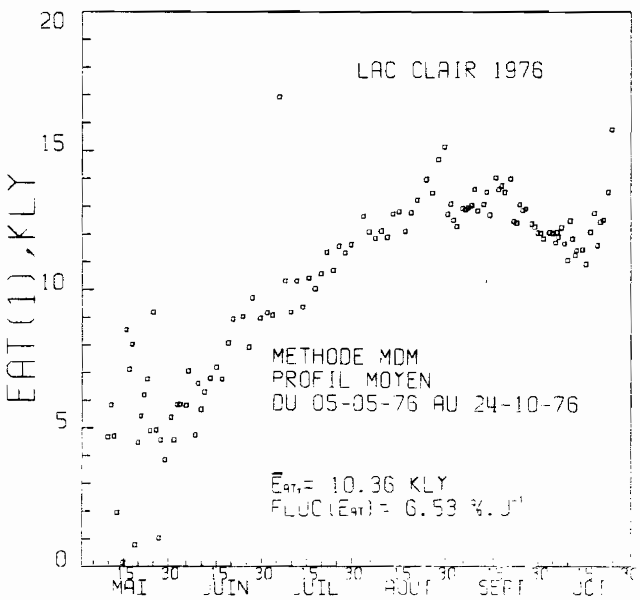


(f)

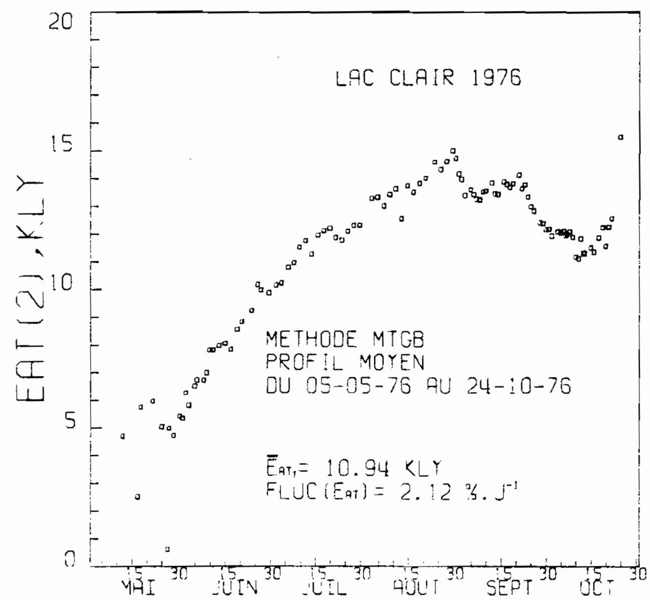


(g)

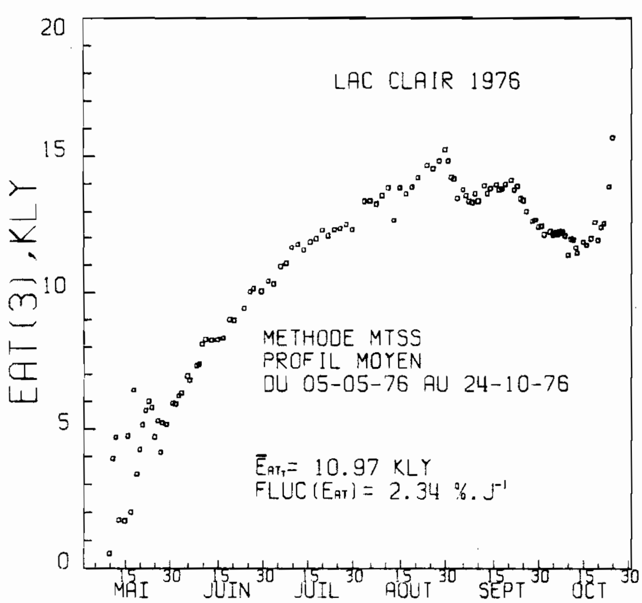
Figure A.10.3


LAC CLAIR 1976
METHODE MDM
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
$\bar{E}_{AT_1}$= 10.36 KLY
FLUC(E_{AT}) = 6.53 %.J^{-1}
EAT(1),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

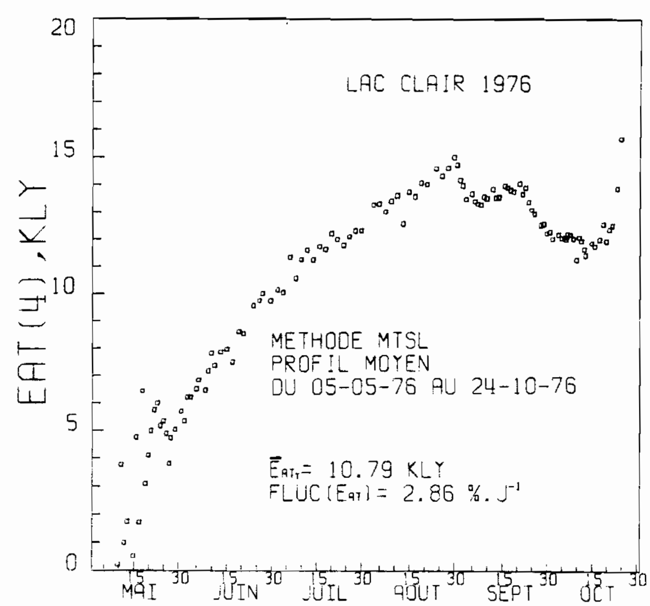
(a)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTGB
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
$\bar{E}_{AT_1}$= 10.94 KLY
FLUC(E_{AT}) = 2.12 %.J^{-1}
EAT(2),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

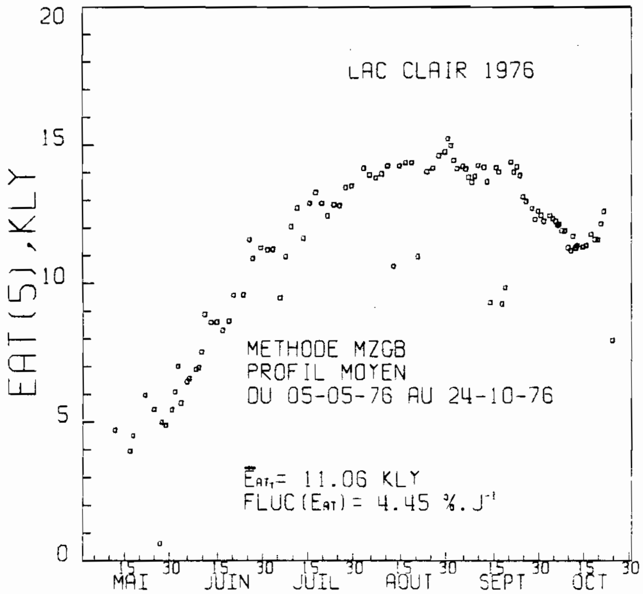
(b)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTSS
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
$\bar{E}_{AT_1}$= 10.97 KLY
FLUC(E_{AT}) = 2.34 %.J^{-1}
EAT(3),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

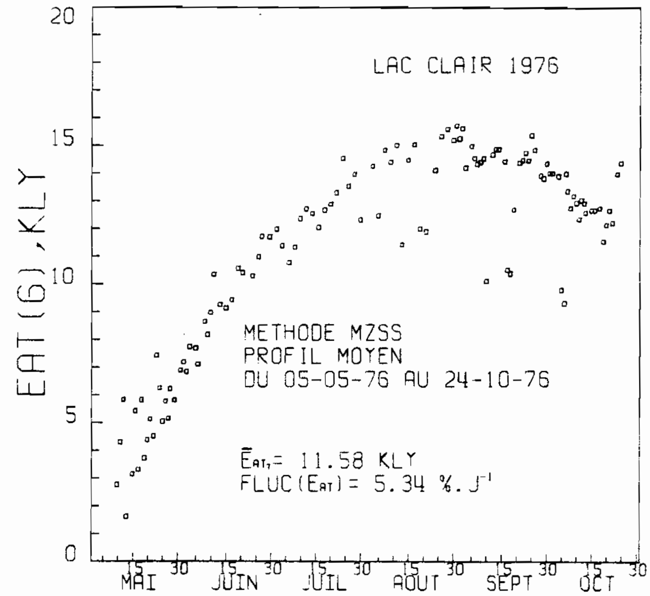
(c)


LAC CLAIR 1976
METHODE MTSL
PROFIL MOYEN
DU 05-05-76 AU 24-10-76
$\bar{E}_{AT_1}$= 10.79 KLY
FLUC(E_{AT}) = 2.86 %.J^{-1}
EAT(4),KLY
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT

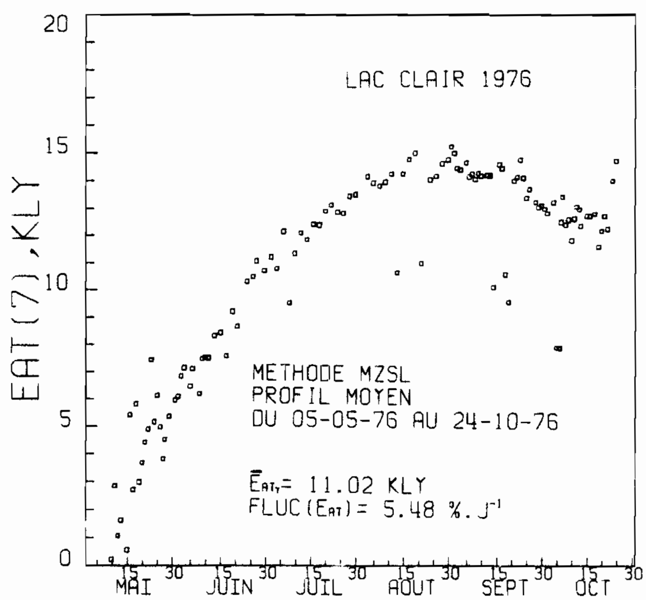
(d)



(e)



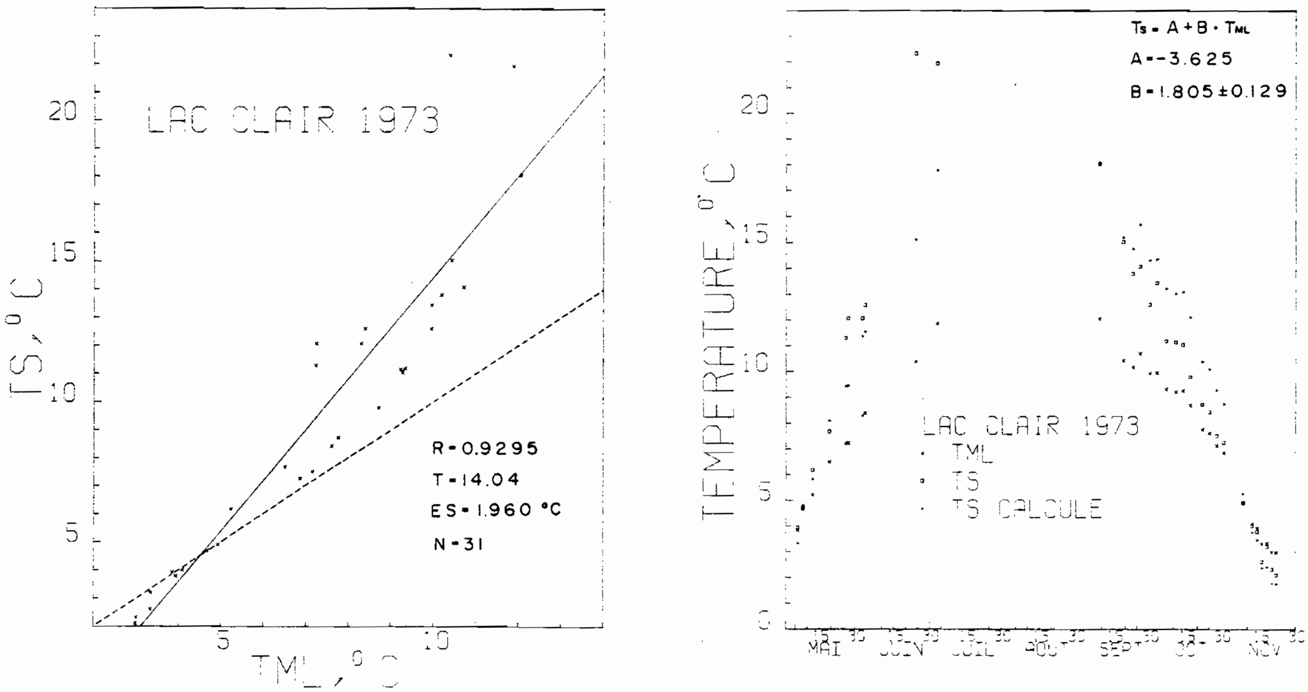
(f)



(g)

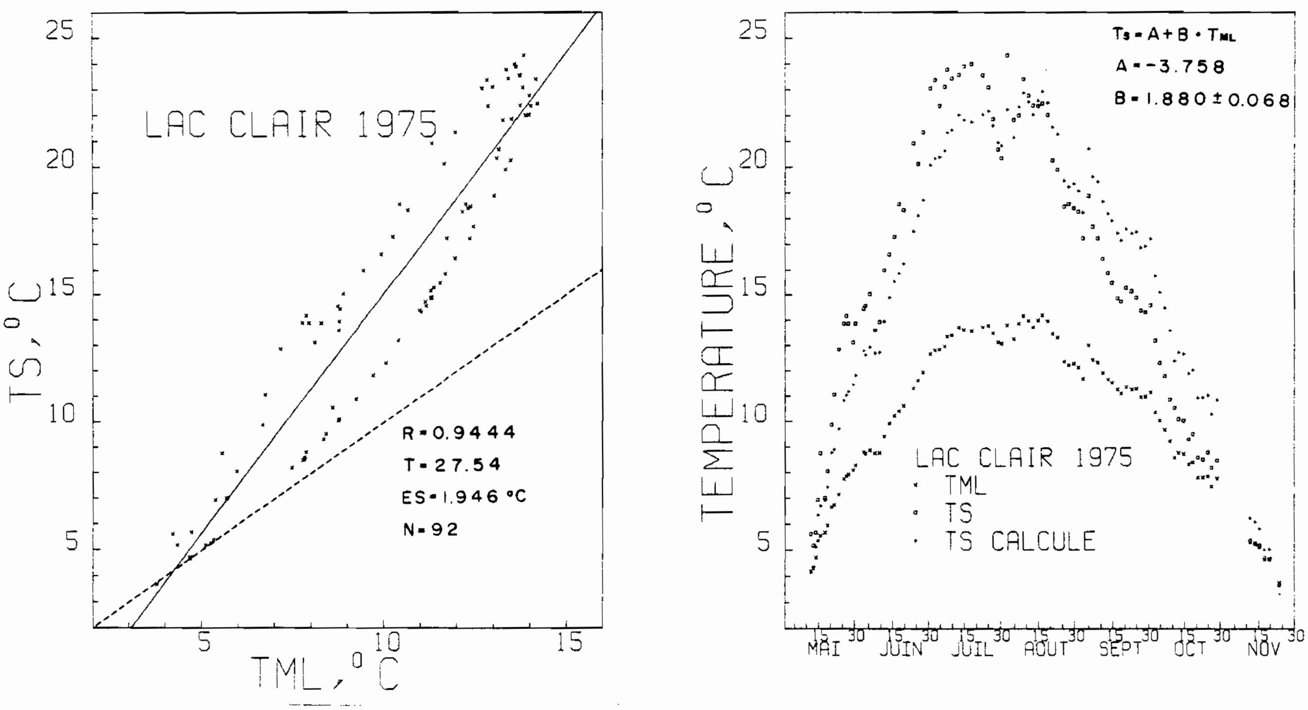
Figure A.10.4

A.11 Corrélation linéaire entre T_S et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1973, 1975 et 1976.



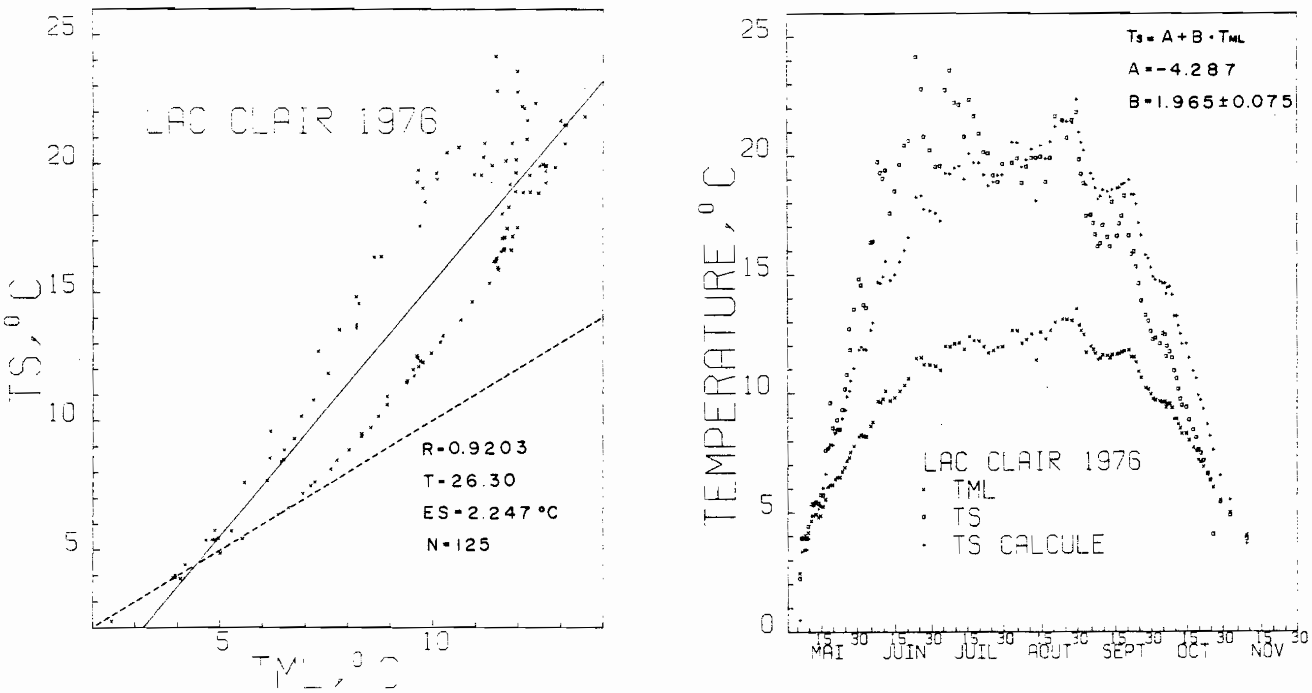
(a) (b)

Figure A.11.1



(a) (b)

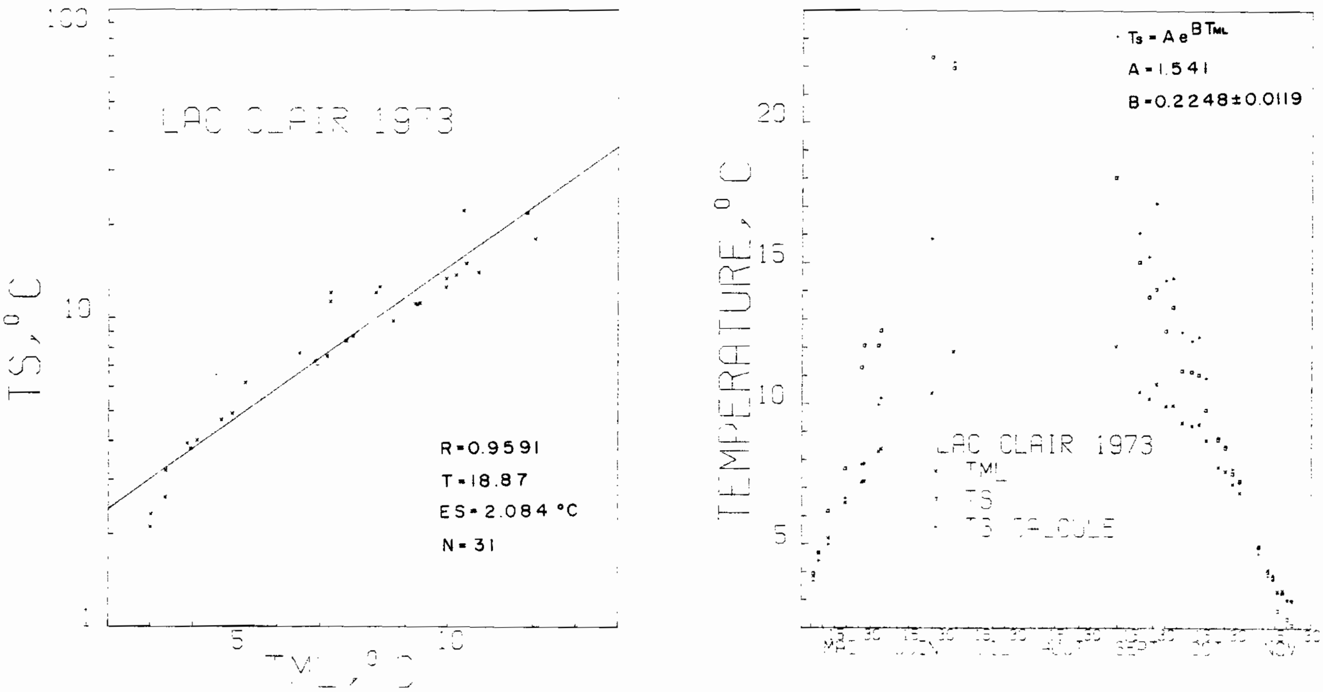
Figure A.11.2



(a) (b)

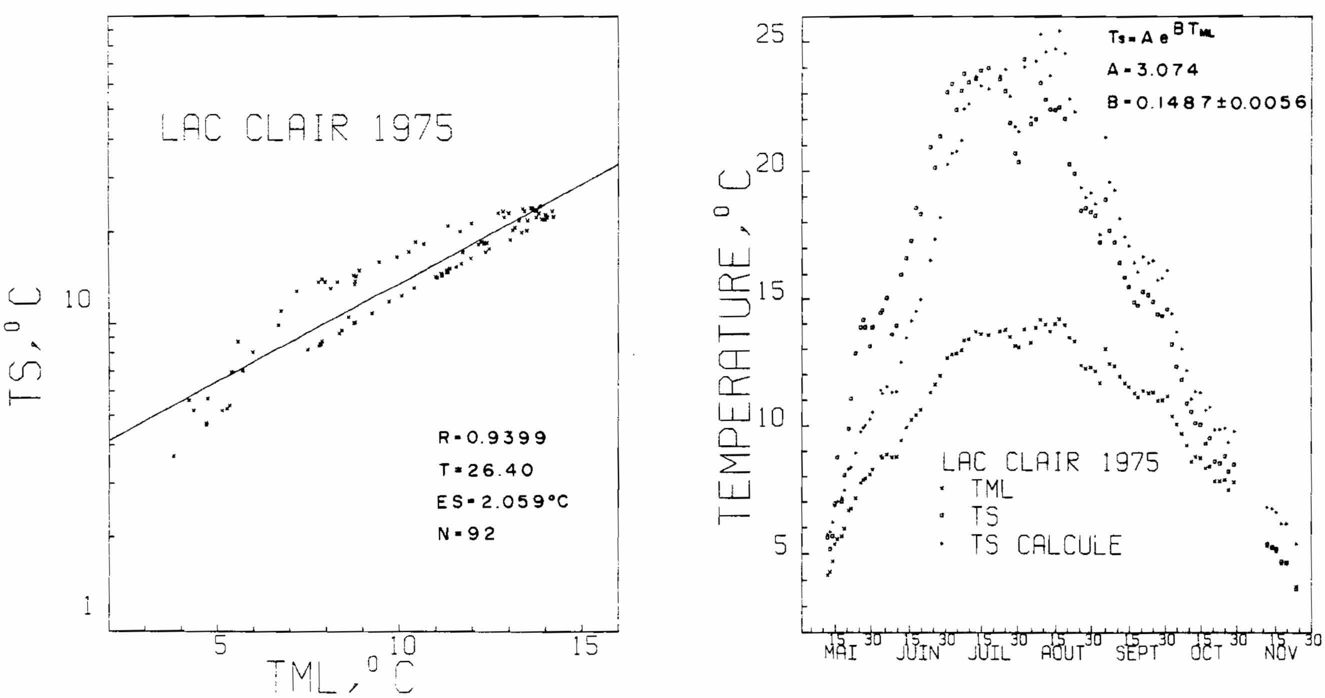
Figure A.11.3

A.12 Corrélation exponentielle entre T_s et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1973, 1975 et 1976.



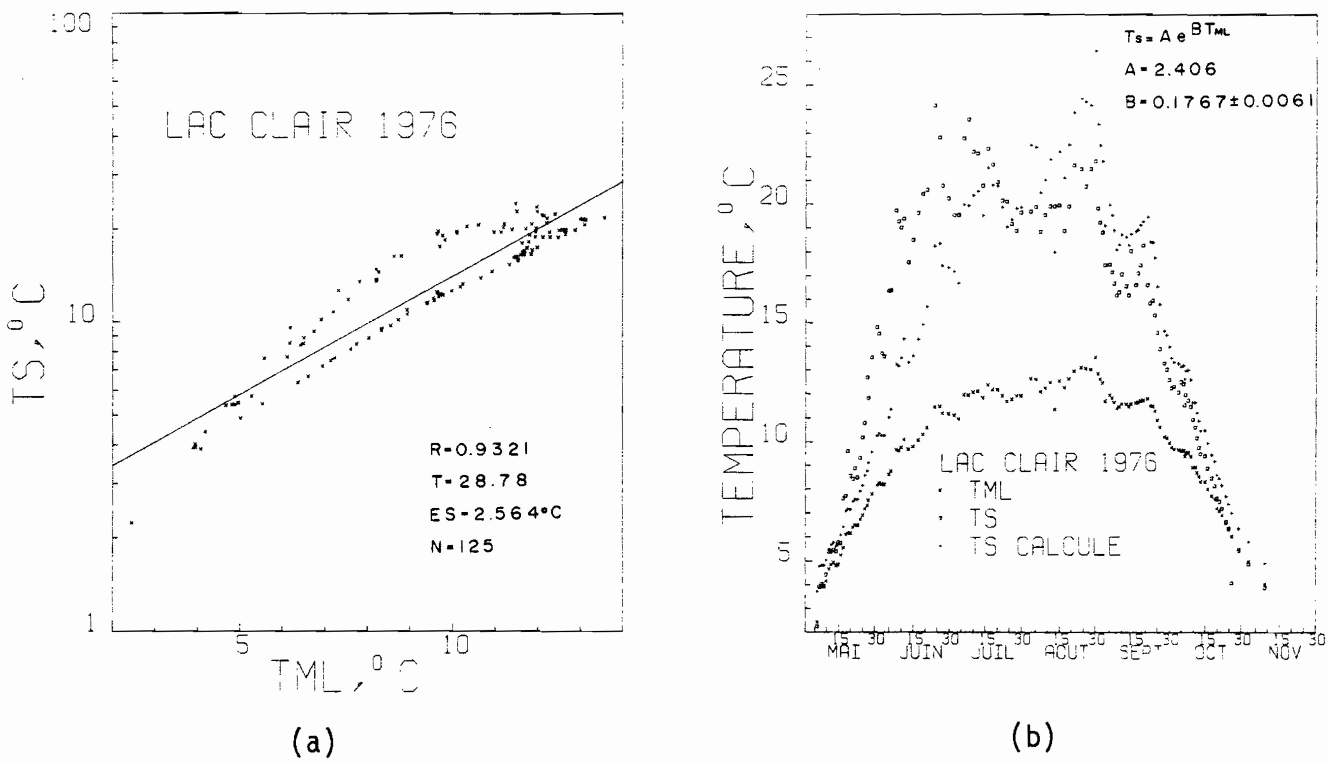
(a) (b)

Figure A.12.1



(a) (b)

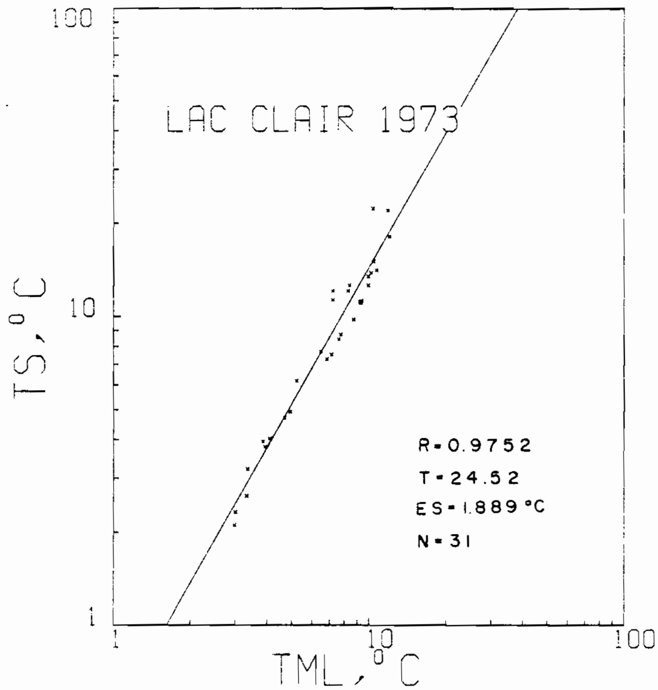
Figure A.12.2



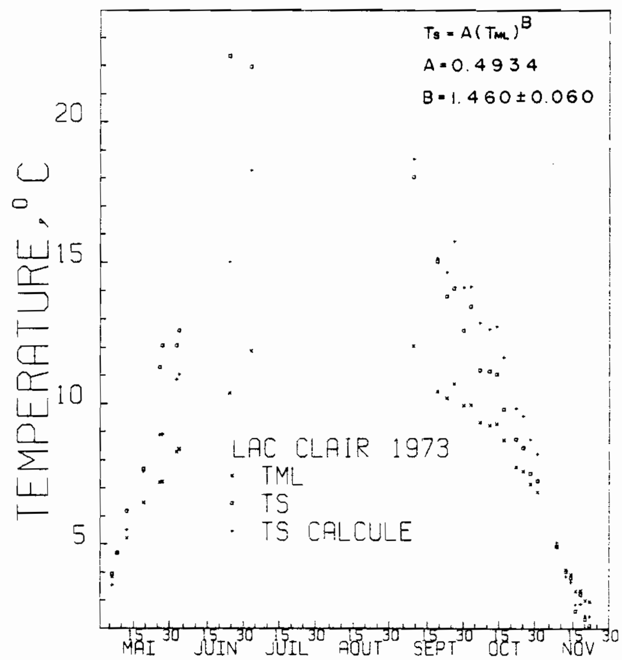
LAC CLAIR 1976
TS, °C
TML, °C
R=0.9321
T=28.78
ES=2.564°C
N=125
(a)
$T_s = A e^{BT_{ML}}$
A=2.406
B=0.1767±0.0061
TEMPERATURE, °C
LAC CLAIR 1976
TML
TS
TS CALCULE
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT
NOV
(b)

Figure A.12.3

A.13 Corrélation puissance entre T_s et T_{ML} pour la saison estivale complète au lac Clair en 1973, 1975 et 1976.

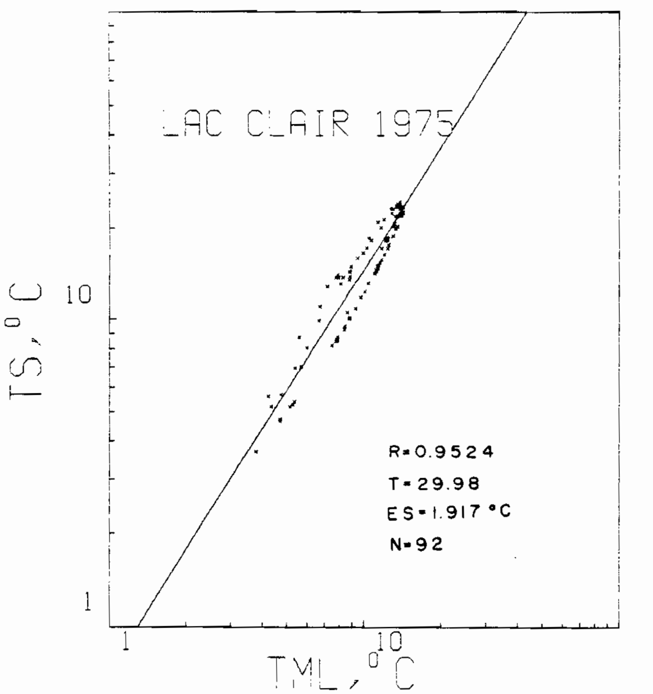


(a)

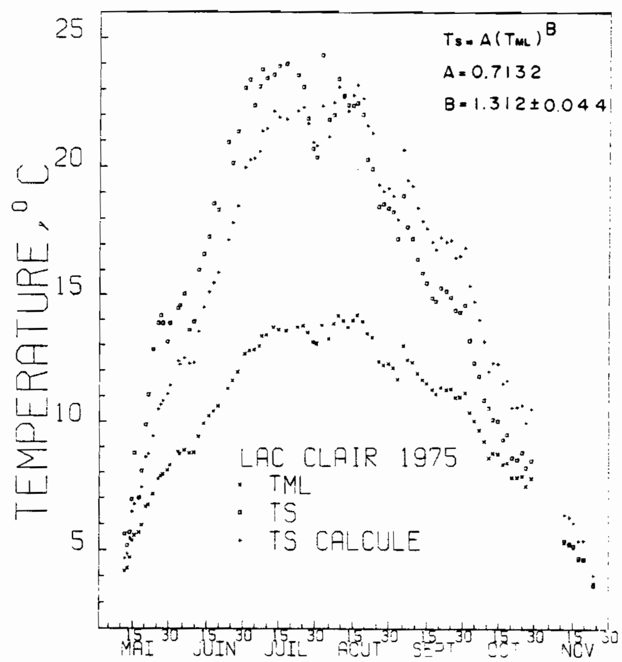


(b)

Figure A.13.1



(a)



(b)

Figure A.13.2

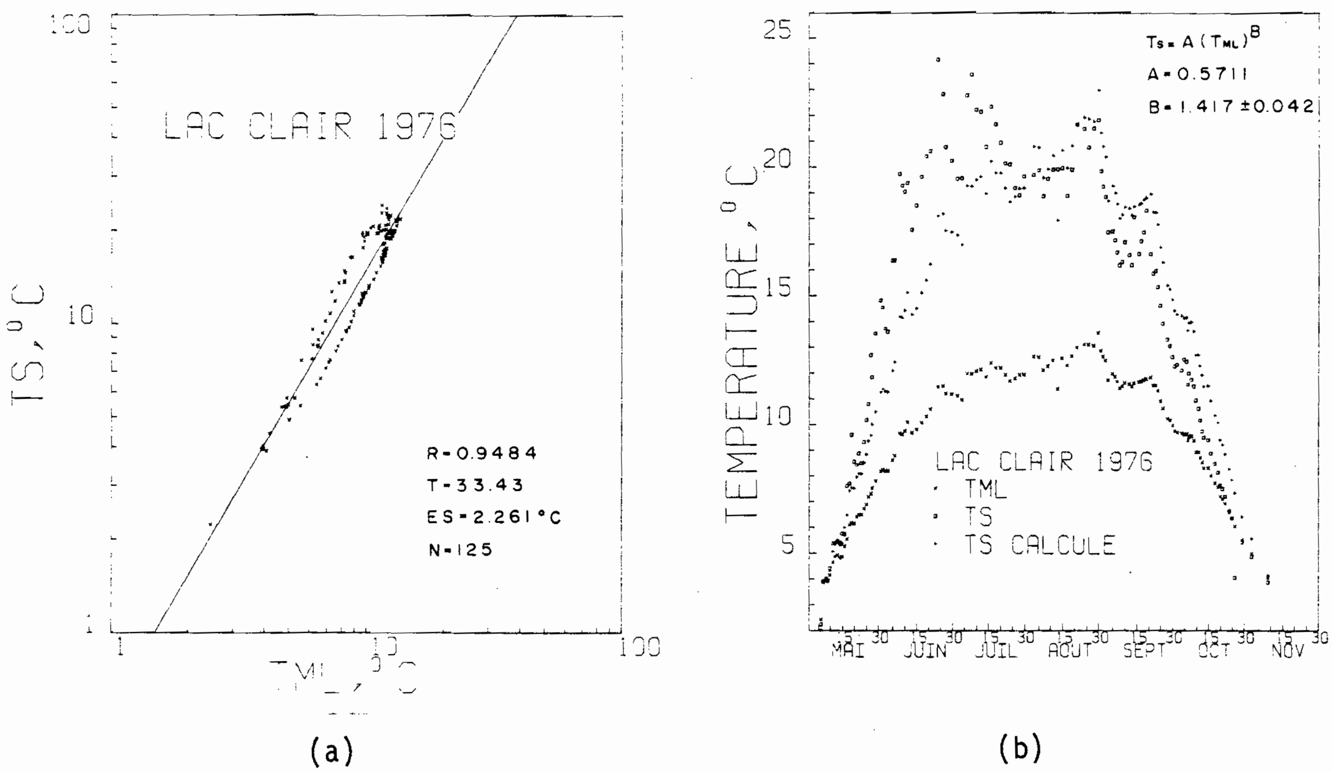
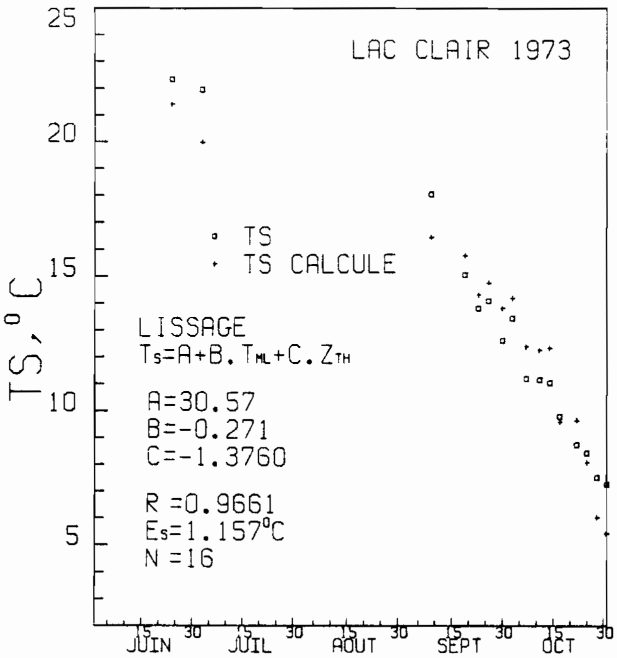
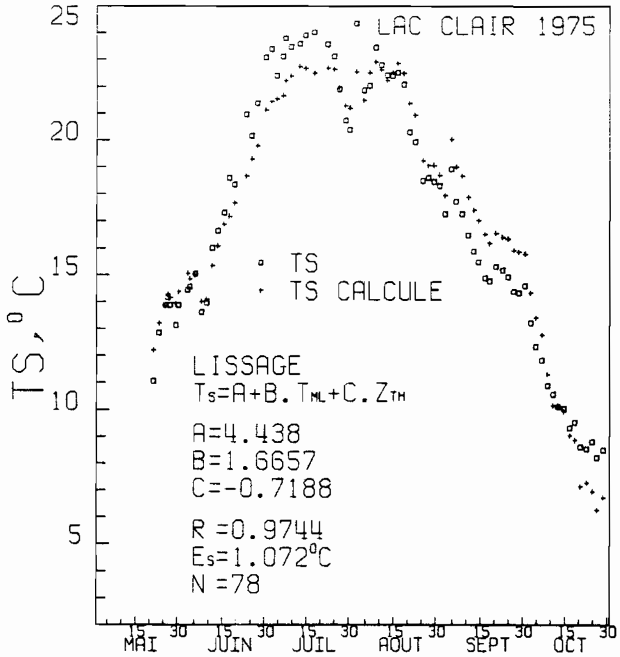

LAC CLAIR 1976
R=0.9484
T=33.43
ES=2.261°C
N=125
TS, °C
TML, °C
(a)
$T_S = A (T_{ML})^B$
A=0.5711
B=1.417±0.042
LAC CLAIR 1976
TML
TS
TS CALCULE
TEMPERATURE, °C
MAI
JUIN
JUIL
AOUT
SEPT
OCT
NOV
(b)

Figure A.13.3

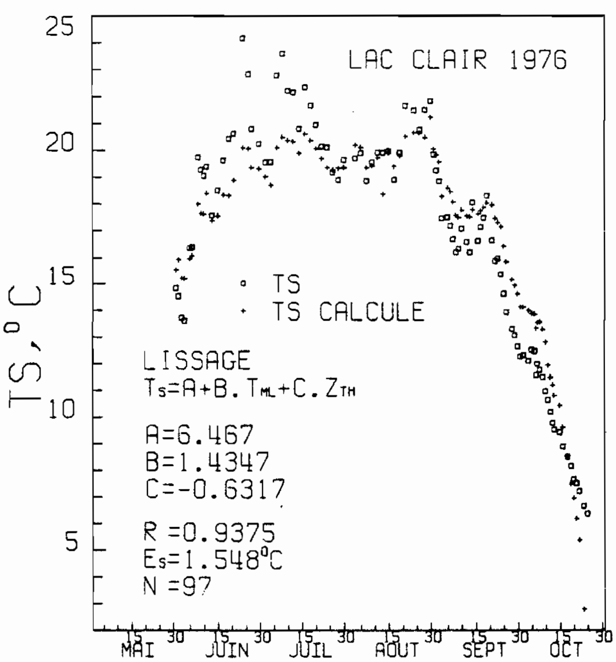
A.14 Corrélation linéaire entre T_S, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Claire en 1973, 1975, 1976 et 1977.



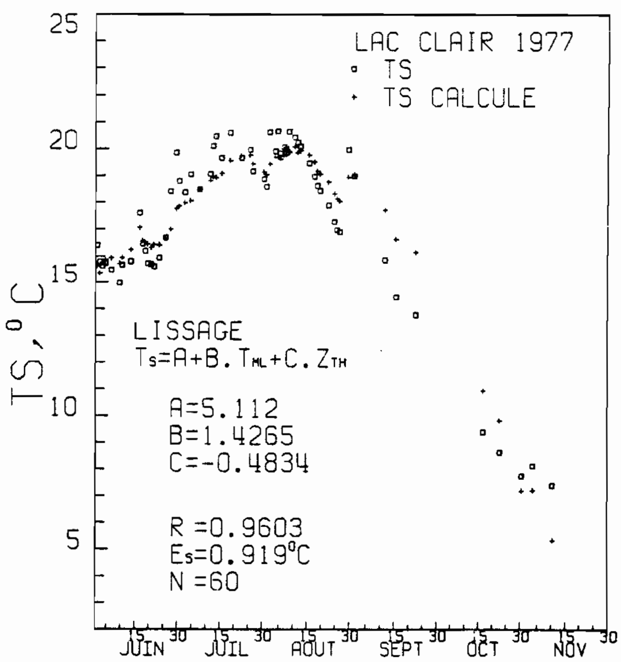
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure A.14

A.15 Corrélation puissance entre T_S, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Clair en 1973, 1975, 1976 et 1977.

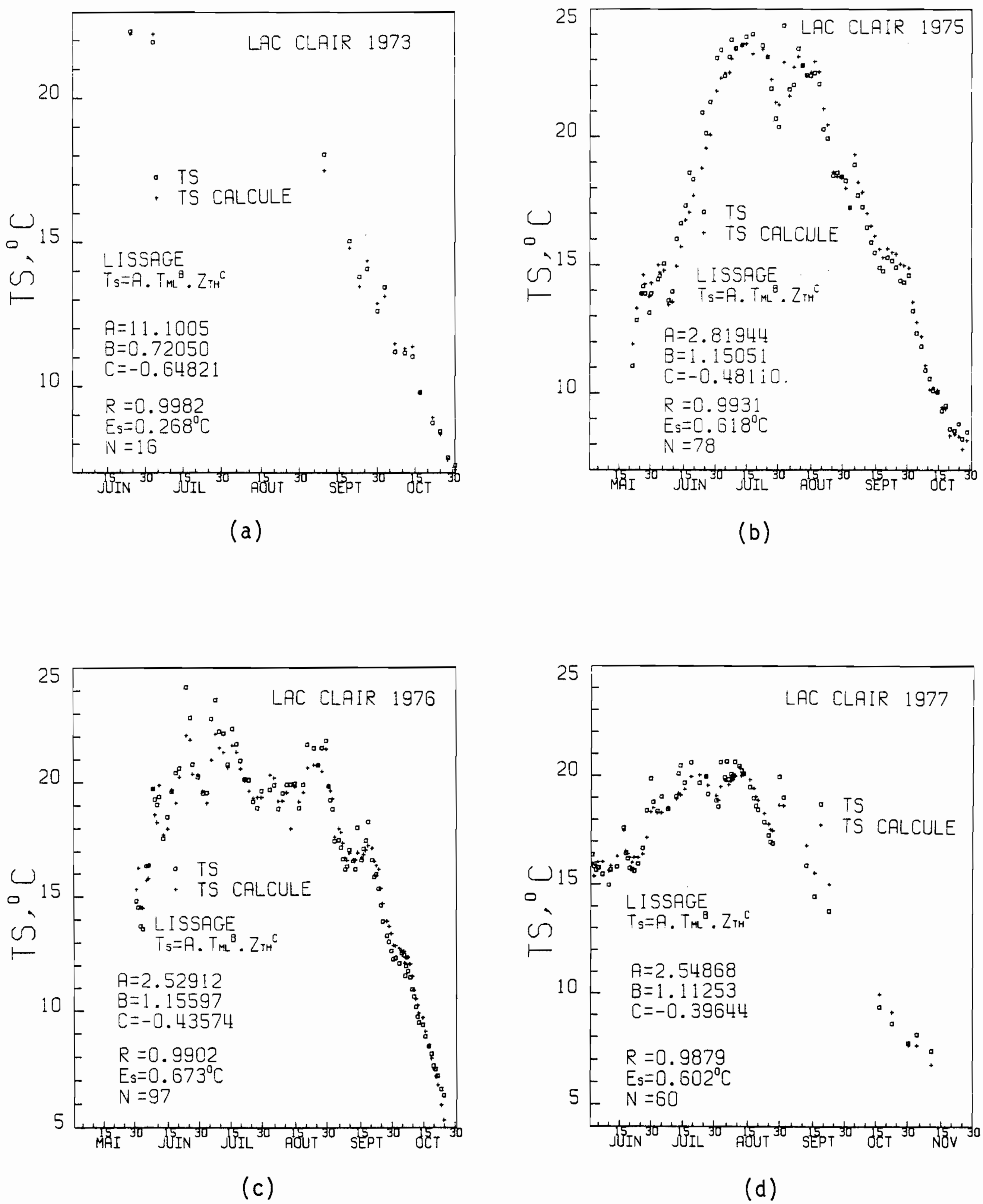
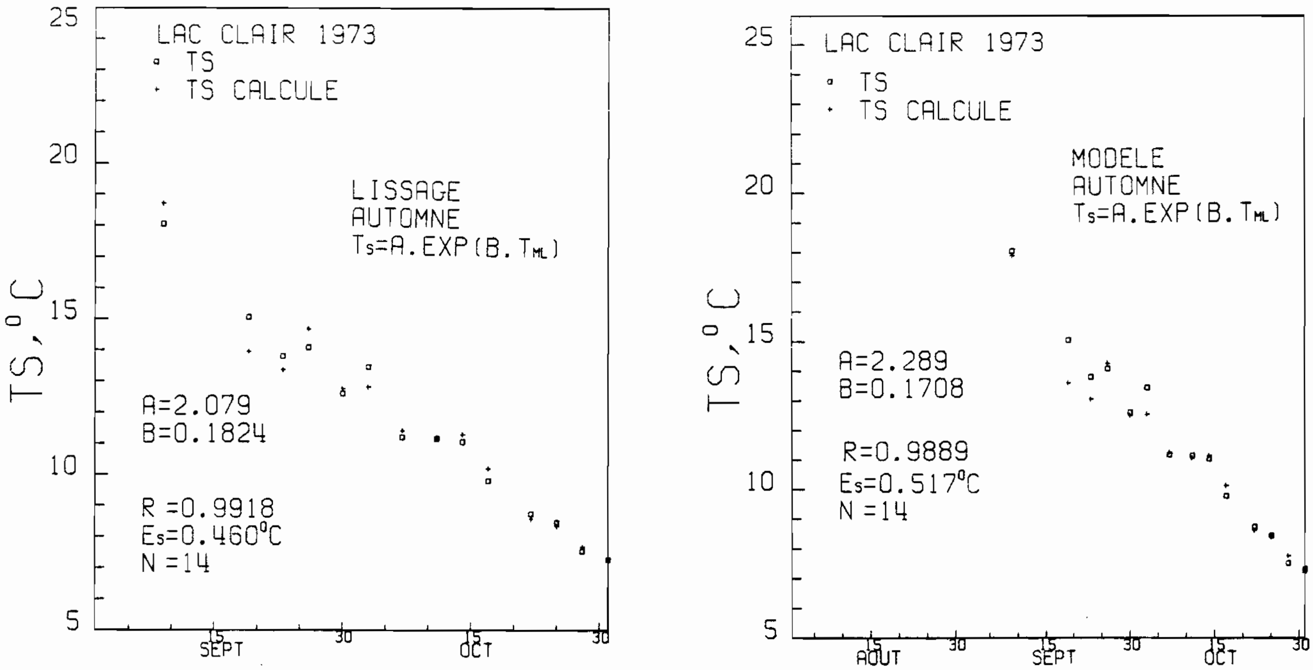


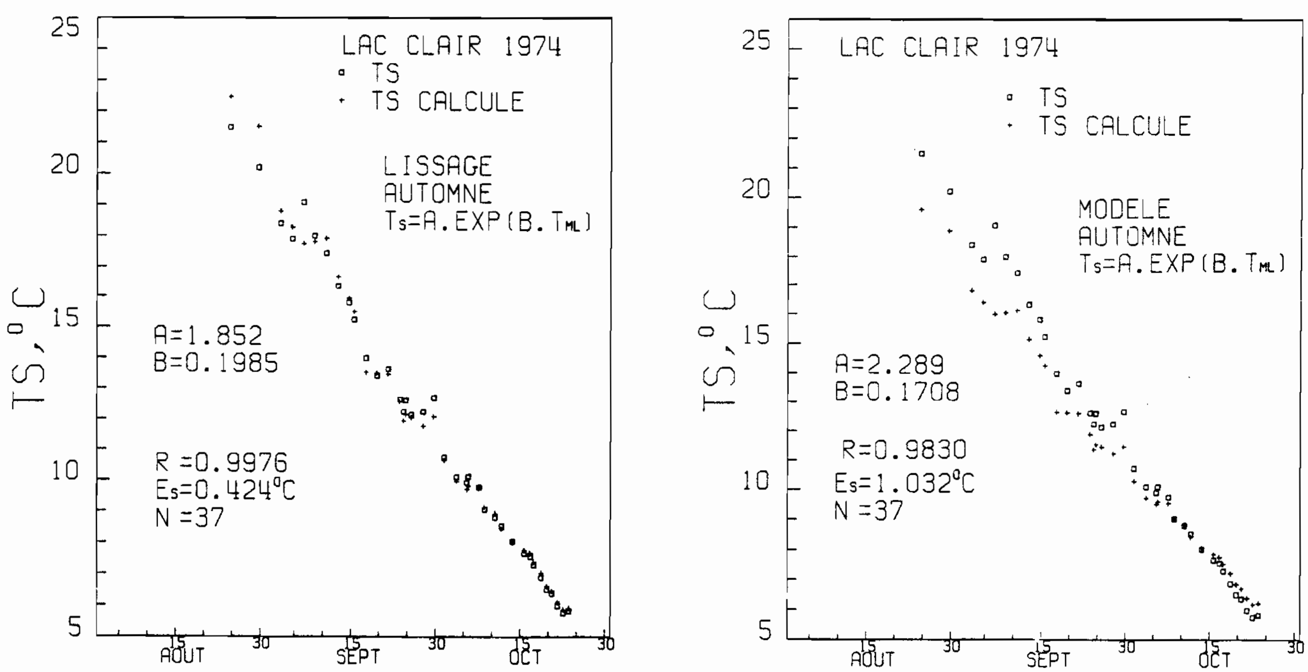
Figure A.15

A.16 Simulations par le lissage annuel et par le modèle exponentiel simple optimal pour les périodes automnales instables 1973 à 1975 et 1977 au lac Clair.



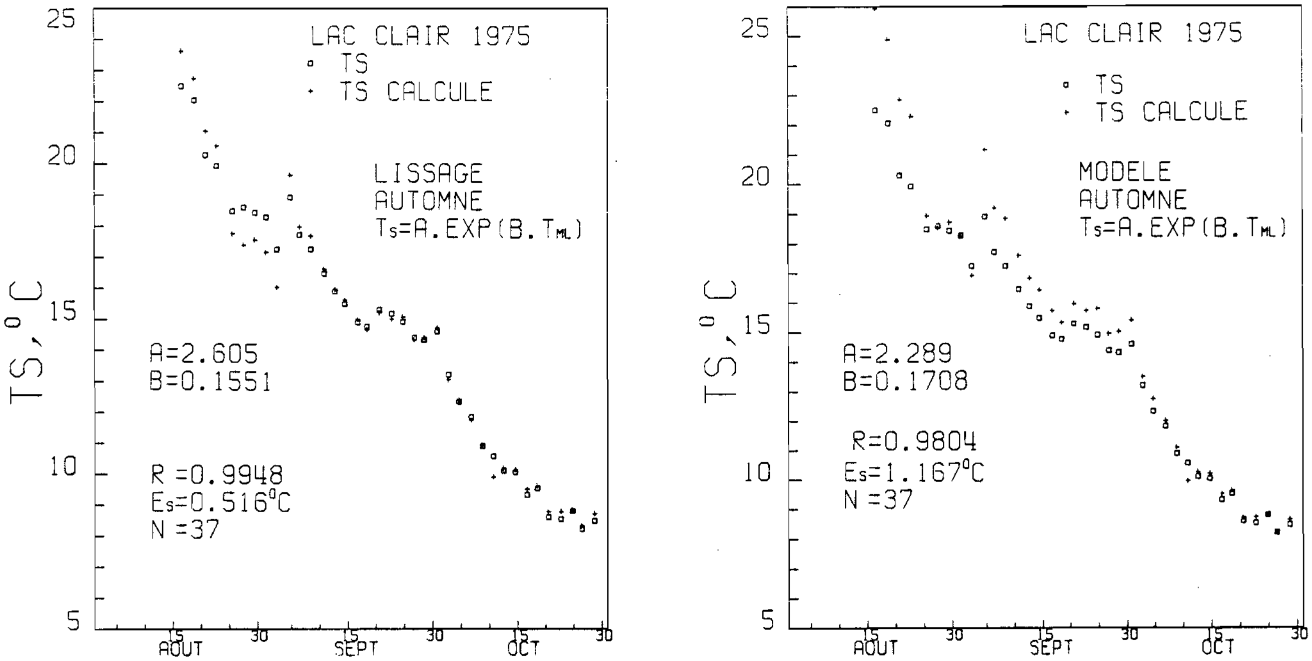
(a) (b)

Figure A.16.1



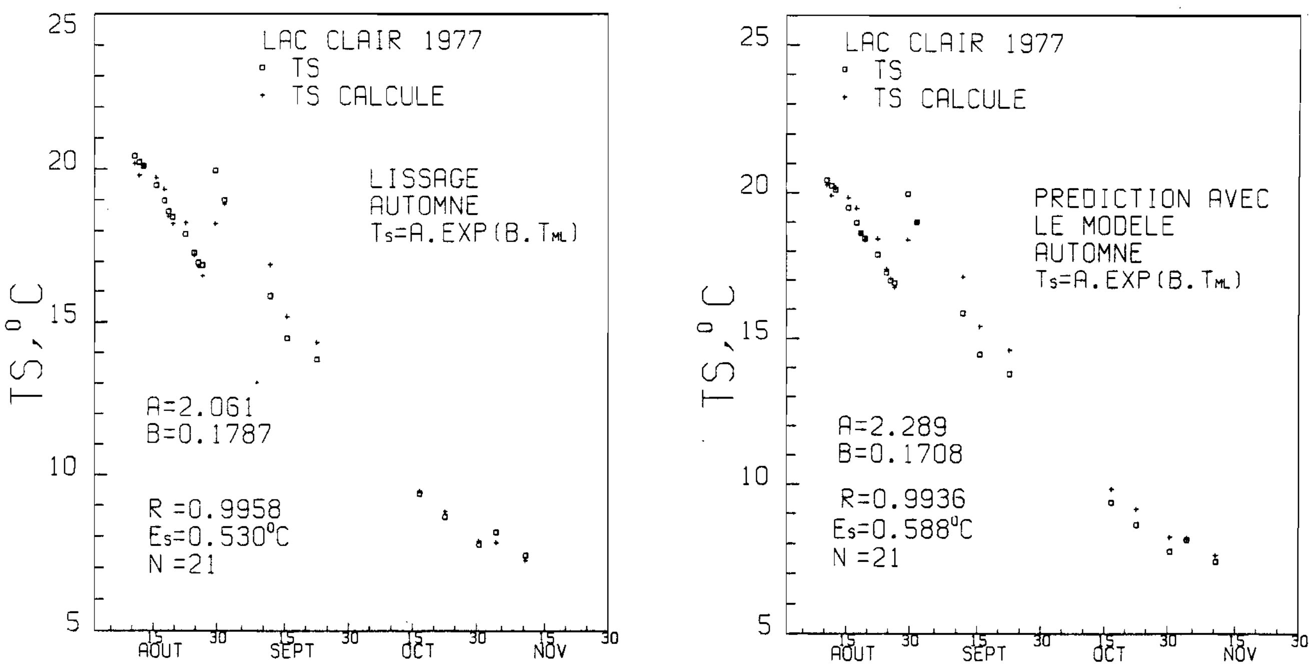
(a) (b)

Figure A.16.2



(a) (b)

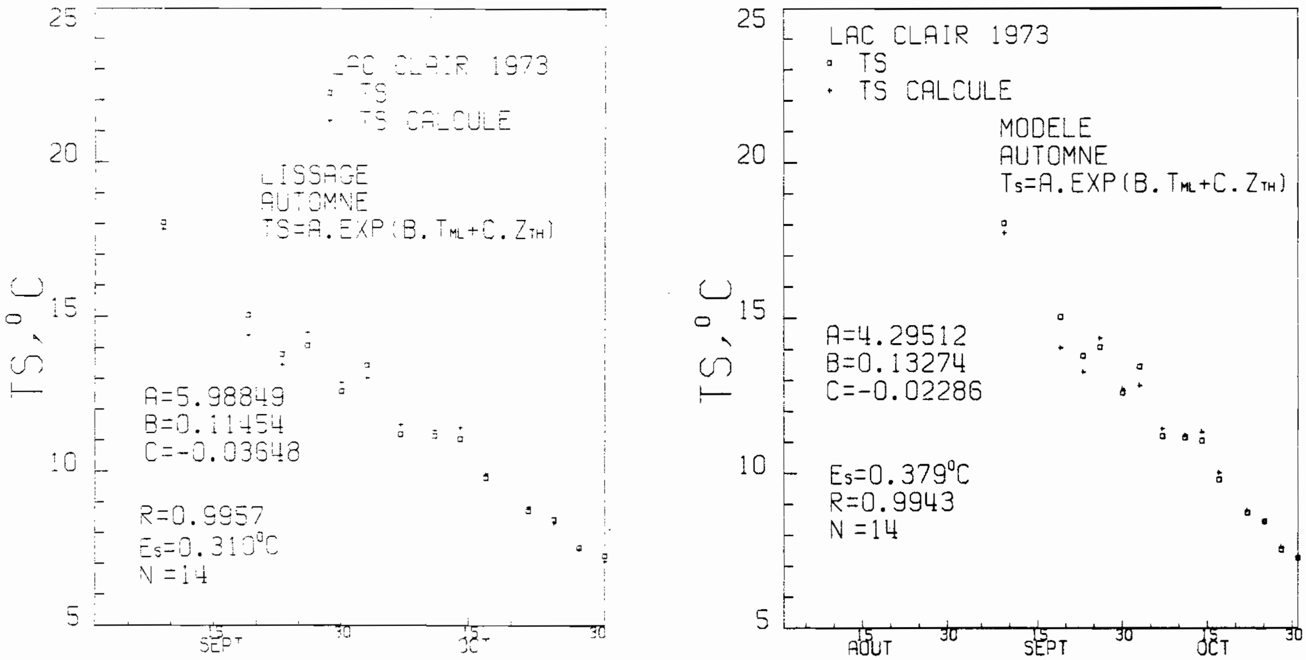
Figure A.16.3



(a) (b)

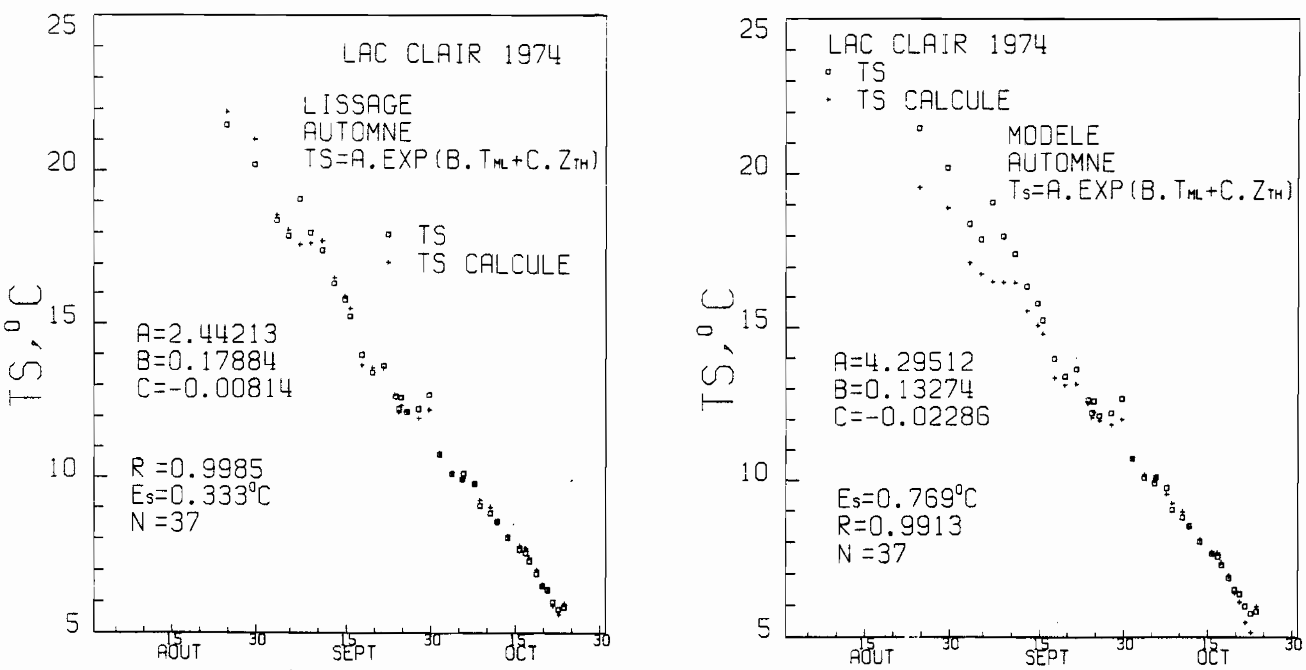
Figure A.16.4

A.17 Simulations par le lissage annuel et par le modèle exponentiel multiple optimal pour les périodes automnales instables 1973 à 1975 et 1977 au lac Clair.



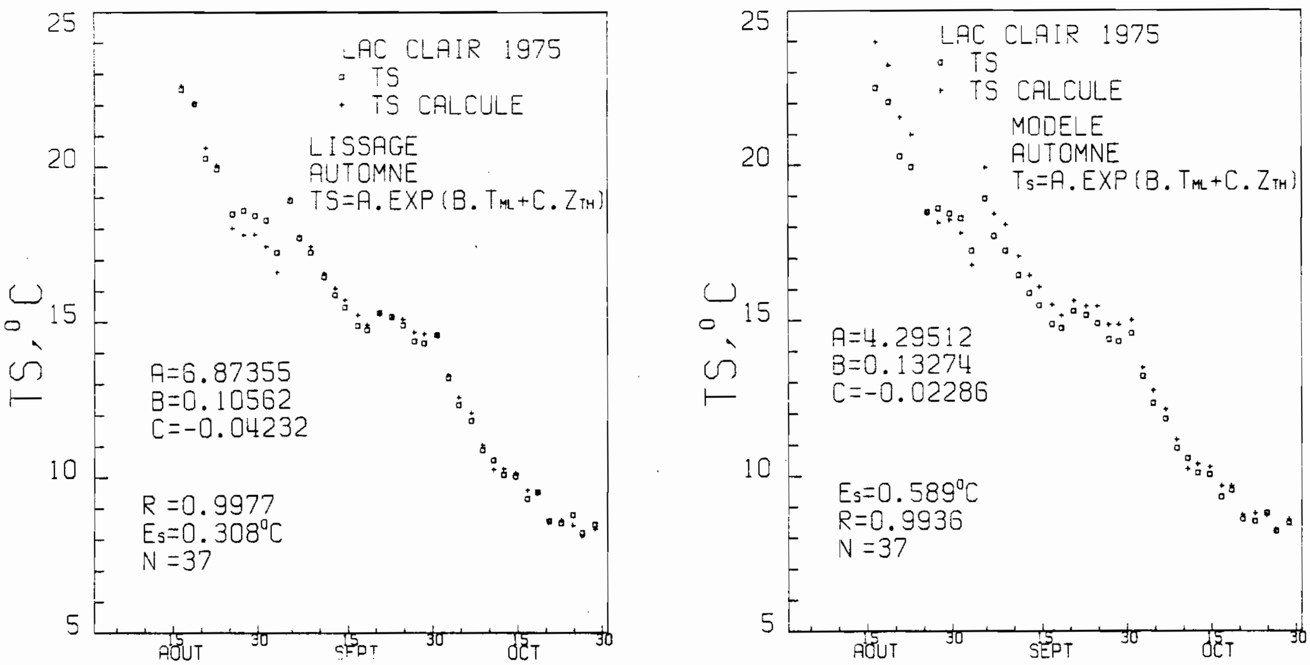
(a) (b)

Figure A.17.1



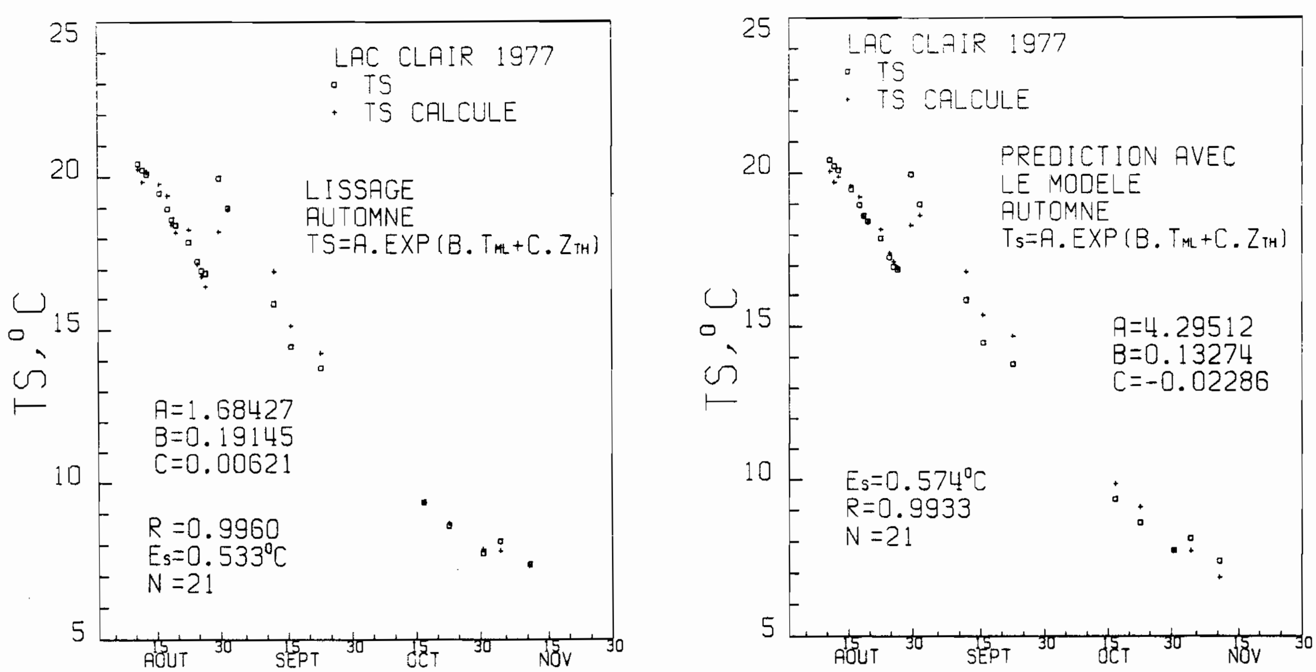
(a) (b)

Figure A.17.2



(a) (b)

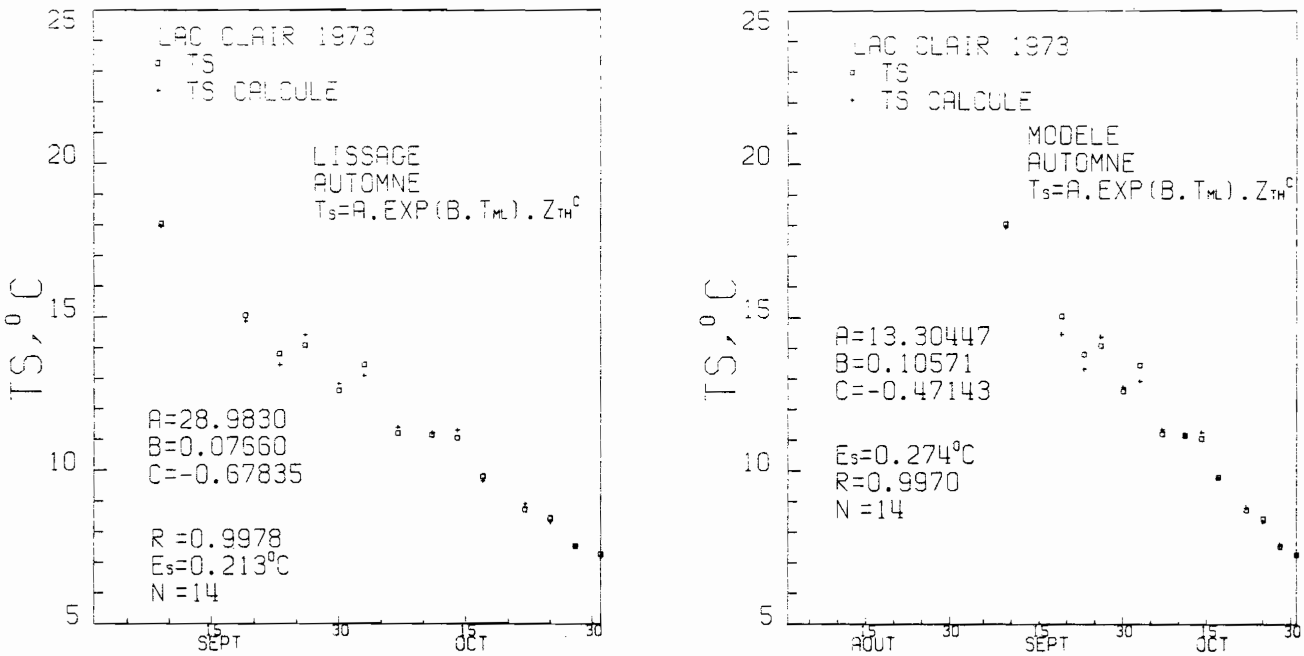
Figure A.17.3



(a) (b)

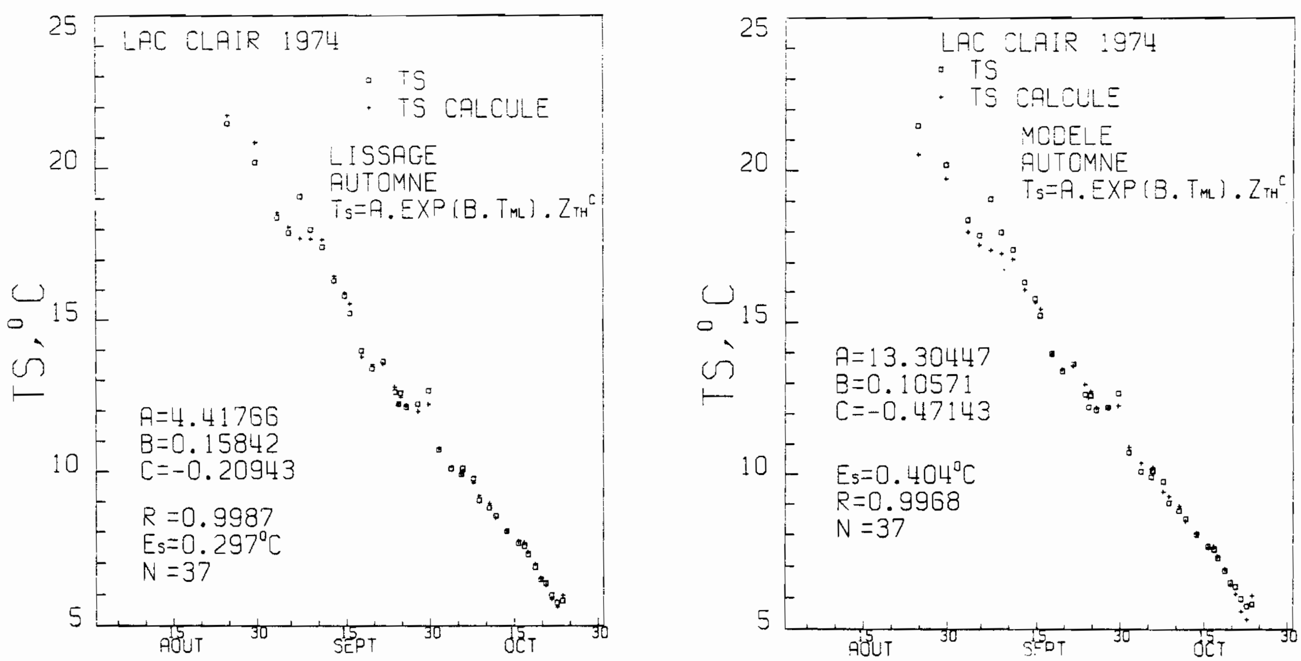
Figure A.17.4

A.18 Simulations par le lissage annuel et par le modèle mixte exponentiel-puissance optimal pour les périodes automnales instables 1973 à 1975 et 1977 au lac Clair.



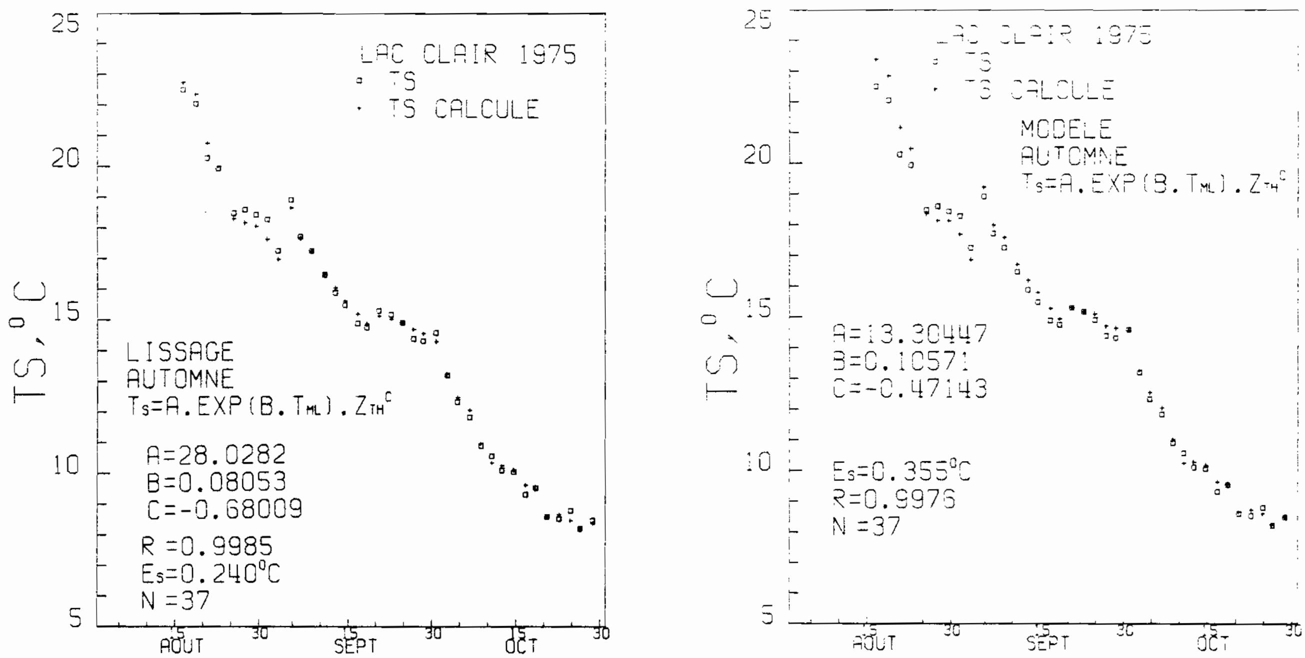
(a) (b)

Figure A.18.1



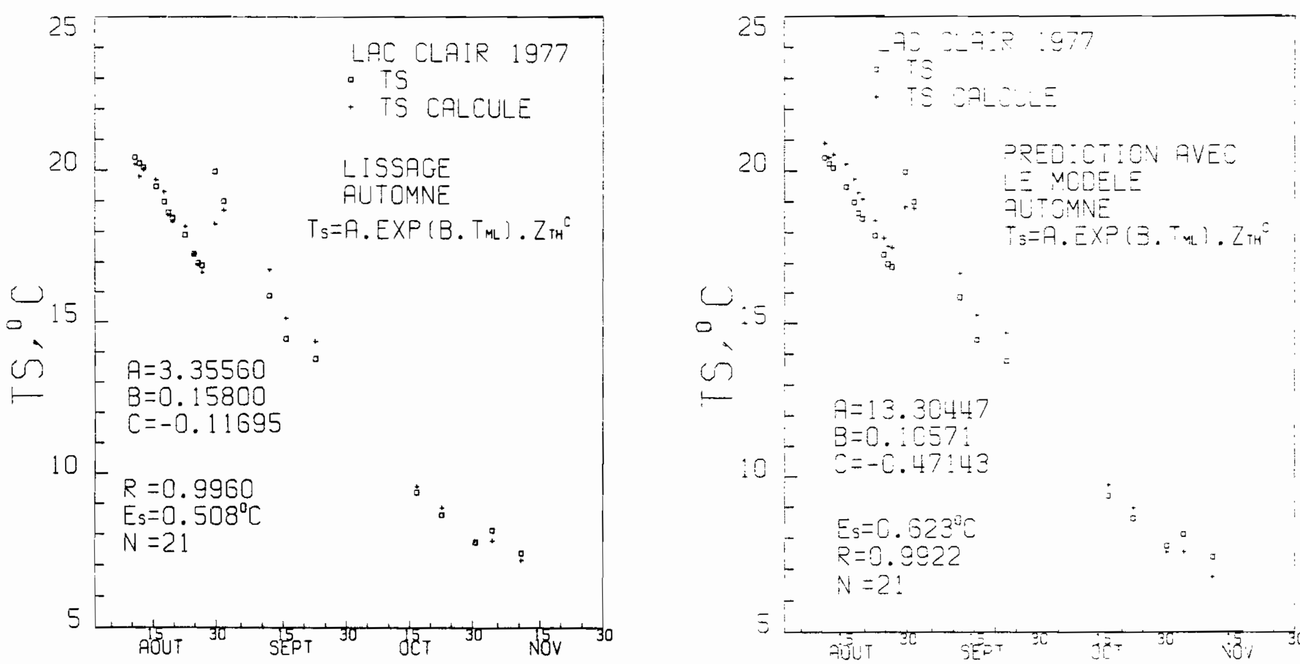
(a) (b)

Figure A.18.2



(a) (b)

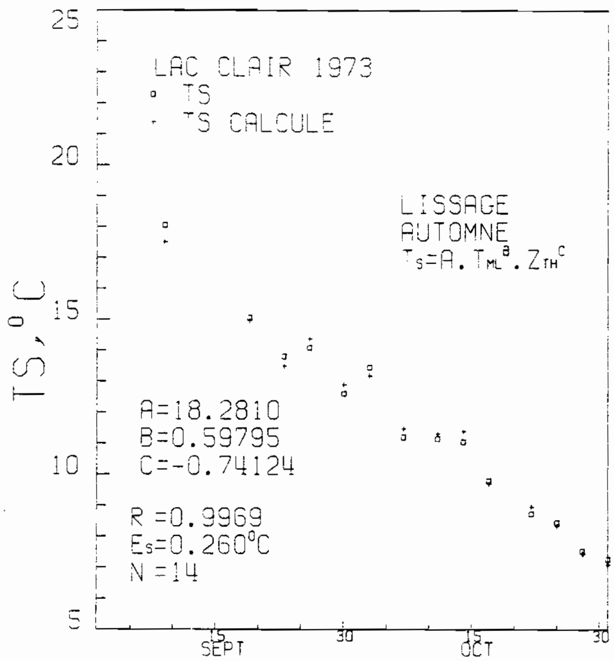
Figure A.18.3



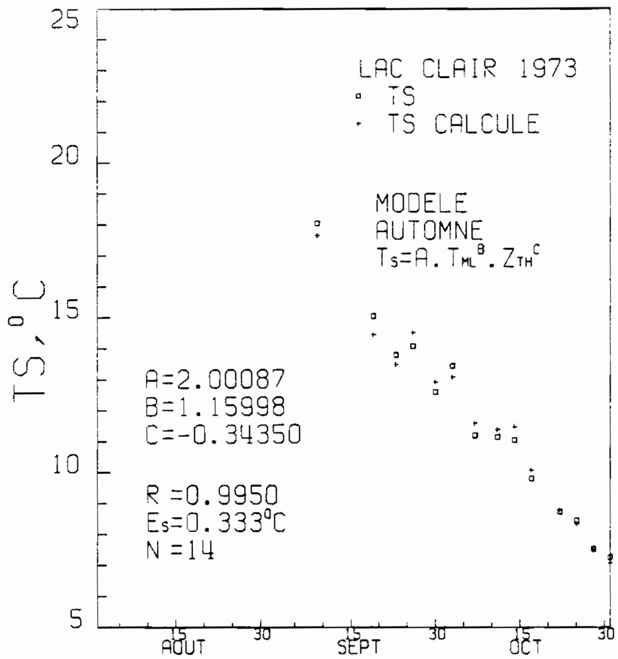
(a) (b)

Figure A.18.4

A.19 Simulations par le lissage annuel et par le modèle puissance optimal pour les périodes automnales instables 1973 à 1975 et 1977 au lac Clair.

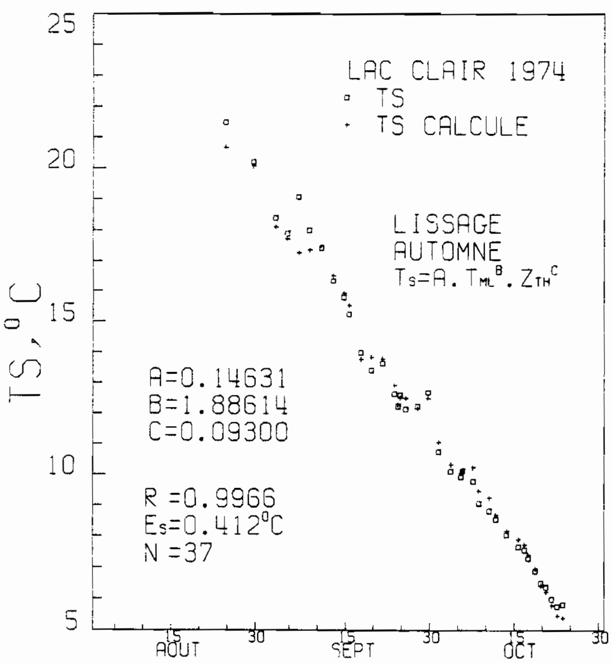


(a)

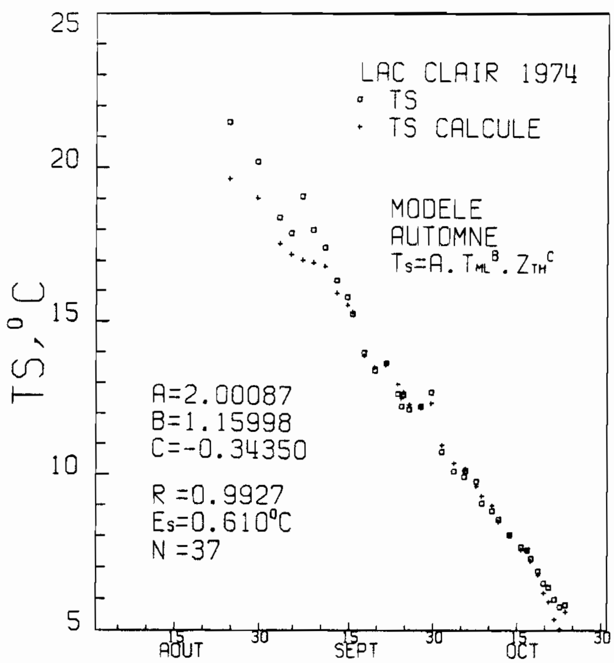


(b)

Figure A.19.1



(a)



(b)

Figure A.19.2

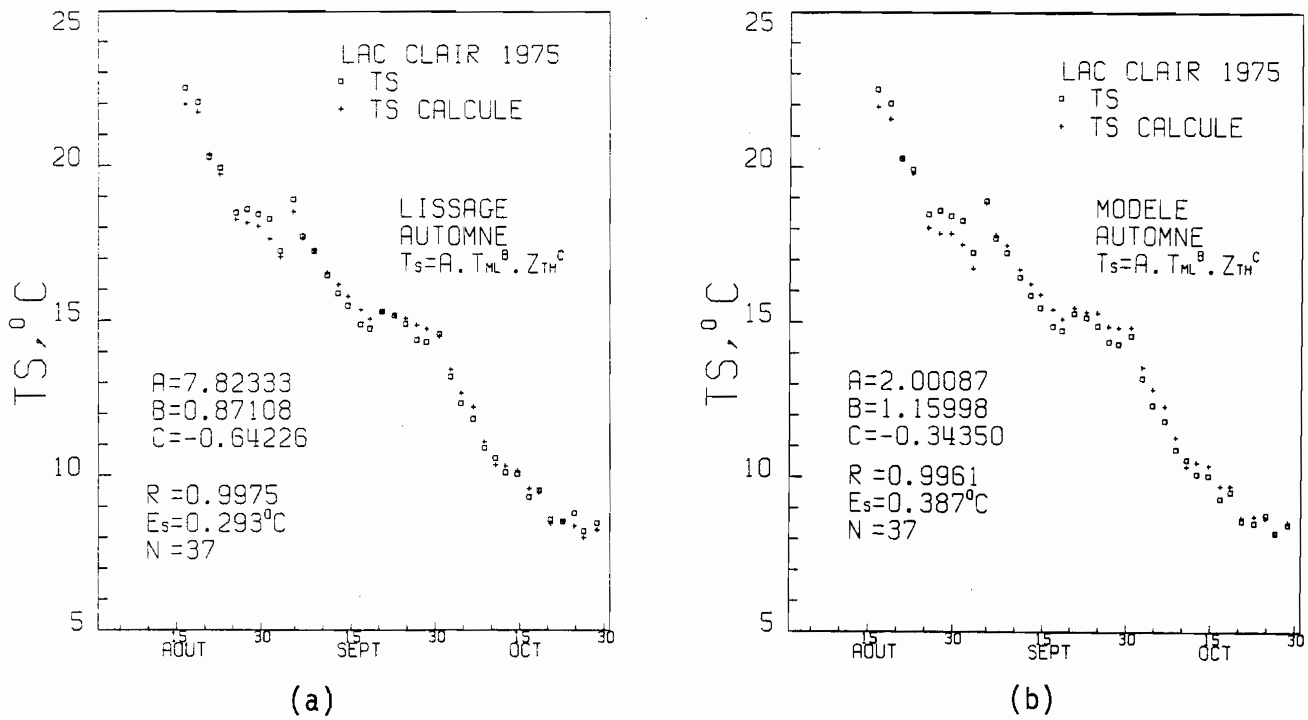


Figure A.19.3

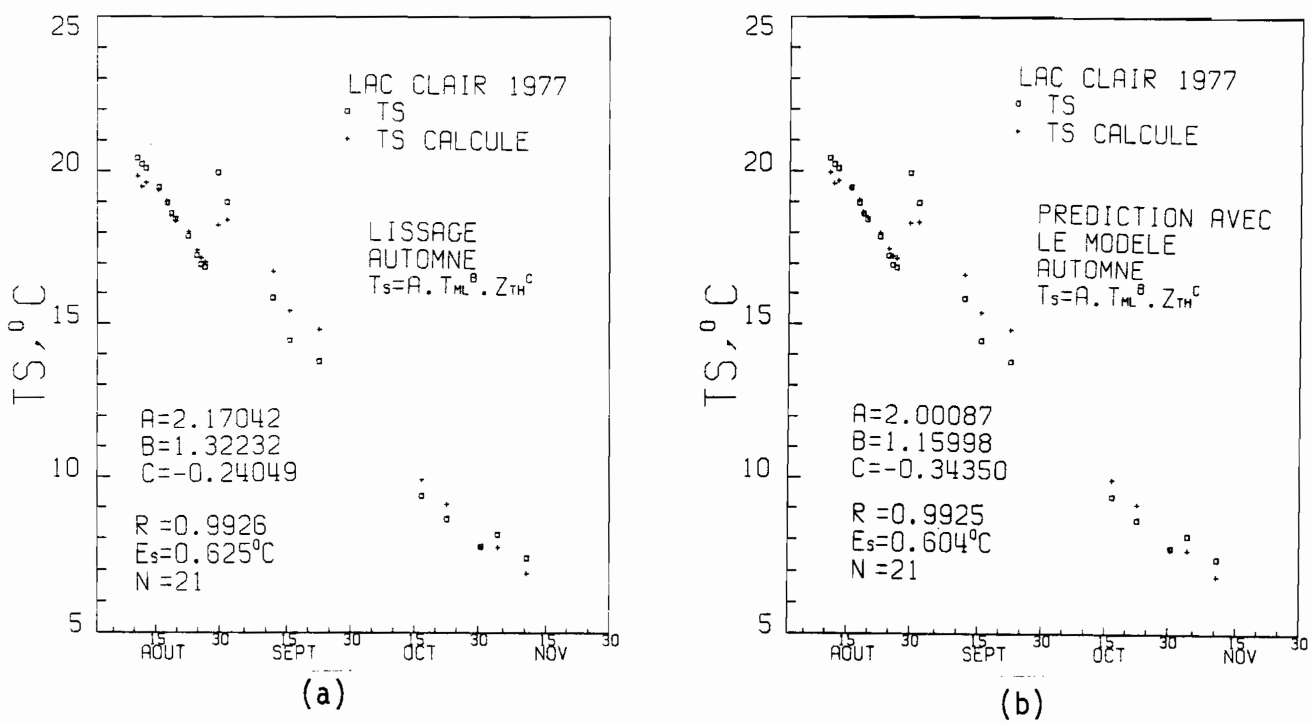


Figure A.19.4

APPENDICE B

La théorie des régressions multiples

La régression linéaire simple, où il n'y a qu'une variable indépendante, peut être généralisée à une régression linéaire multiple pour laquelle le nombre de variables indépendantes peut être aussi grand que nécessaire, tel que :

$$Y' = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + \ldots\ldots + B_kX_k \qquad \text{(B.1)}$$

où Y' est l'estimé de Y, B_0 est l'ordonnée à l'origine et les B_i suivants sont les paramètres de la régression.

Les paramètres B_0 et B_i sont choisis de façon à minimiser la somme des carrés des résidus, $\sum(Y-Y')^2$. Ainsi, minimiser par les moindres carrés implique que la corrélation entre les valeurs réelles Y et les valeurs estimées Y' est optimisée alors que la corrélation entre les variables indépendantes (X_1, X_2.......X_k) et les résidus (Y-Y') est réduite à zéro. En appliquant ce principe, on obtient un ensemble d'équations qui nous permet d'obtenir les valeurs des paramètres.

On peut subdiviser la somme des carrés en Y en deux composantes indépendantes, l'une qui s'explique par la régression et l'autre "inexpliquée". Ainsi

$$SS_y = SS_{rég} + SS_{rés} \qquad \text{(B.2)}$$

$$\sum(Y-\bar{Y})^2 = \sum(Y'-\bar{Y})^2 + \sum(Y-Y')^2 \qquad \text{(B.3)}$$

Le rapport de la variance de Y qui est expliquée par la régression et de la variance totale donne le carré du coefficient de corrélation multiple, R :

$$R^2 = SS_{rég} \;/\; SS_y \qquad \text{(B.4)}$$

On remarque, que le coefficient R n'est pas directement fonction du nombre d'événements n et, afin de relier la corrélation à la statistique, on définit le test statistique T qui tient compte à la fois de la taille de l'échantillonnage n, du degré de liberté ou du nombre de variables indépendantes k et du coefficient de corrélation, R, tel que

$$T = \frac{SS_{rég} \;/\; k}{SS_{rés} \;/\; (n-k-1)} = \frac{R^2 \;/\; k}{(1-R^2) \;/\; (n-k-1)} \qquad \text{(B.5)}$$

L'erreur-type de B_i est simplement

$$S_{Bi} = \sqrt{\frac{SS_{rés} \;/\; (n-k-1)}{SS_{Xi}}} \qquad \text{(B.6)}$$

où par exemple

$$SS_{X1} = \sum (X_{1j} - \overline{X}_1)^2 \qquad \text{(B.7)}$$

Pour une distribution normale, l'intervalle de confiance à 95% pour chacun des coefficients est : $B_i \pm 1.99\ (S_{Bi})$.

Une dernière variable fondamentale dans l'étude des corrélations est l'erreur standard qu'on définit comme la valeur moyenne des erreurs inexpliquées par la corrélation. Ainsi :

$$E_{ss} = \sqrt{\frac{\sum (Y-Y')^2}{n}} \qquad \text{(B.8)}$$

Cependant, pour les fonctions exponentielles (semi-log) et les fonctions puissances (log-log), il peut être utile de définir une erreur standard à partir des valeurs réelles de la variable dépendante obtenues de $Y=\ell n\ (y)$ et $Y'=\ell n\ (y')$. Ainsi :

$$E_s = \sqrt{\frac{\sum (y-y')^2}{n}} \qquad (B.9)$$

Pour le cas où $y=Y$ et $y'=Y'$, on a nécessairement que $E_{ss}=E_s$.

APPENDICE C

L'étude du lac Emmuraillé

C.1 L'étude bathymétrique et morphométrique

Le lac Emmuraillé est un lac de montagne situé à environ 2 km du lac Clair dans la direction NE. Plus précisément, il se trouve à la longitude $71^{o}04'$ W et à la latitude de $48^{o}38'$ N, et son élévation au-dessus du niveau de la mer est de 210 mètres.

Les sondages bathymétriques pour ce lac ont été réalisés à l'été 1978 et ces données ont permis de tracer la carte bathymétrique (voir figure C.1) pour laquelle les isobathes sont espacés à tous les deux mètres. Par la suite, la digitalisation des isobathes a permis de calculer les principaux paramètres morphométriques de ce lac (tableau C.1) et d'obtenir la relation hypsométrique illustrée à la figure C.2.

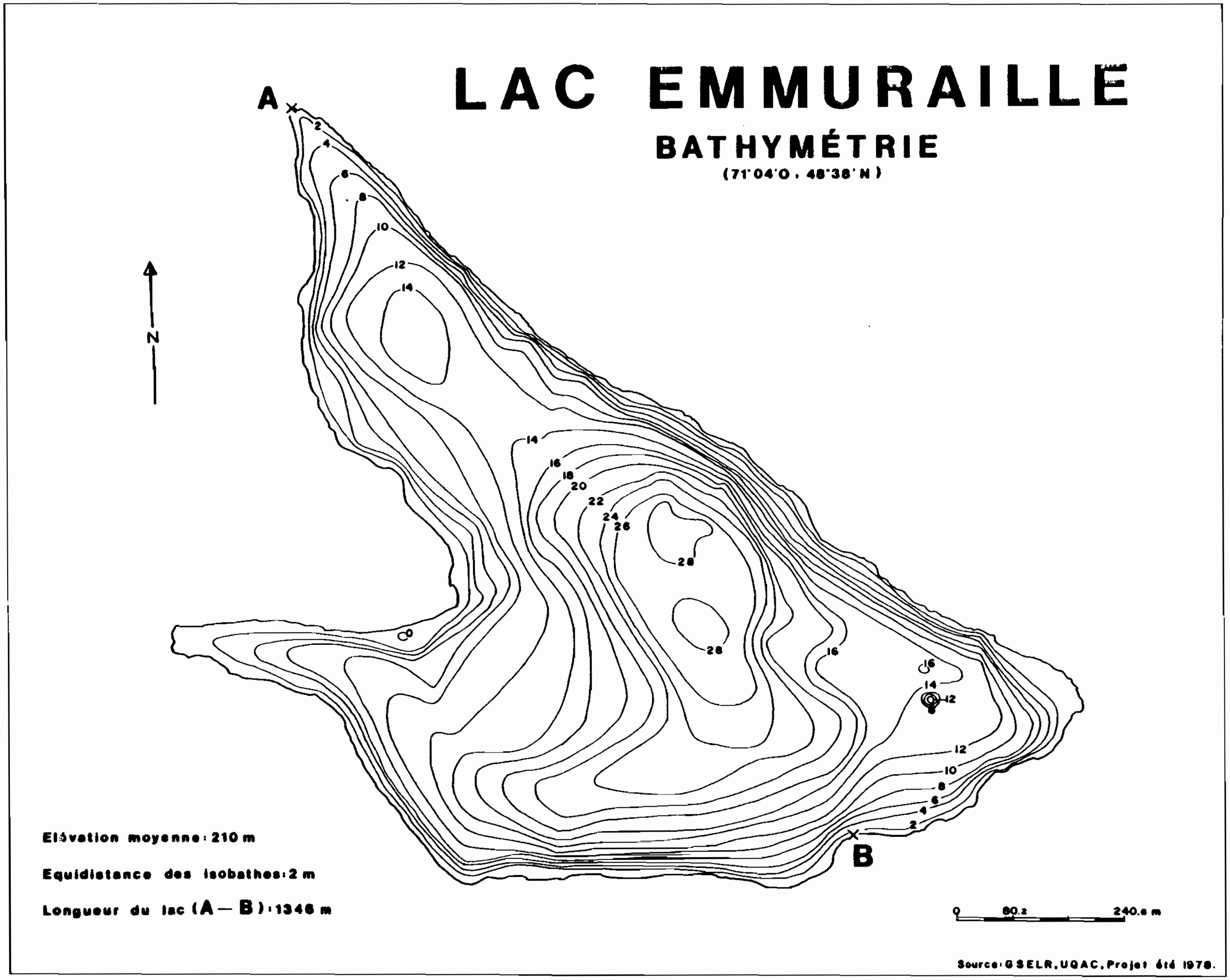


Figure C.1 La carte bathymétrique du lac Emmuraillé.

TABLEAU C.1 QUELQUES PARAMETRES MORPHOMETRIQUES DU LAC EMMURAILLE

ℓ ,M	1346
$\bar{b}$,M	478
A_0 ,KM^2	0.64321
V ,KM^3	0.0084464
D_m ,M	905
$\bar{Z}$,M	13.13
Z_m ,M	29.90

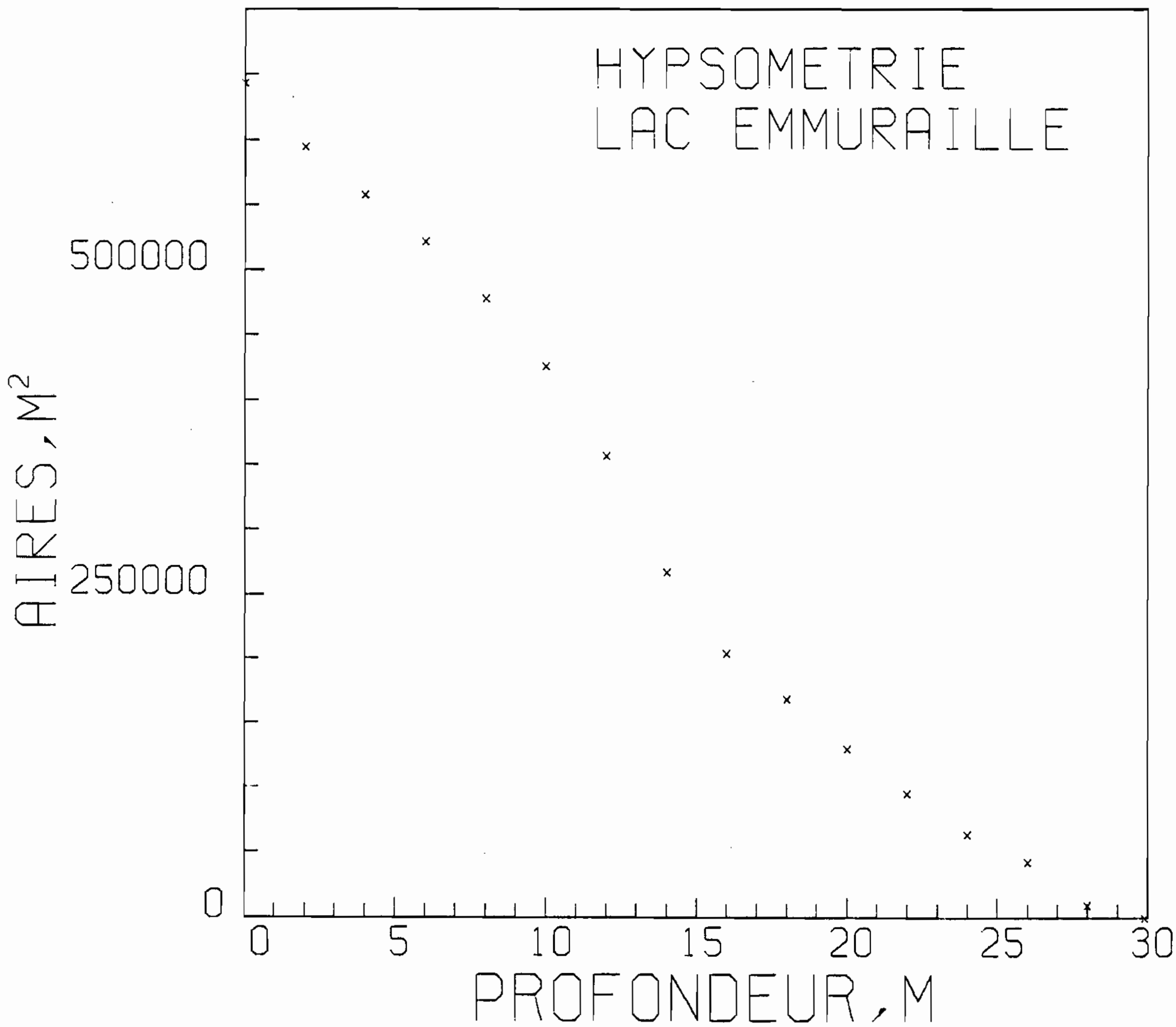


Figure C.2 La relation hypsométrique au lac Emmuraillé (Sondages été 1978, GSELR).

C.2 L'étude évolutive de la thermique du lac Emmuraillé

Les profils thermiques ont été mesurés pendant les trois cycles estivaux de 1975, 1977 et 1978 à deux ou à trois stations selon les années. Le tableau C.2, construit d'une façon similaire au tableau 1.3, donne les dates limitant les deux principales périodes thermiques : la période estivale stable et la période automnale instable.

Pour chacune de ces périodes, nous étudions la thermique du lac Emmuraillé en utilisant les mêmes modèles de prédiction proposés pour le lac Clair au chapitre 4 et au chapitre 5 respectivement.

TABLEAU C.2 LES PERIODES AVEC THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE
DATES SELON LES EXPEDITIONS REALISEES.

ANNEE	PERIODE THERMOCLINE STABLE		PERIODE AUTOMNALE INSTABLE	
1975	DU	05-06-75	DU	16-08-75
	AU	12-10-75	AU	12-10-75
1977	DU	02-06-77	DU	10-08-77
	AU	10-11-77	AU	10-11-77
1978	DU	02-06-78	DU	17-08-78
	AU	19-09-78	AU	19-09-78

C.3 La période avec thermocline stable au lac Emmuraillé

Pour cette période thermique, qui s'étend du moment de l'installation définitive de la thermocline au printemps jusqu'à sa disparition en automne, les figures et les tableaux de cette section découlent de l'étude corrélative entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} (méthode MTSL) par les équations (4.5) et (4.6) des modèles linéaire et puissance. Dans chacun des cas, l'équation est inversée de façon à rendre Z_{TH} variable dépendante, ce qui permet de visualiser l'évolution de la thermocline en même temps que la prédiction possible avec le modèle suggéré.

Les figures C.3 à C.8 montrent le résultat du lissage par ces deux modèles pour les trois années étudiées, tandis que les tableaux C.3 et C.4 résument les résultats numériques des corrélations par les modèles linéaire et puissance. Finalement, on procède à l'optimisation du meilleur de ces deux modèles, soit le modèle puissance, par la méthode décrite au chapitre 4. Les résultats de ces calculs apparaissent au tableau C.5.

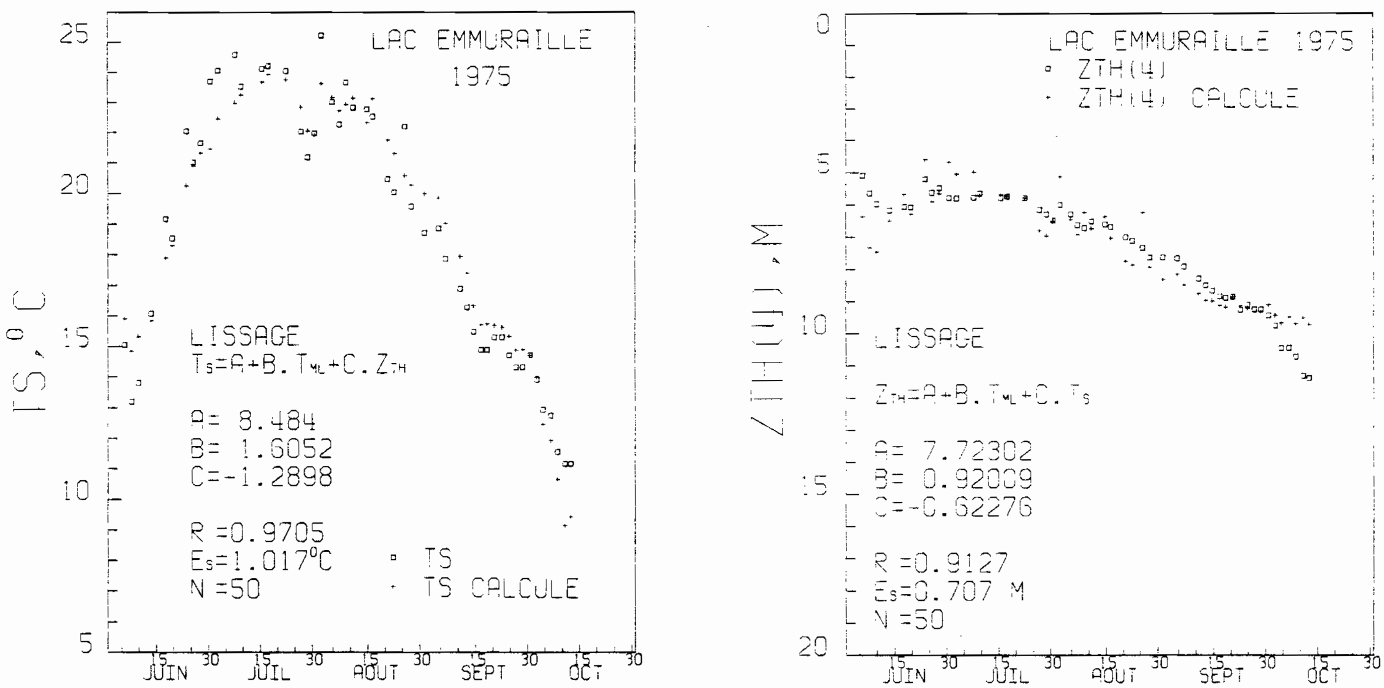


Figure C.3 Corrélations linéaires entre les variables T_S, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1975.

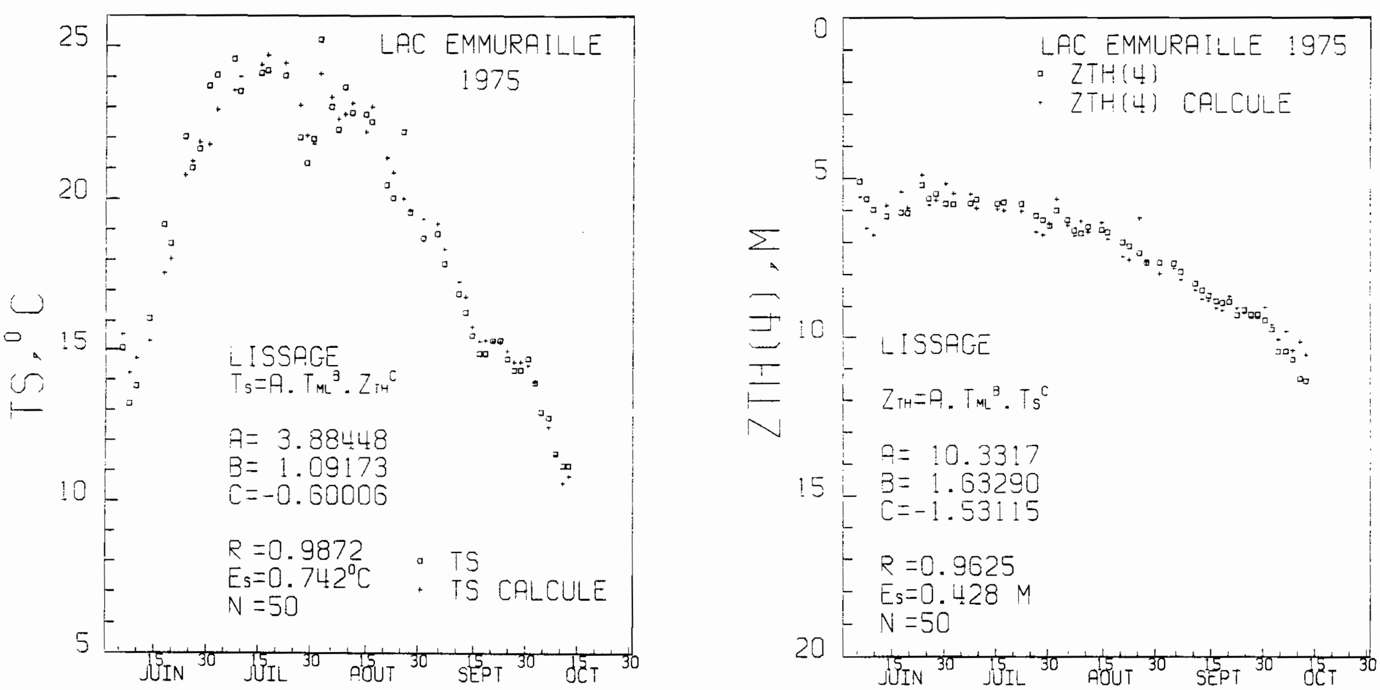


Figure C.4 Corrélations puissances entre les variables T_S, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1975.

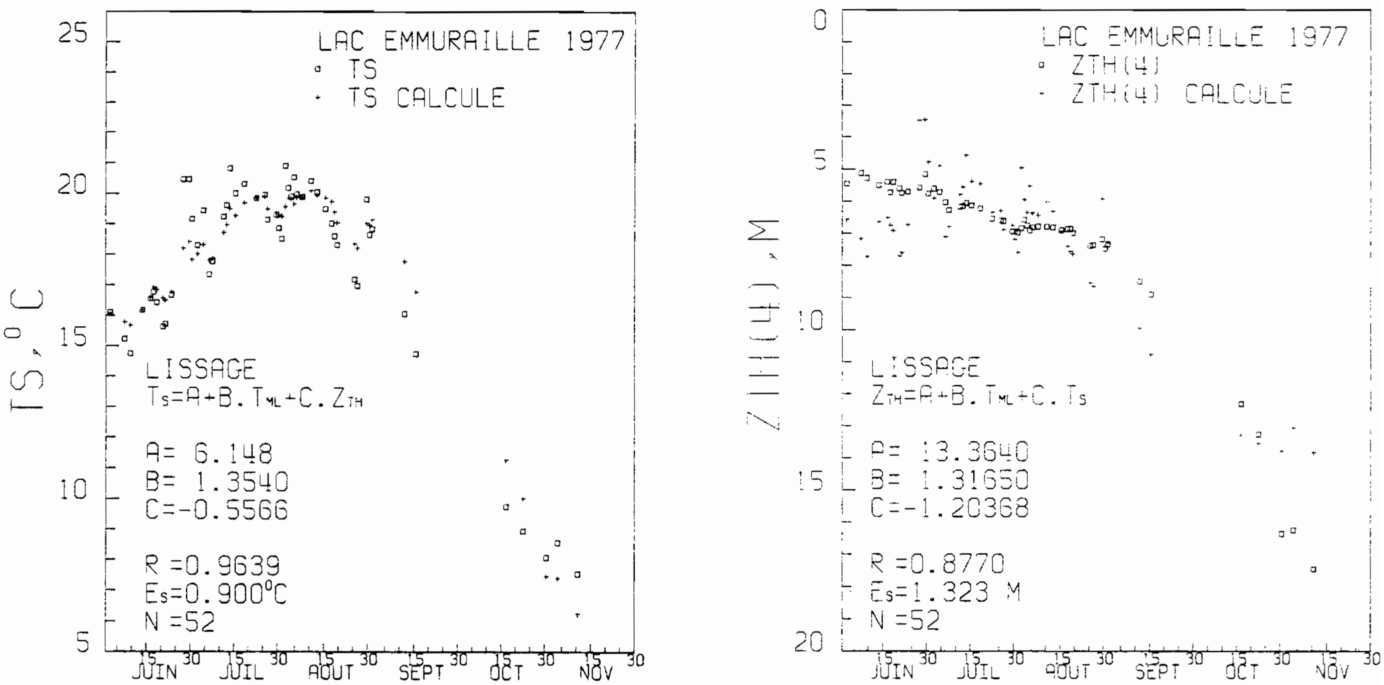


Figure C.5 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1977.

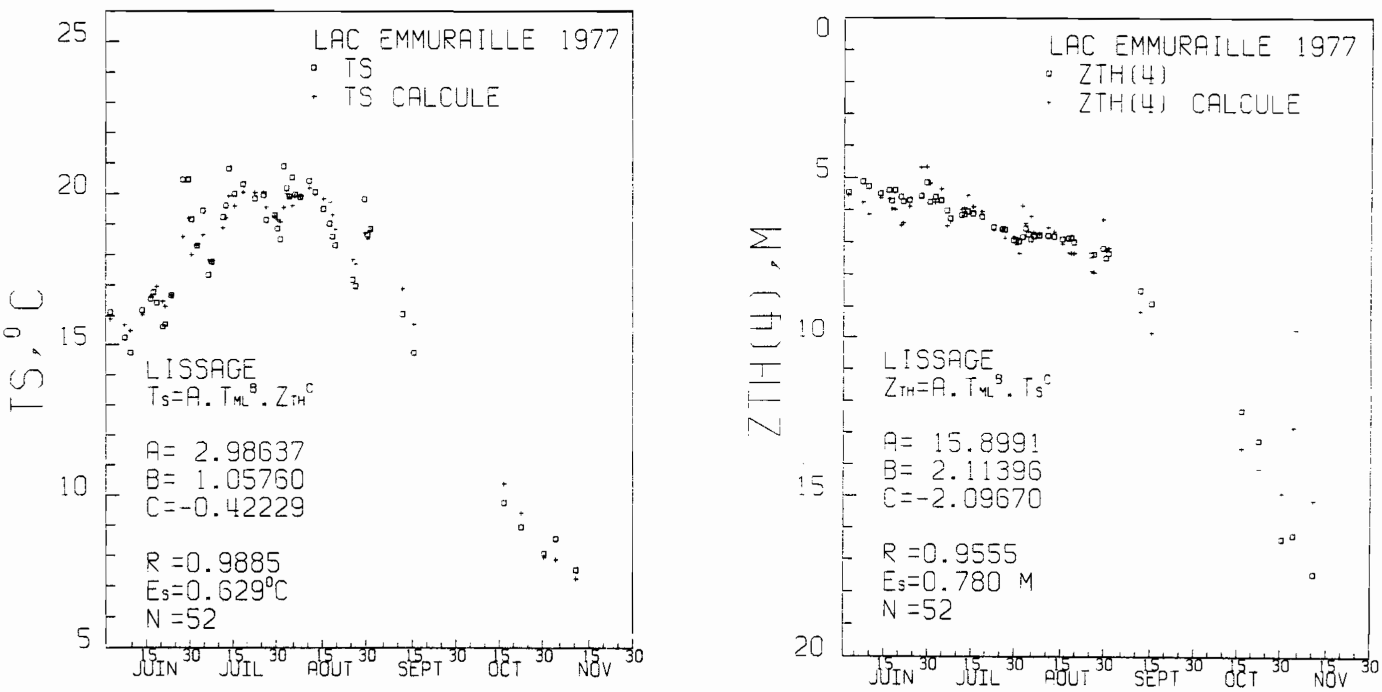


Figure C.6 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1977.

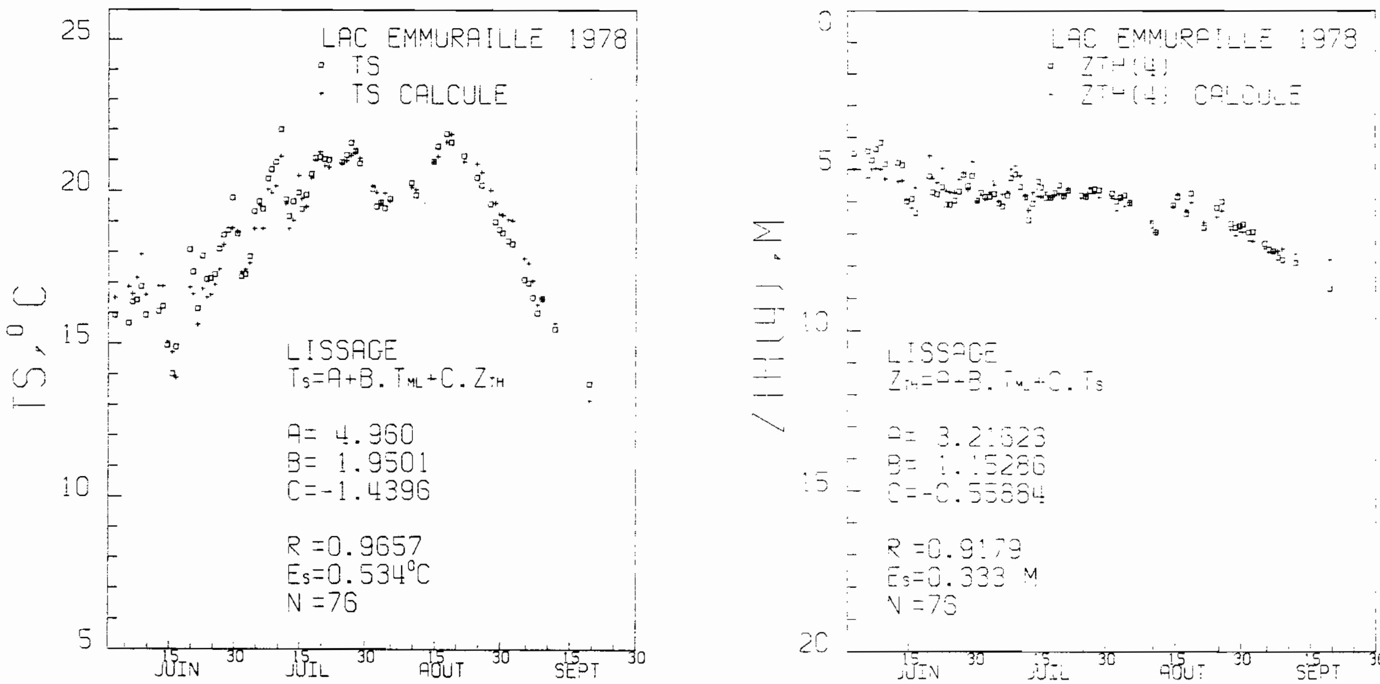


Figure C.7 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1978.

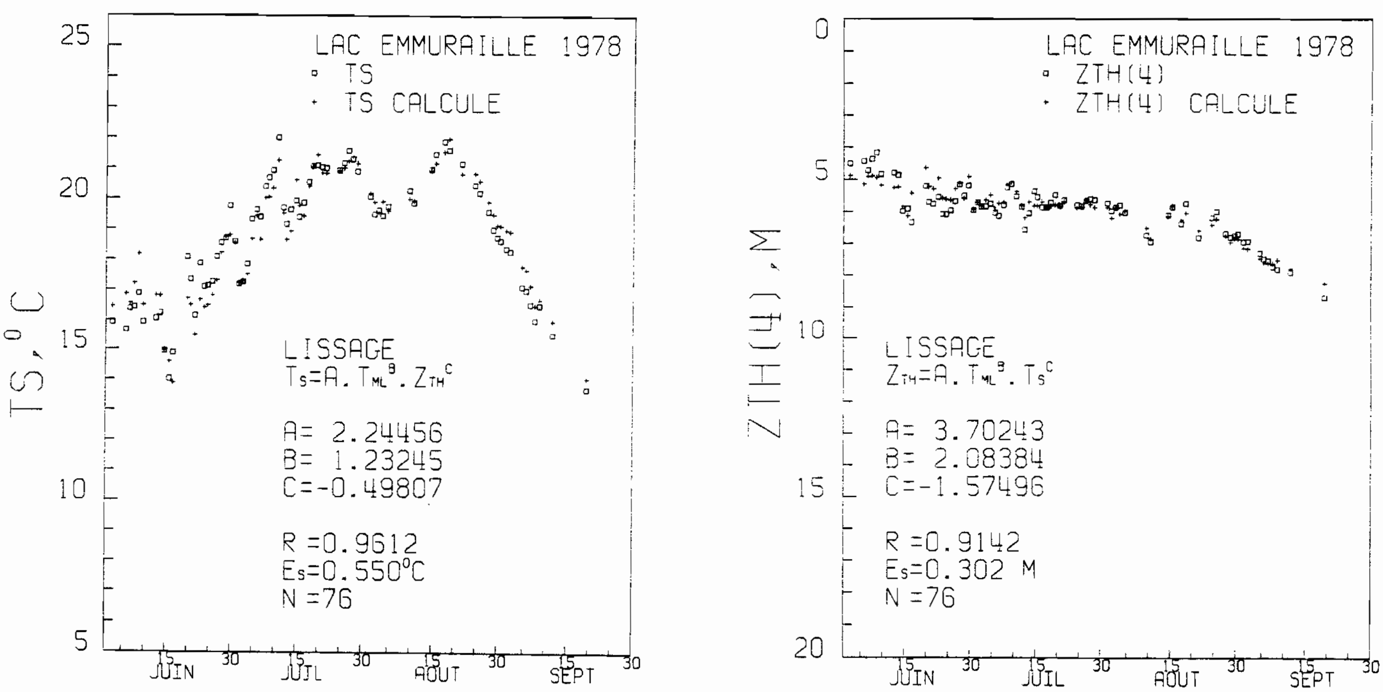


Figure C.8 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Emmuraillé en 1978.

TABLEAU C.3 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE.

$TS=A+B.TML+C.ZTH$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ES °C
1975	50	8.484	1.6052	-1.2898	6.03	7.22	19.417	19.404	0.9705	1.017
1977	52	6.148	1.3540	-0.5566	7.14	10.03	15.582	15.999	0.9639	0.900
1978	76	4.960	1.9501	-1.4396	3.17	5.77	18.579	18.592	0.9657	0.534

TABLEAU C.4 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE SELON LA FONCTION:

$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1975	50	3.88448	1.09173	-0.60006	3.73	4.34	19.417	19.394	0.9872	0.0380	0.742
1977	52	2.98637	1.05760	-0.42229	3.78	5.14	15.582	15.763	0.9885	0.0373	0.629
1978	76	2.24456	1.23245	-0.49807	3.36	6.14	18.579	18.613	0.9612	0.0395	0.550

TABLEAU C.5 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1975,1977 ET 1978. PERIODES STABLES DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE, ALLANT DU DEBUT DE LA STABILITE A LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE. LA FONCTION UTILISEE EST:

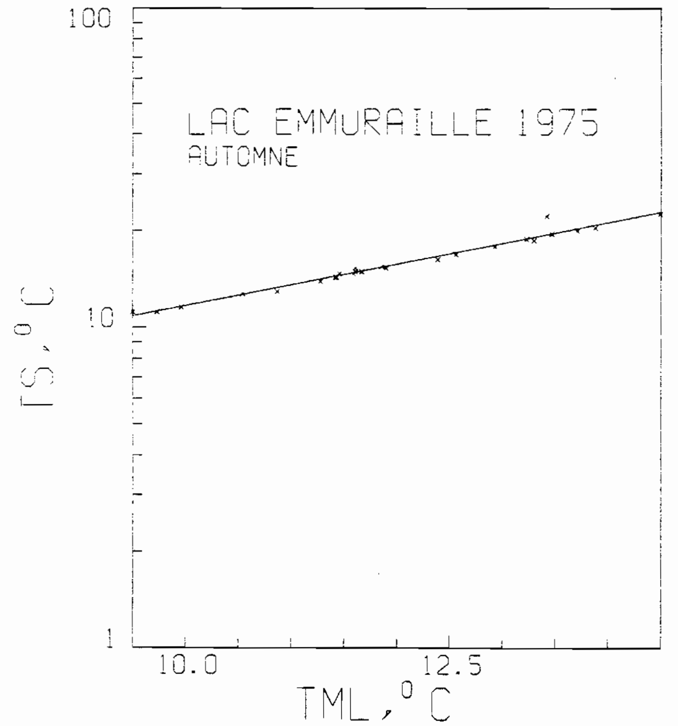
$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1975		1977		1978	
	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE
A	3.88448	2.93595	2.98637	2.93595	2.24456	2.93595
B	1.09173	1.10440	1.05760	1.10440	1.23245	1.10440
C	-0.60006	-0.47361	-0.42229	-0.47361	-0.49807	-0.47361
ESS	0.0380	0.0472	0.0373	0.0420	0.0395	0.0335
ES, °C	0.742	0.916	0.629	0.613	0.550	0.590
ES, %	3.82	4.72	4.03	3.93	2.96	3.18
R	0.9872	0.9802	0.9885	0.9853	0.9612	0.9557
$\overline{TS}$, °C	19.394	19.287	15.763	15.650	18.613	18.593
$\overline{TS}$, °C EXP	19.417		15.582		18.579	

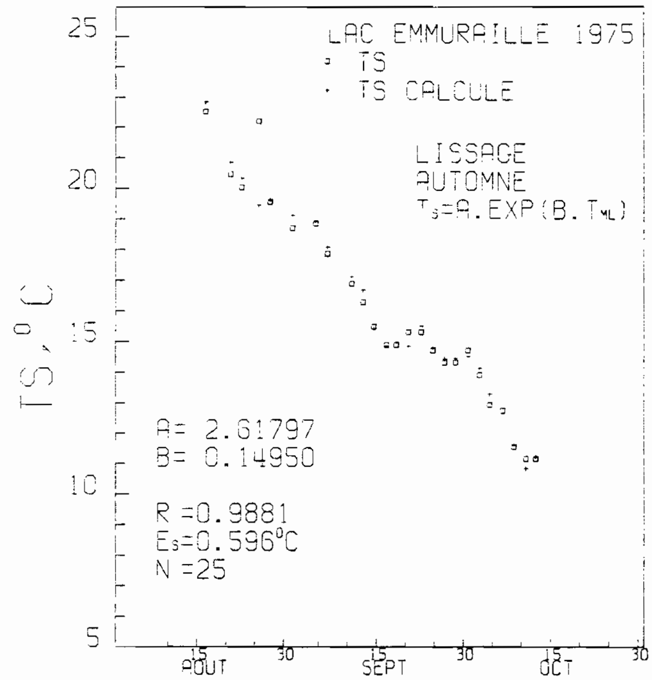
C.4 La période automnale instable au lac Emmuraillé

Pour cette période thermique, la démarche scientifique est la même que celle présentée au chapitre 5 pour le lac Clair. Pour chacune des saisons 1975, 1977 et 1978, on étudie les corrélations entre T_s, T_{ML} et Z_{TH} (MTSL) par les quatre modèles suivants : 1- le modèle exponentiel entre T_s et T_{ML} 2- le modèle exponentiel multiple 3 - le modèle exponentiel-puissance et 4 - le modèle puissance. Chacune des figures C.9 à C.11 nous montre six figures parmi lesquelles on retrouve les quatre modèles utilisés de (b) à (e), tandis que la première de chaque série montre la relation exponentielle (échelles semi-logarithmiques) entre T_s et T_{ML}. La sixième figure montre l'évolution de la profondeur de la thermocline et la prédiction d'un des modèles, soit le modèle puissance.

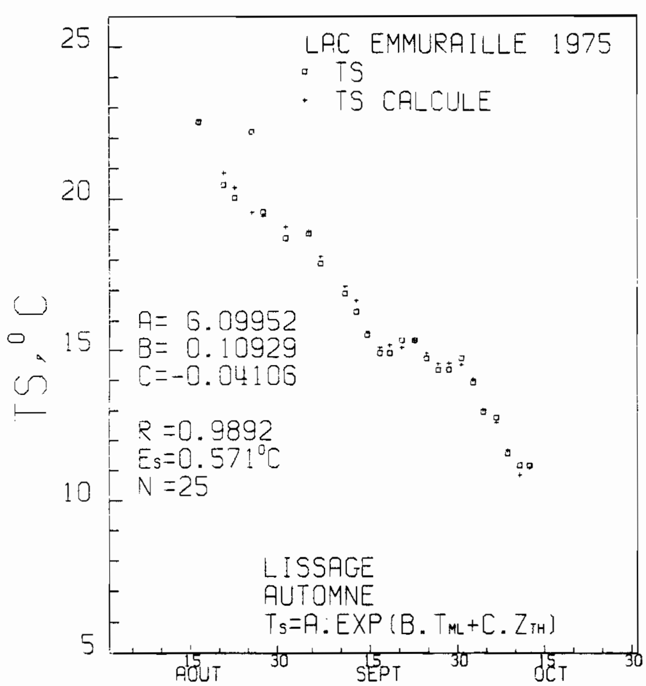
Les tableaux C.6, C.8, C.10 et C.12 montrent les résultats numériques de l'étude corrélative des quatre modèles alors que les tableaux C.7, C.9, C.11 et C.13 donnent les résultats de l'optimisation des modèles respectifs en utilisant les trois périodes automnales pour la détermination des meilleurs coefficients A, B et C.


LAC EMMURAILLE 1975
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
10.0
12.5

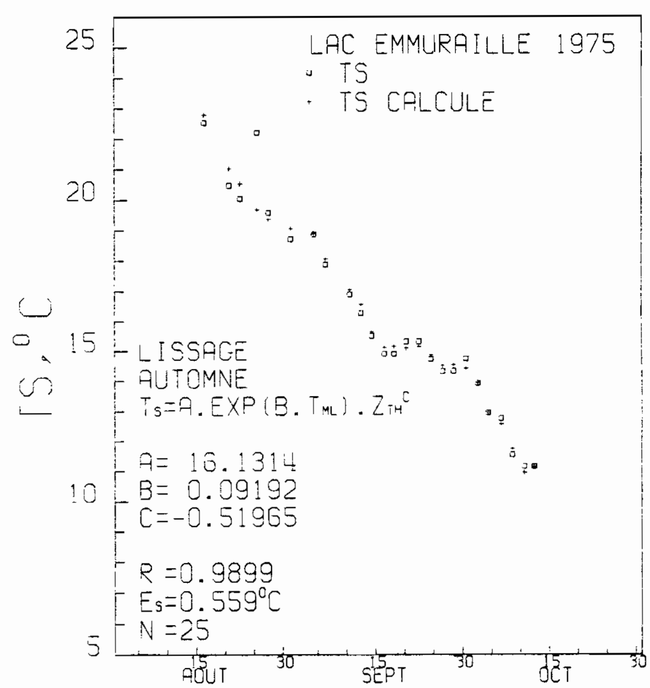
(a)


LAC EMMURAILLE 1975
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 2.61797
B= 0.14950
R =0.9881
Es=0.596°C
N =25
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

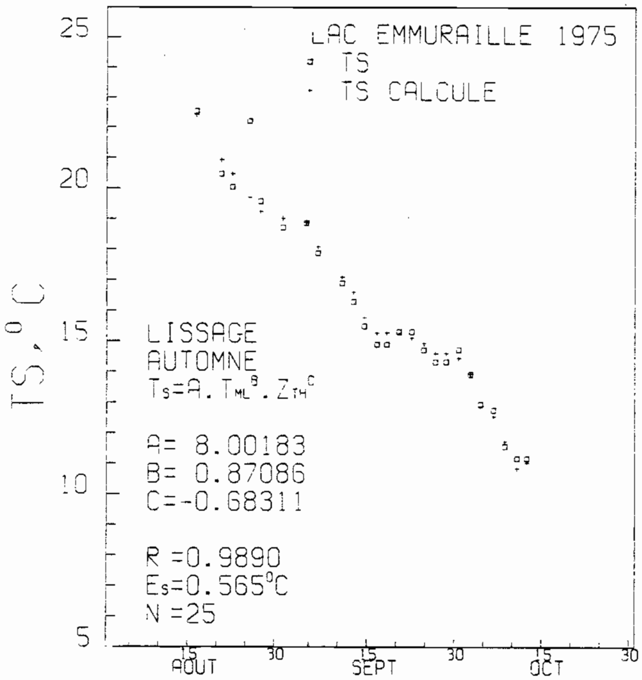
(b)


LAC EMMURAILLE 1975
TS
TS CALCULE
A= 6.09952
B= 0.10929
C=-0.04106
R =0.9892
Es=0.571°C
N =25
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

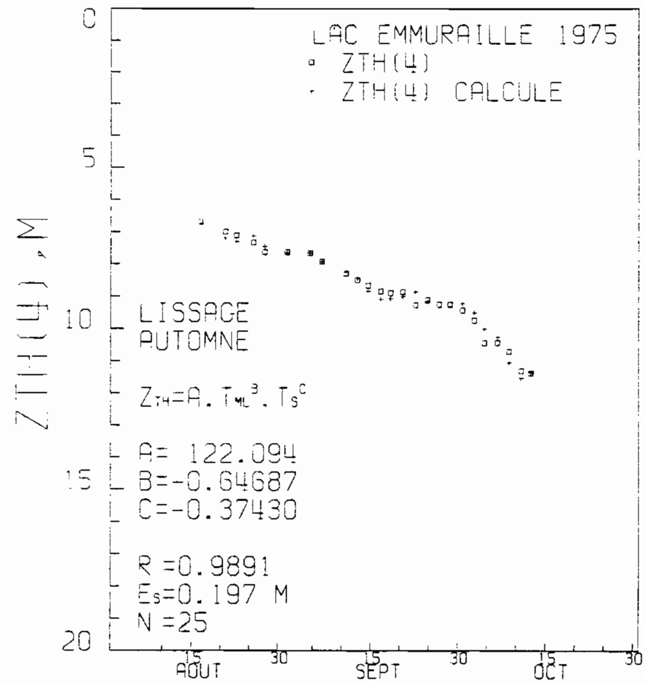
(c)


LAC EMMURAILLE 1975
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 16.1314
B= 0.09192
C=-0.51965
R =0.9899
Es=0.559°C
N =25
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

(d)

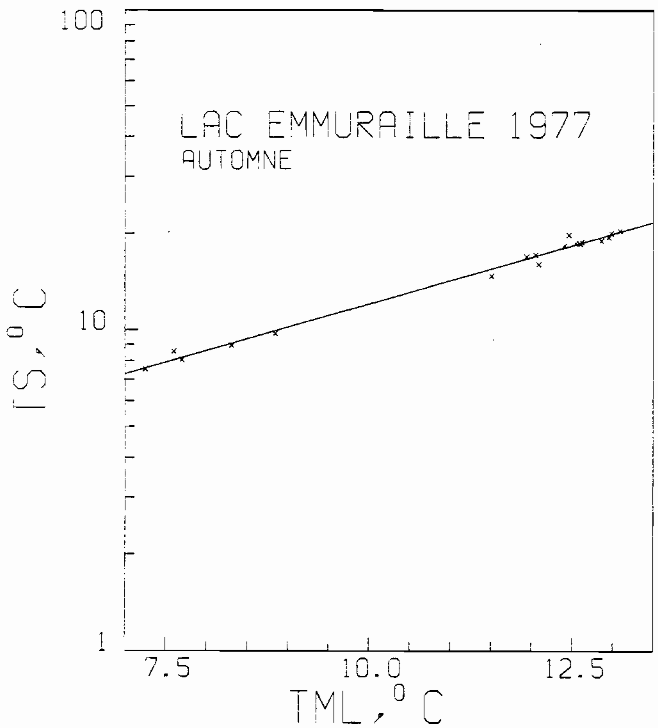


(e)

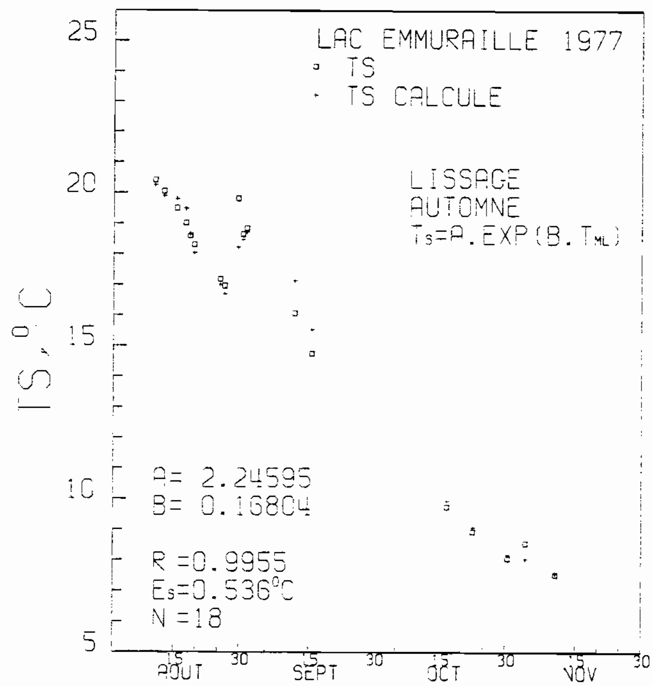


(f)

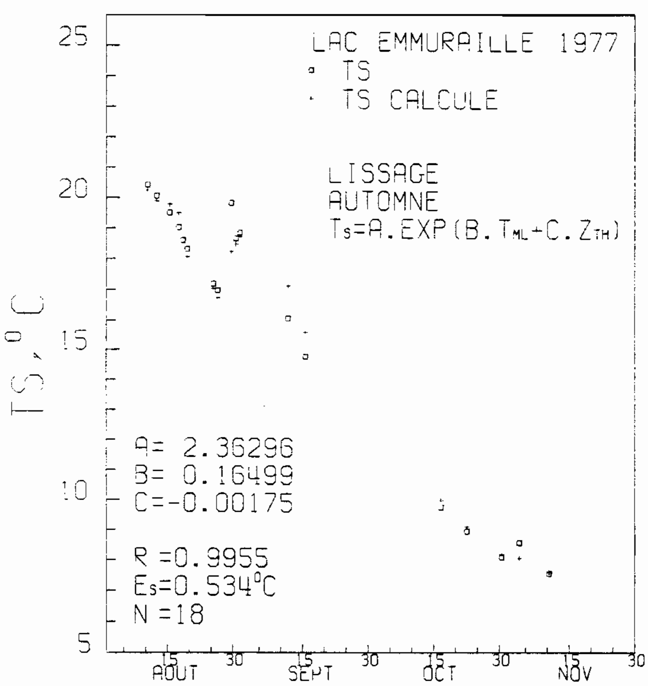
Figure C.9 Modèles pour la période automnale instable au lac Emmuraillé en 1975.


LAC EMMURAILLE 1977
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
7.5
10.0
12.5

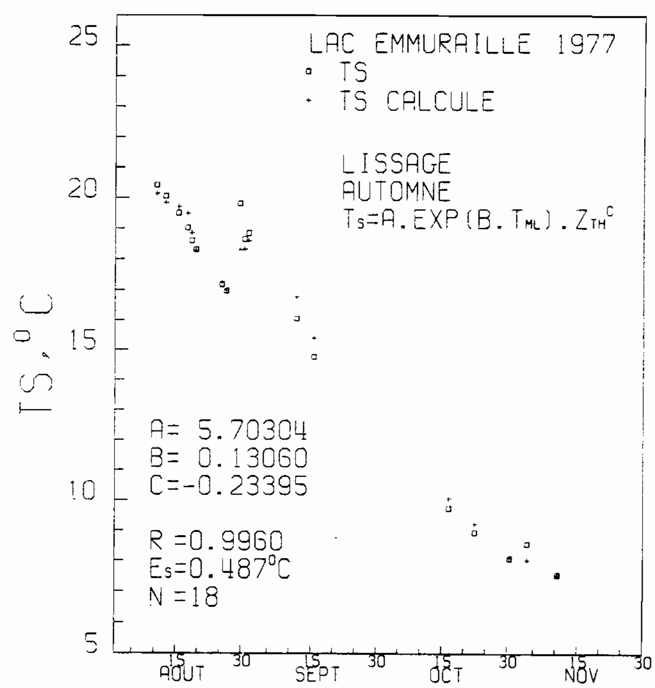
(a)


LAC EMMURAILLE 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 2.24595
B= 0.16804
R =0.9955
Es=0.536°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT
NOV

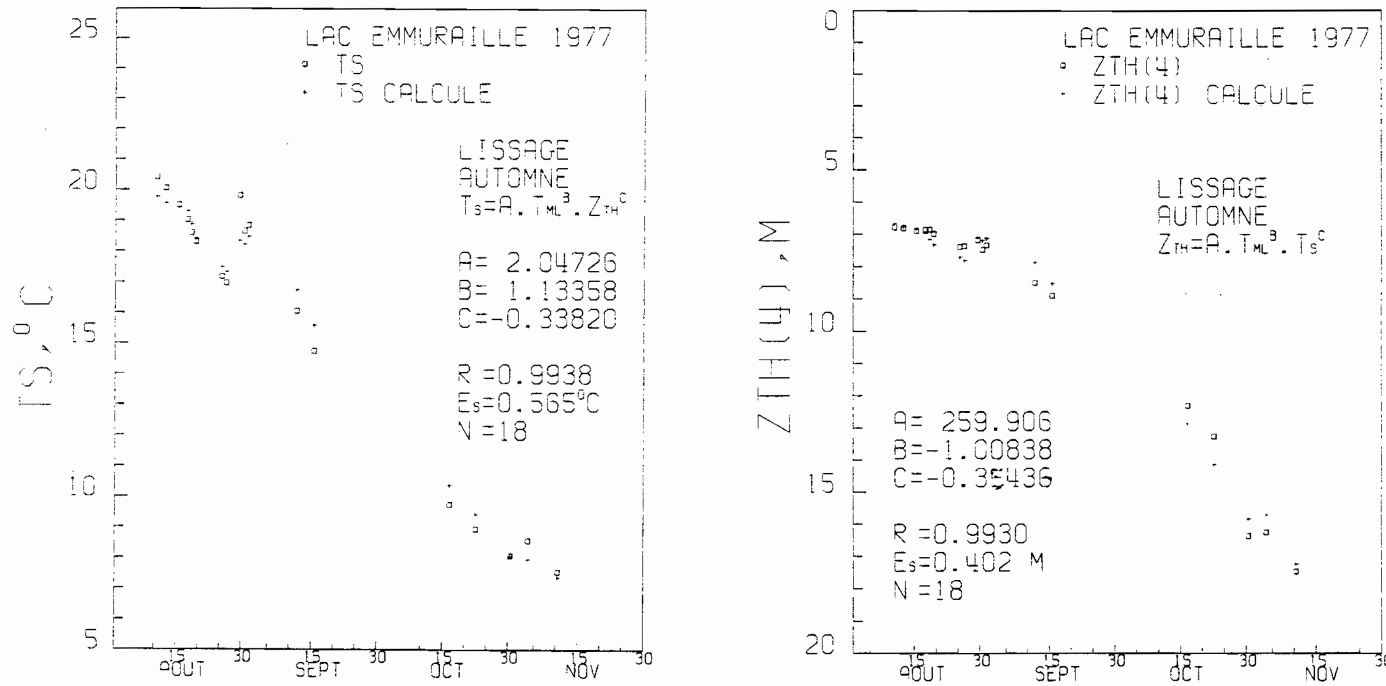
(b)


LAC EMMURAILLE 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
A= 2.36296
B= 0.16499
C=-0.00175
R =0.9955
Es=0.534°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT
NOV

(c)

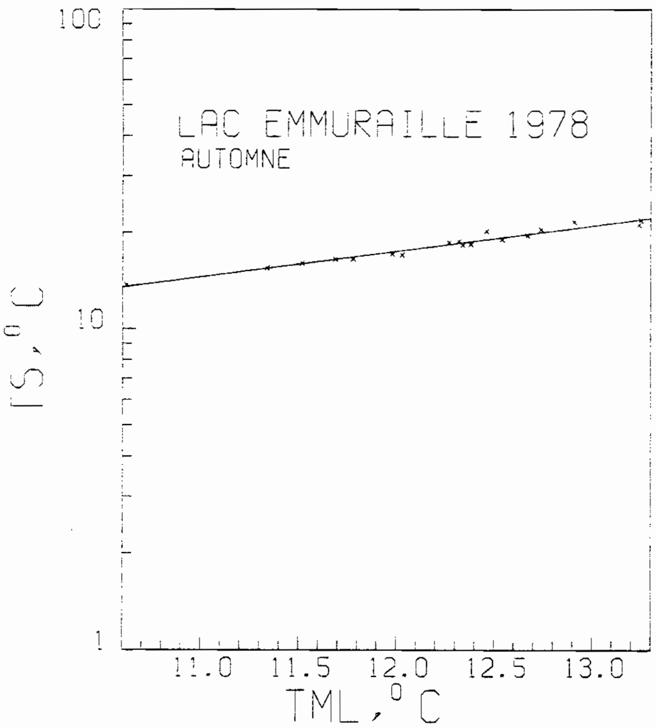

LAC EMMURAILLE 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 5.70304
B= 0.13060
C=-0.23395
R =0.9960
Es=0.487°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT
NOV

(d)



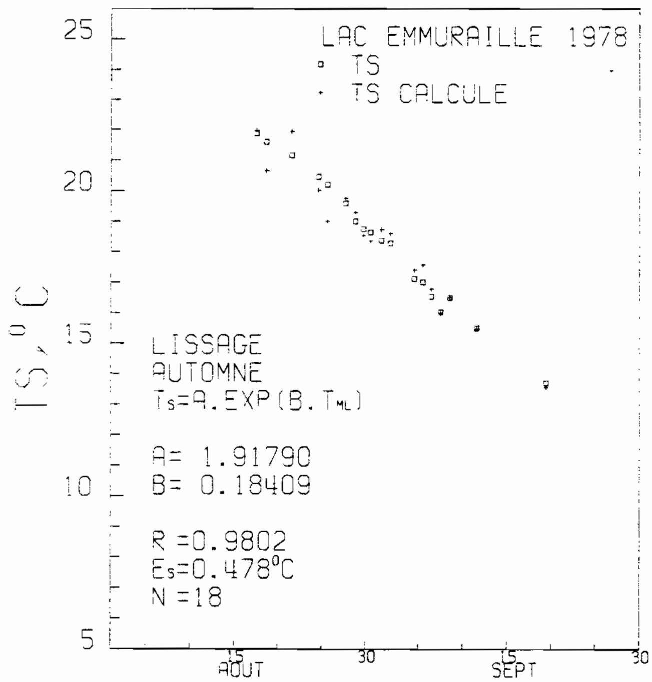
(e) (f)

Figure C.10 Modèles pour la période automnale instable au lac Emmuraillé en 1977.



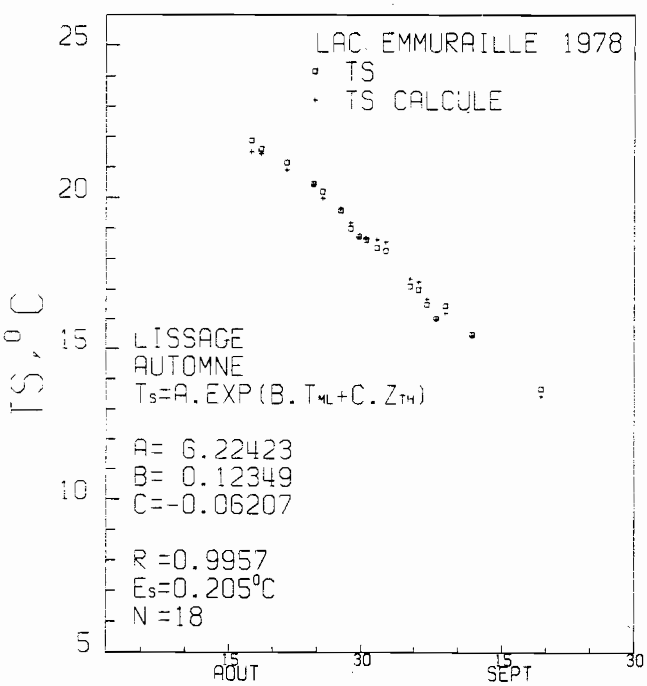
LAC EMMURAILLE 1978
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
11.0
11.5
12.0
12.5
13.0

(a)



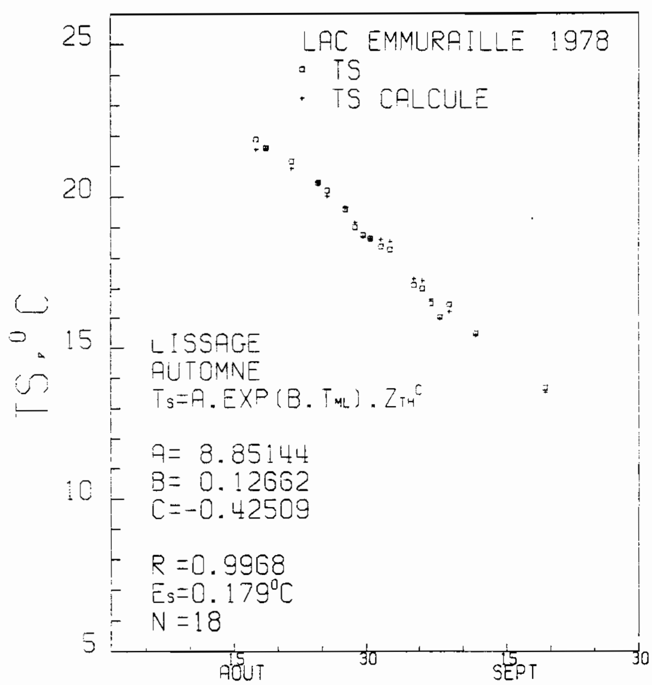
LAC EMMURAILLE 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 1.91790
B= 0.18409
R =0.9802
Es=0.478°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT

(b)



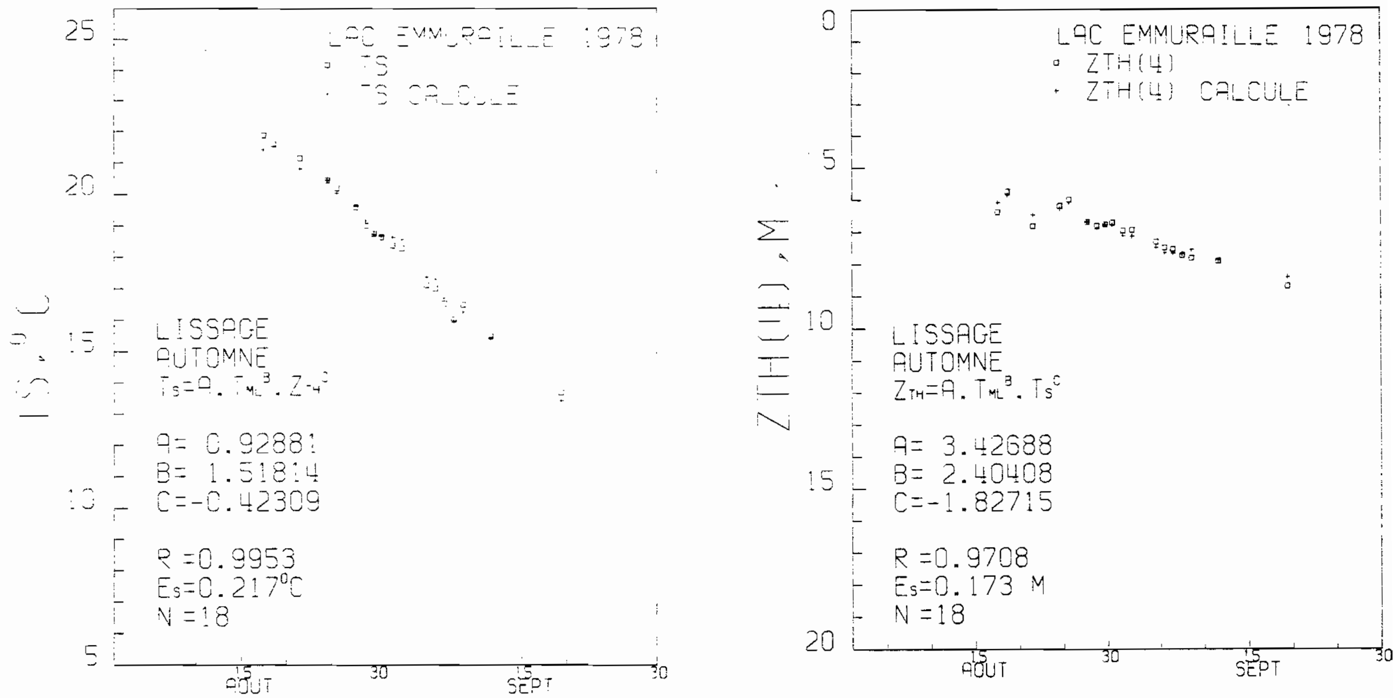
LAC EMMURAILLE 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
A= 6.22423
B= 0.12349
C=-0.06207
R =0.9957
Es=0.205°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT

(c)



LAC EMMURAILLE 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 8.85144
B= 0.12662
C=-0.42509
R =0.9968
Es=0.179°C
N =18
TS, °C
AOUT
SEPT

(d)



(e) (f)

Figure C.11 Modèles pour la période automnale instable au lac Emmuraillé en 1978.

TABLEAU C.6 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA PERIODE AUTOMNALE SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE.
TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ES °C
1975	25	2.6180	0.14950	3.24	16.576	16.577	0.9881	0.596
1977	18	2.2460	0.16804	2.38	13.491	13.700	0.9955	0.536
1978	18	1.9180	0.18409	5.05	17.789	17.775	0.9802	0.478

TABLEAU C.7 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1975,1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML)

	1975		1977		1978	
	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE
A	2.61797	2.26370	2.24595	2.26370	1.91790	2.26370
B	0.14950	0.16747	0.16804	0.16747	0.18409	0.16747
ESS	0.0303	0.0798	0.0334	0.0334	0.0243	0.0459
ES,°C	0.596	1.510	0.536	0.537	0.478	0.888
ES, %	3.60	9.11	3.98	3.98	2.69	4.99
R	0.9881	0.9144	0.9955	0.9955	0.9802	0.9271
$\overline{TS}$,°C	16.577	17.934	13.700	13.721	17.775	17.145
$\overline{TS}$,°C EXP	16.576		13.491		17.789	

TABLEAU C.8 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC EMMURAILLE SELON LA FONCTION:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1975	25	6.09952	0.10929	-0.04106	25.41	68.05	16.576	16.576	0.9892	0.0289	0.571
1977	18	2.36296	0.16499	-0.00175	13.97	-----	13.491	13.704	0.9955	0.0334	0.534
1978	18	6.22423	0.12349	-0.06207	7.59	13.59	17.789	17.752	0.9957	0.0113	0.205

TABLEAU C.9 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1975,1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	6.09952	6.55350	2.36296	6.55350	6.22423	6.55350
B	0.10929	0.10536	0.16499	0.10536	0.12349	0.10536
C	-0.04106	-0.03972	-0.00175	-0.03972	-0.06207	-0.03972
ESS	0.0289	0.0470	0.0334	0.0448	0.0113	0.0322
ES, °C	0.571	0.803	0.534	0.565	0.205	0.637
ES, %	3.44	4.85	3.96	4.19	1.15	3.58
R	0.9892	0.9711	0.9955	0.9919	0.9957	0.9649
$\overline{TS}$, °C	16.576	17.150	13.704	13.649	17.752	17.592
$\overline{TS}$, °C EXP	16.576		13.491		17.789	

TABLEAU C.10 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC EMMURAILLE SELON LA FONCTION:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1975	25	16.1314	0.09192	-0.51965	32.67	51.54	16.576	16.577	0.9899	0.0280	0.559
1977	18	5.70304	0.13060	-0.23395	21.63	74.74	13.491	13.678	0.9960	0.0315	0.487
1978	18	8.85144	012662	-0.42509	6.00	11.38	17.789	17.762	0.9968	0.0098	0.179

TABLEAU C.11 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1975,1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC EMMURAILLE. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

	1975 LISSAGE	1975 MODELE	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	16.1314	15.6611	5.70304	15.6611	8.85144	15.661
B	0.09192	0.09194	0.13060	0.09194	0.12662	0.09194
C	-0.51965	-0.50135	-0.23395	-0.50135	-0.42509	-0.50135
ESS	0.0280	0.0299	0.0315	0.0360	0.0098	0.0192
ES, °C	0.559	0.579	0.487	0.502	0.179	0.374
ES, %	3.37	3.49	3.61	3.72	1.00	2.10
R	0.9899	0.9884	0.9960	0.9947	0.9968	0.9877
$\overline{TS}$, °C	16.577	16.734	13.678	13.528	17.762	17.768
$\overline{TS}$, °C EXP	16.576		13.491		17.789	

TABLEAU C.12 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU <u>LAC EMMURAILLE</u> SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ESS	ES °C
1975	25	8.00183	0.87086	-0.68311	37.85	36.38	16.576	16.572	0.9890	0.0291	0.565
1977	18	2.04726	1.13358	-0.33820	33.72	69.97	13.491	13.770	0.9938	0.0390	0.565
1978	18	0.92881	1.51814	-0.42309	7.35	13.99	17.789	17.750	0.9953	0.0118	0.217

TABLEAU C.13 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES TROIS ANNEES CONSIDEREES: 1975,1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU <u>LAC EMMURAILLE</u>. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1975		1977		1978	
	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE	LISSAGE	MODELE
A	8.00183	4.79666	2.04726	4.79666	0.92881	4.79666
B	0.87086	0.93403	1.13358	0.93403	1.51814	0.93403
C	-0.68311	-0.51500	-0.33820	-0.51500	-0.42309	-0.51500
ESS	0.0291	0.0354	0.0390	0.0456	0.0118	0.0269
ES,°C	0.565	0.655	0.565	0.572	0.217	0.508
ES,%	3.41	3.95	4.19	4.25	1.22	2.86
R	0.9890	0.9837	0.9938	0.9916	0.9953	0.9756
$\overline{TS}$,°C	16.572	16.632	13.770	13.530	17.750	17.837
$\overline{TS}$,°C EXP	16.576		13.491		17.789	

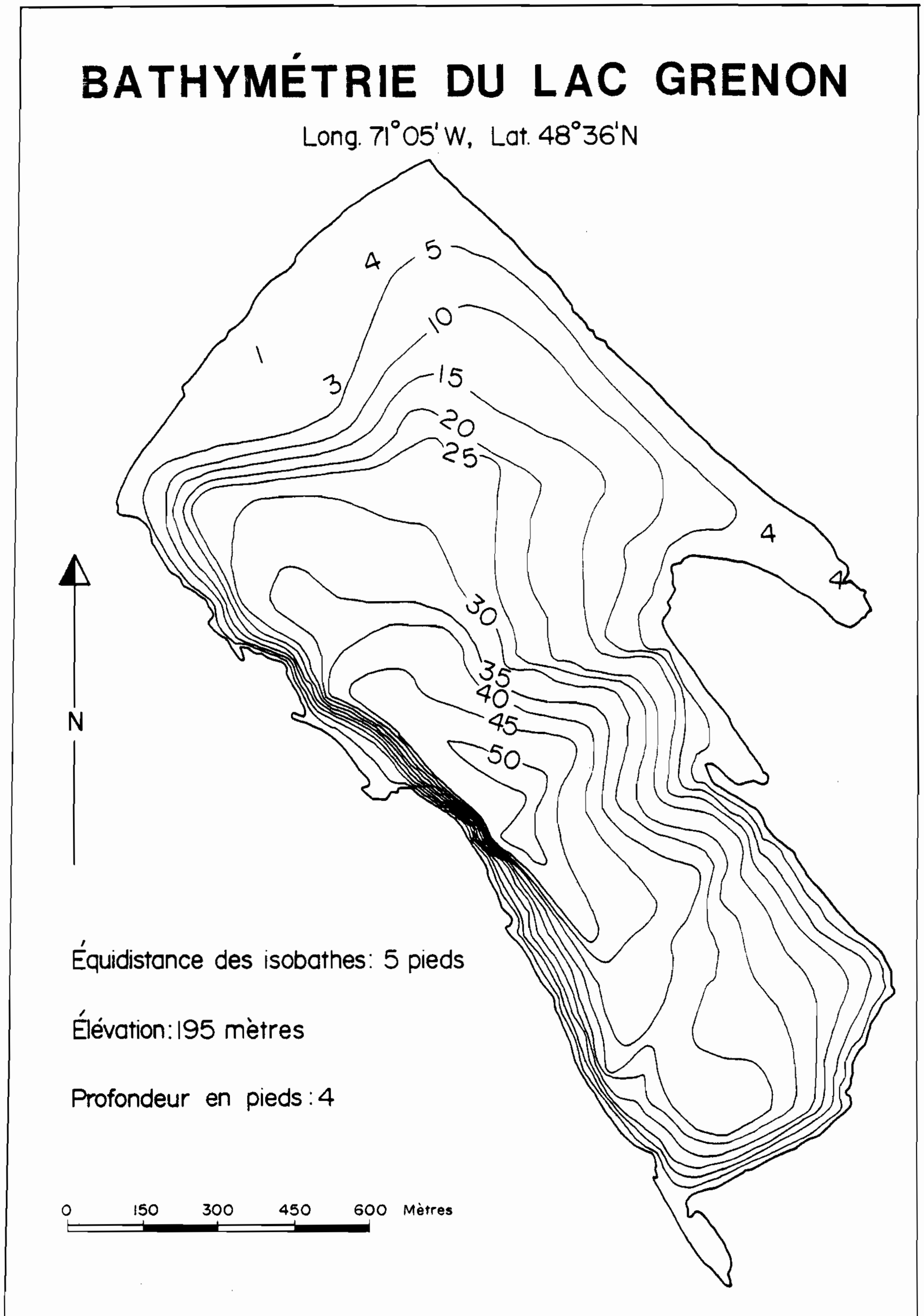
APPENDICE D

L'étude du lac Grenon

D.1 L'étude bathymétrique et morphométrique

Le lac Grenon est situé à environ 2 km au sud du lac Clair. Son élévation au-dessus du niveau de la mer est de 195 mètres et ses coordonnées géographiques sont $71^{o}05'$ W et $48^{o}36'$ N.

Les sondages bathymétriques ont été faits à l'été 1977 par le Service de la Faune (Ministère du Tourisme, Chasse et Pêche). Ces données ont servi par la suite à tracer la carte bathymétrique (voir figure D.1). Le tableau D.1 résume les principaux résultats de l'étude morphométrique et la figure D.2 illustre la variation de la superficie des isobathes en fonction de la profondeur dans le lac.



Source: Ministère du tourisme, de la chasse et de la pêche, 1977.
GSELP, Projet ETTLS, 1977.

Figure D.1 La carte bathymétrique du lac Grenon.

TABLEAU D.1 QUELQUES PARAMETRES MORPHOMETRIQUES DU LAC GRENON

ℓ ,M	1891
$\bar{b}$,M	780
A_0 ,KM^2	1.47388
V ,KM^3	0.0091320
D_m ,M	1370
$\bar{Z}$,M	6.20
Z_m ,M	17.40

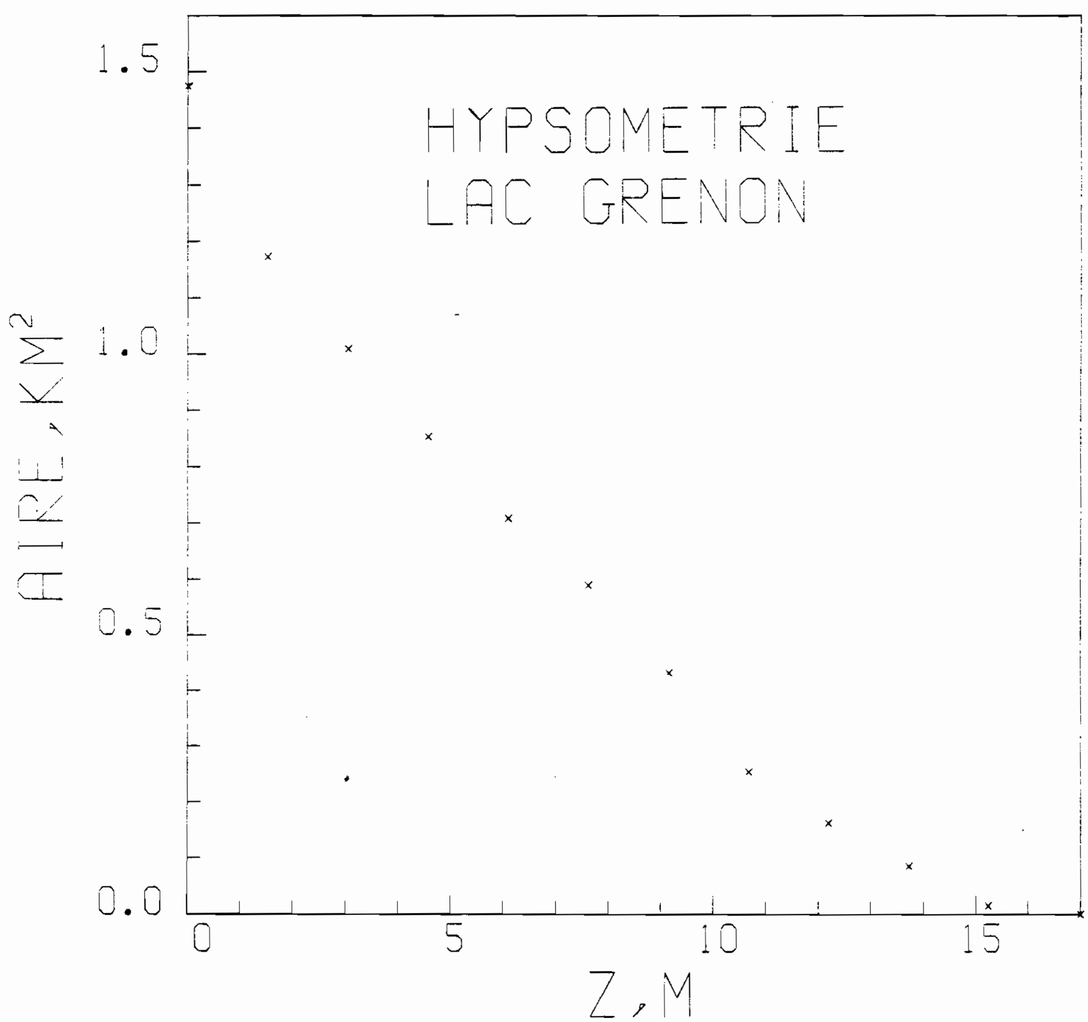


Figure D.2 La relation hypsométrique au lac Grenon (Sondages été 1977).

D.2 L'étude évolutive de la thermique du lac Grenon

Les mesures des profils thermiques ont été réalisées pendant les deux cycles thermiques estivaux de 1977 et 1978 à 4 stations réparties également sur l'axe principal du lac. Les périodes thermiques reliées à la présence d'une thermocline sont définies au tableau D.2.

Pour chacune de ces périodes, nous étudions la thermique du lac Grenon en utilisant la même méthodologie et les mêmes modèles de prédiction qu'il est proposé aux chapitres 4 et 5.

TABLEAU D.2 LES PERIODES AVEC THERMOCLINE AU LAC GRENON DATES SELON LES EXPEDITIONS REALISEES.

ANNEE	PERIODE THERMOCLINE STABLE		PERIODE AUTOMNALE INSTABLE	
1977	DU	02-06-77	DU	10-08-77
	AU	16-10-77	AU	16-10-77
1978	DU	02-06-78	DU	17-08-78
	AU	22-09-78	AU	22-09-78

D.3 La période avec thermocline stable au lac Grenon

L'étude corrélative pour cette période thermique entre les variables T_S, T_{ML} et Z_{TH} (MTSL) est basée sur les équations (4.5) et (4.6) qui correspondent respectivement aux modèles linéaire et puissance. Dans chacun des cas, l'équation est inversée en faveur de Z_{TH}, cela afin de pouvoir visualiser l'évolution de la profondeur de la thermocline en même temps que de pouvoir juger de la prédiction possible avec le modèle suggéré.

Les figures D.3 à D.6 montrent les résultats du lissage par ces deux modèles pour les années étudiées, tandis que les tableaux D.3 et D.4 font état des résultats numériques des corrélations. Finalement, on procède à l'optimisation du meilleur de ces deux modèles, soit le modèle puissance, en employant la méthodologie décrite au chapitre 4. Les résultats de cette étude apparaissent au tableau D.5.

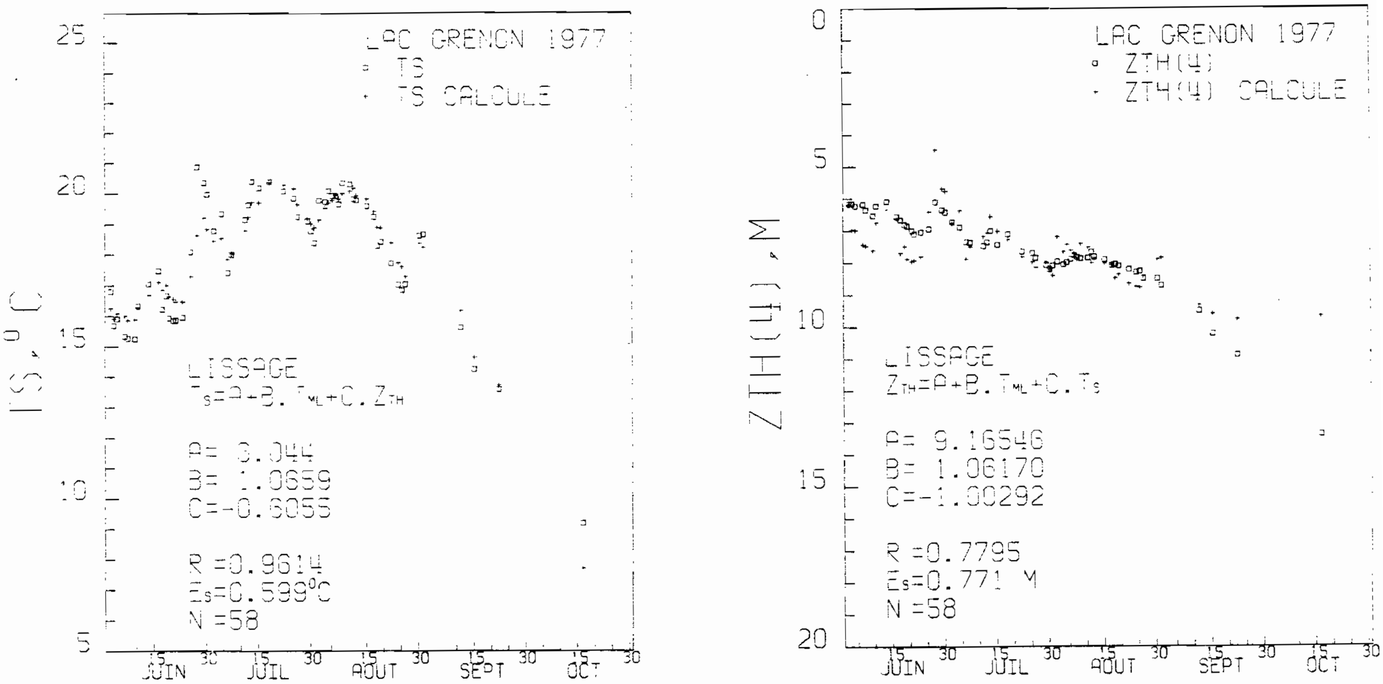


Figure D.3 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Grenon en 1977.

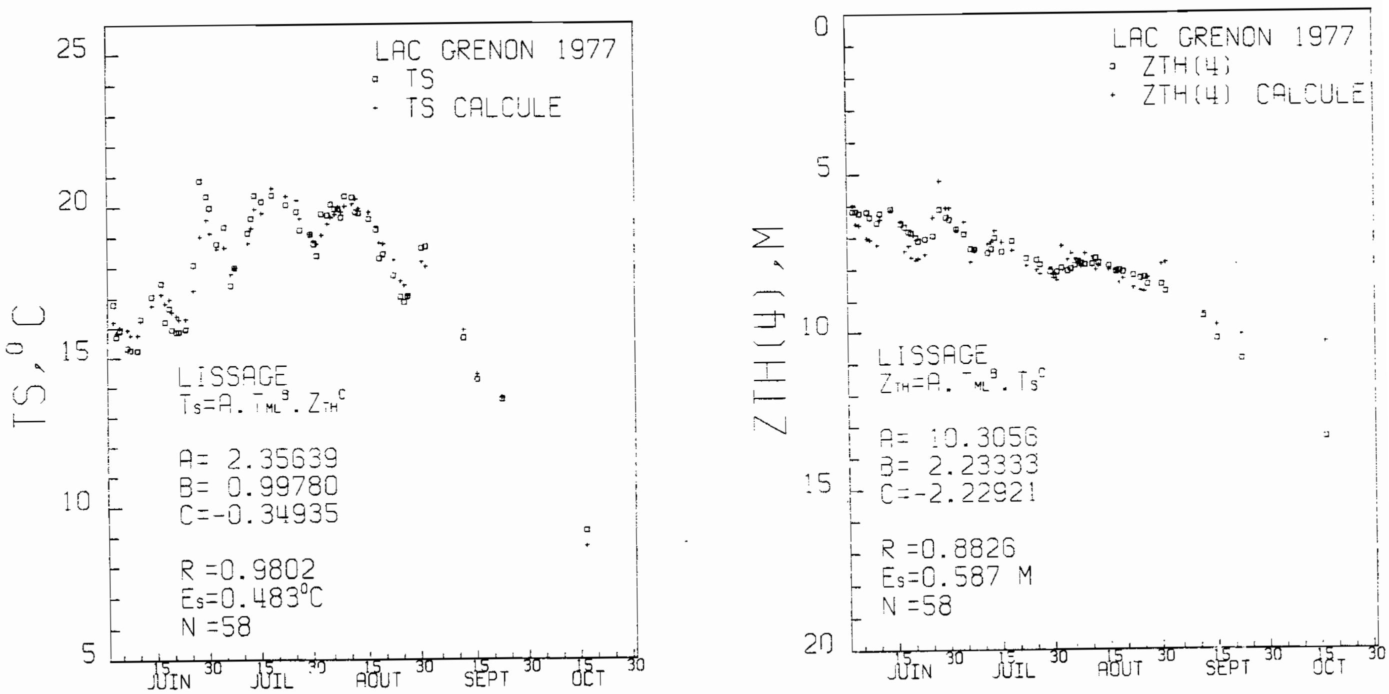


Figure D.4 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Grenon en 1977.

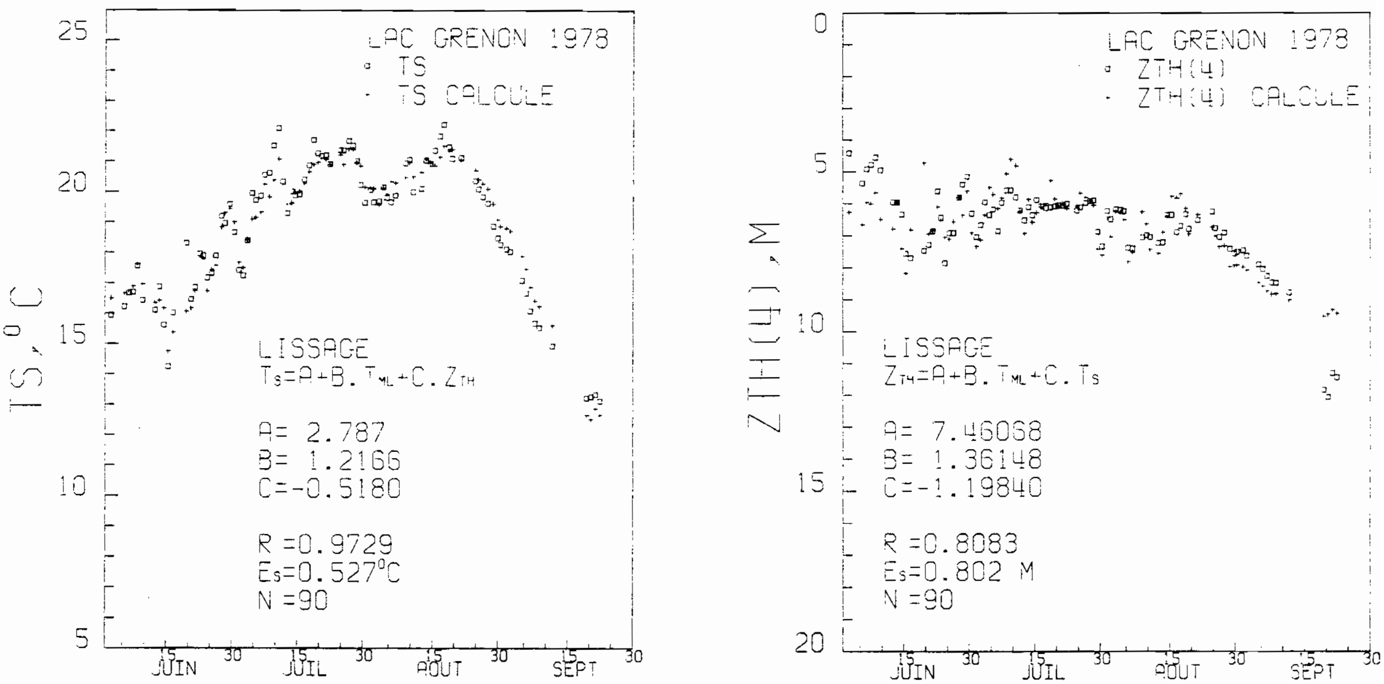


Figure D.5 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Grenon en 1978.

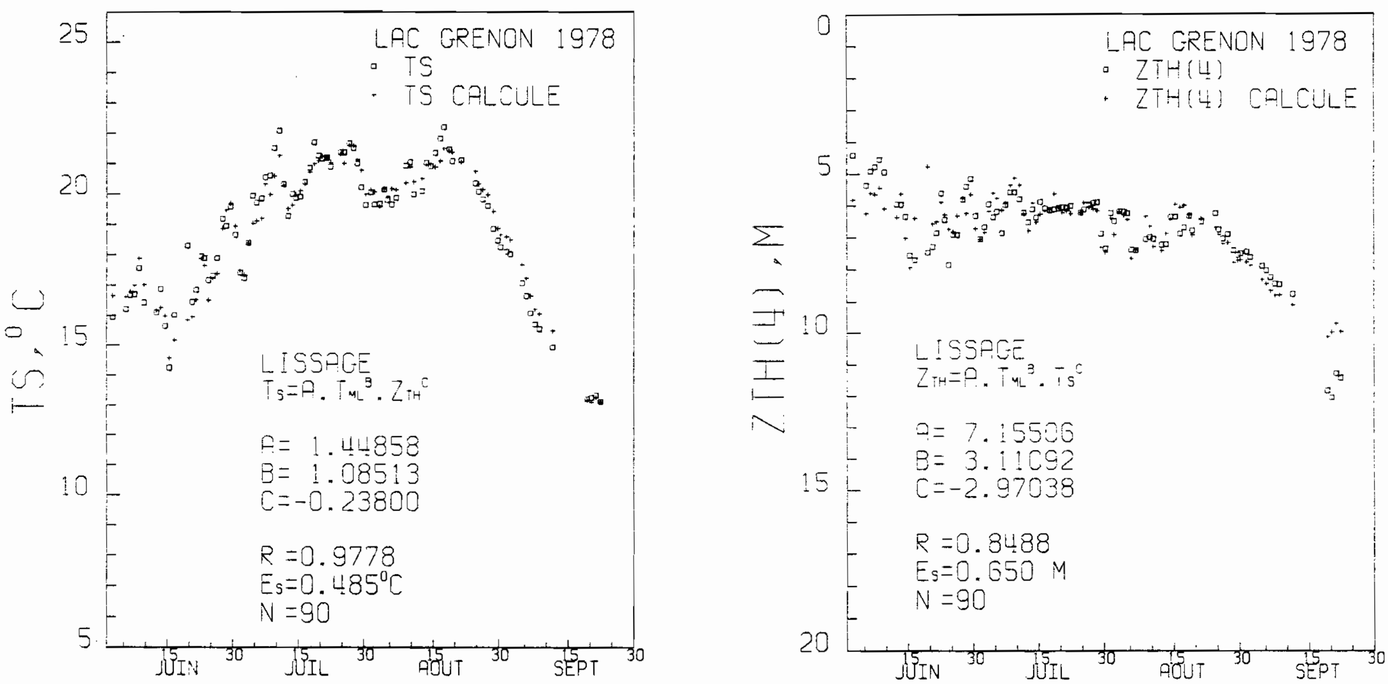


Figure D.6 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Grenon en 1978.

TABLEAU D.3 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC GRENON.

TS=A+B.TML+C.ZTH

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ES °C
1977	58	6.044	1.0659	-0.6055	4.18	10.84	16.763	16.665	0.9614	0.599
1978	90	2.787	1.2166	-0.5180	3.10	8.38	18.486	18.508	0.9729	0.527

TABLEAU D.4 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC GRENON SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ESS	ES °C
1977	58	2.35639	0.99780	-0.34935	2.91	7.19	16.763	16.705	0.9802	0.0271	0.483
1978	90	1.44858	1.08513	-0.23800	2.71	6.90	18.486	18.502	0.9778	0.0269	0.485

TABLEAU D.5 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978. PERIODES STABLES DE LA THERMOCLINE AU LAC GRENON, ALLANT DU DEBUT DE LA STABILITE A LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

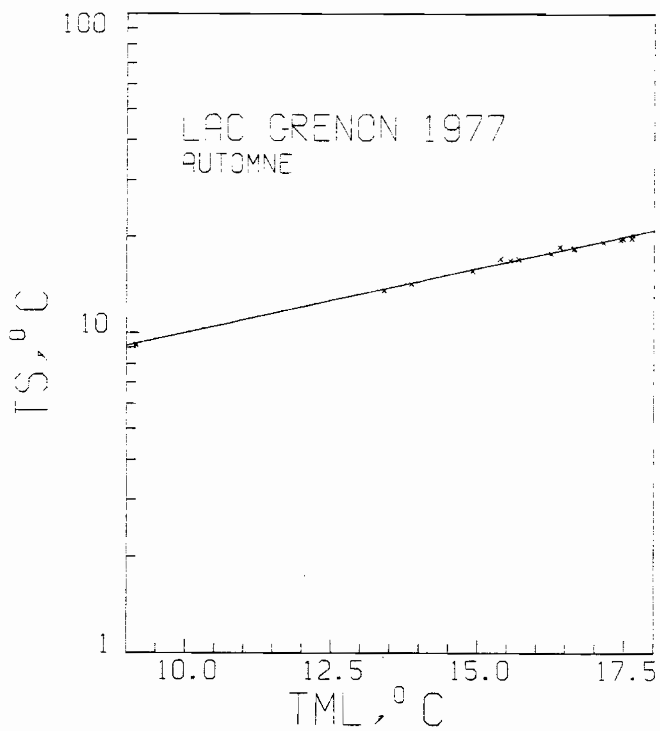
	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	2.35639	1.86638	1.44858	1.86638
B	0.99780	1.01450	1.08513	1.01450
C	-0.34935	-0.26267	-0.23800	-0.26267
ESS	0.0271	0.0325	0.0269	0.0300
ES, °C	0.483	0.598	0.485	0.534
ES, %	2.88	3.57	2.63	2.89
R	0.9802	0.9714	0.9778	0.9724
$\overline{TS}$, °C	16.705	16.600	18.502	18.699
$\overline{TS}$, °C EXP	16.763		18.486	

D.4 La période automnale instable au lac Grenon

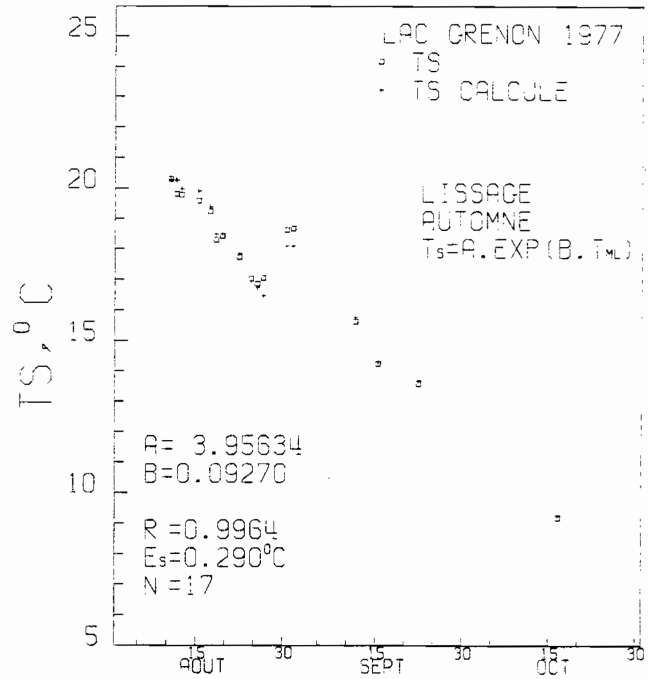
Pour cette période thermique, la démarche scientifique est la même que celle présentée au chapitre 5 pour le lac Clair. Pour chacune des saisons 1977 et 1978, on étudie les corrélations entre T_s, T_{ML} et Z_{TH} (MTSL) par les quatre modèles suivants : 1- le modèle exponentiel entre T_s et T_{ML} 2- le modèle exponentiel multiple 3- le modèle exponentiel-puissance et 4- le modèle puissance.

Chacune des figures D.7 et D.8 nous montre six figures parmi lesquelles on retrouve les quatre modèles utilisés de (b) à (e), tandis que la première de chaque série montre la relation exponentielle (échelles semi-logarithmiques) entre T_s et T_{ML}. La sixième figure montre l'évolution de la thermocline ainsi que sa prédiction par le modèle puissance.

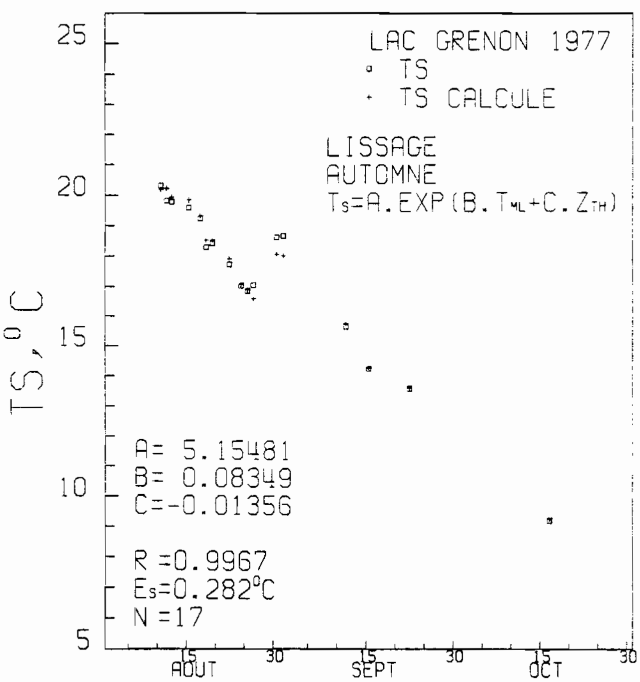
Les tableaux D.6, D.8, D.10 et D.12 montrent les résultats numériques de l'étude corrélative des quatre modèles alors que les tableaux D.7, D.9, D.11 et D.13 donnent les résultats de l'optimisation des modèles respectifs en utilisant les deux périodes automnales pour la détermination des meilleurs coefficients A, B et C.


LAC GRENON 1977
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
10.0
12.5
15.0
17.5

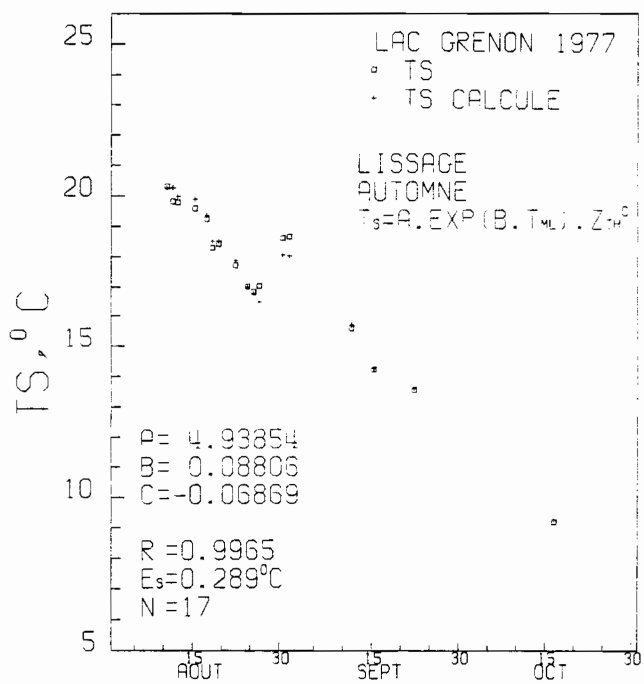
(a)


LAC GRENON 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 3.95634
B=0.09270
R =0.9964
Es=0.290°C
N =17
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

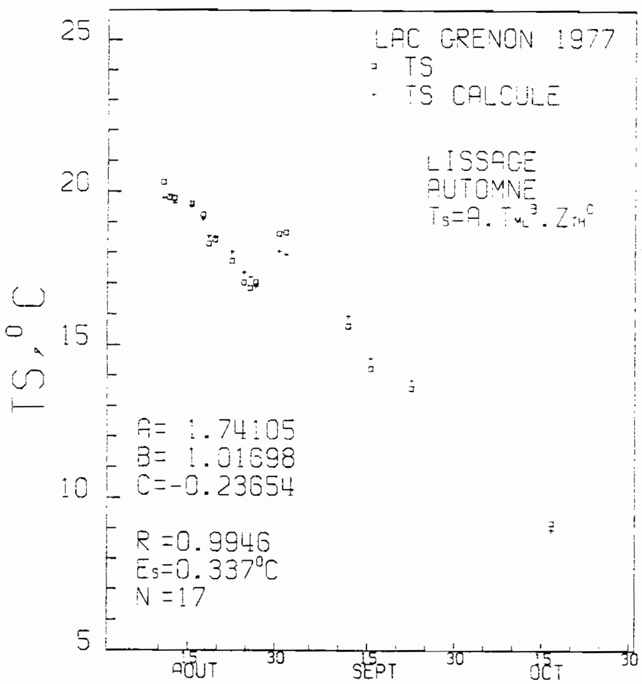
(b)


LAC GRENON 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
A= 5.15481
B= 0.08349
C=-0.01356
R =0.9967
Es=0.282°C
N =17
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

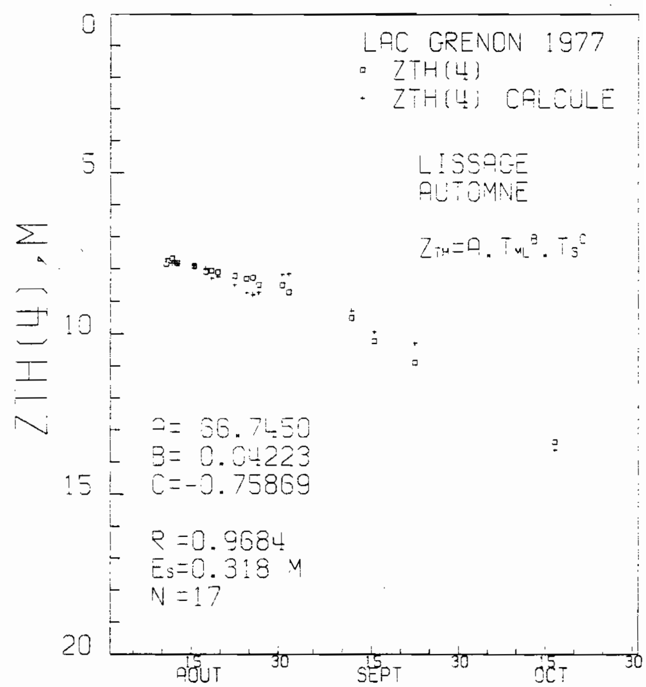
(c)


LAC GRENON 1977
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 4.93854
B= 0.08806
C=-0.06869
R =0.9965
Es=0.289°C
N =17
TS, °C
AOUT
SEPT
OCT

(d)

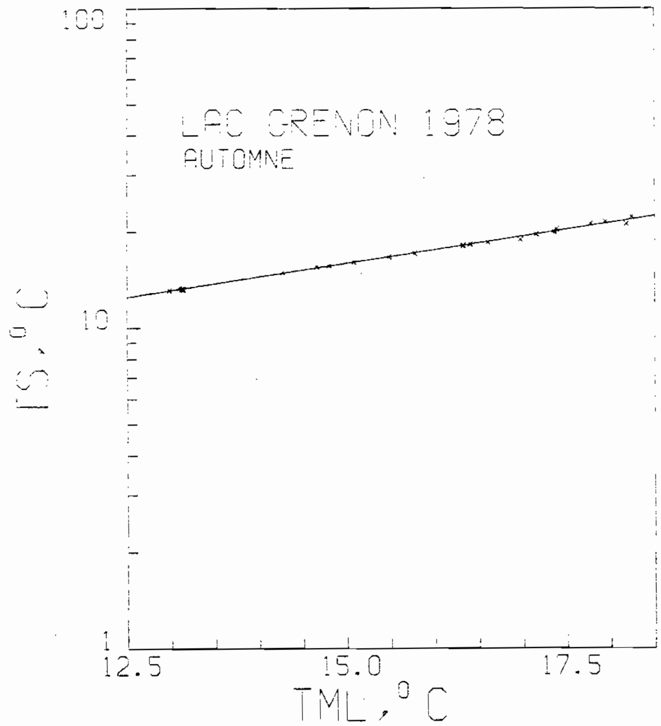


(e)

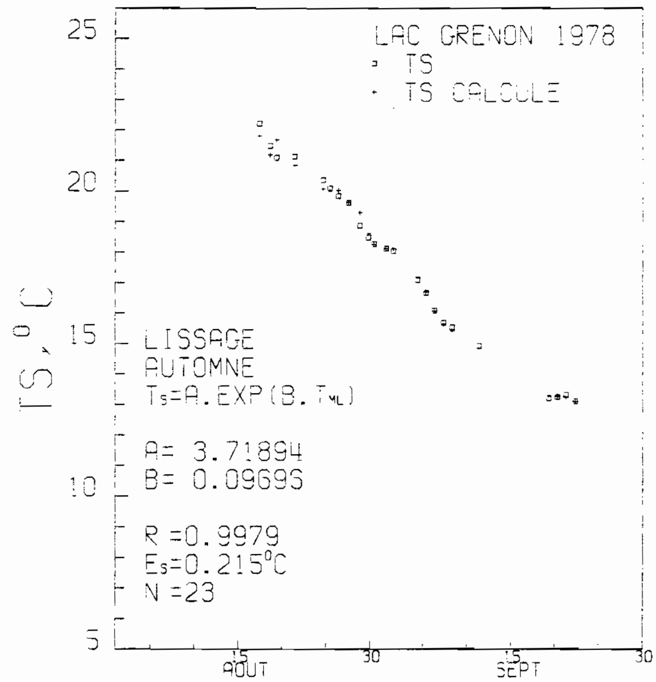


(f)

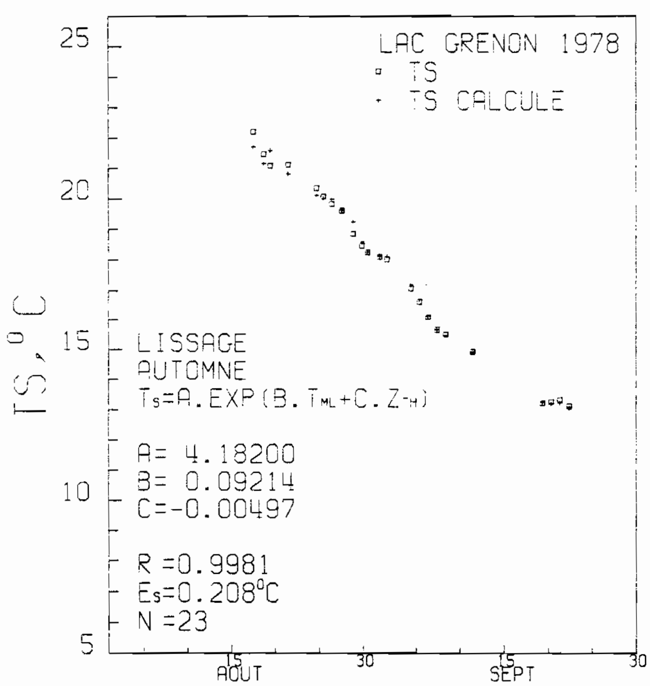
Figure D.7 Modèles pour la période automnale instable au lac Grenon en 1977.


LAC GRENON 1978
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
12.5
15.0
17.5

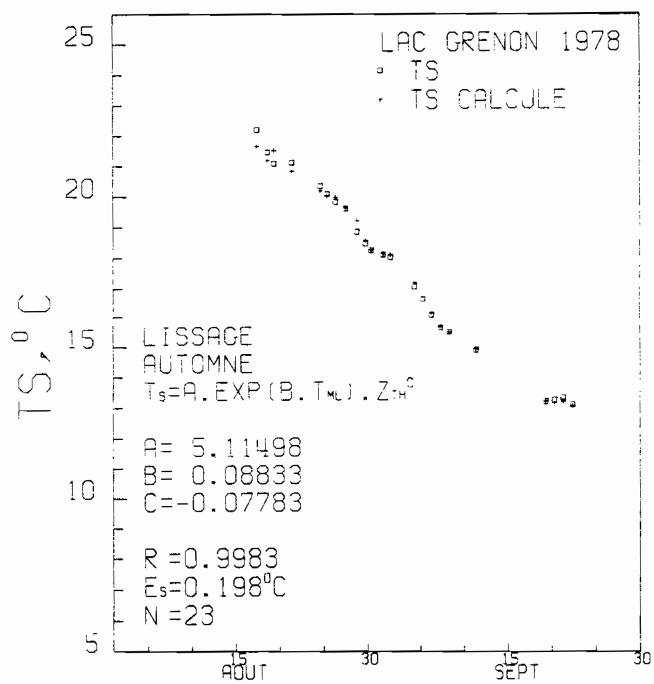
(a)


LAC GRENON 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 3.71894
B= 0.09695
R =0.9979
Es=0.215°C
N =23
TS, °C
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30

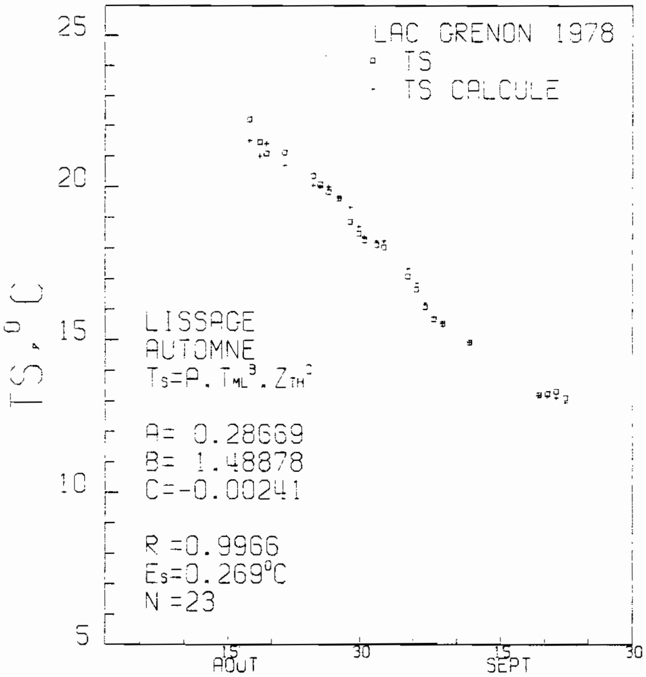
(b)


LAC GRENON 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.Z-H)
A= 4.18200
B= 0.09214
C=-0.00497
R =0.9981
Es=0.208°C
N =23
TS, °C
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30

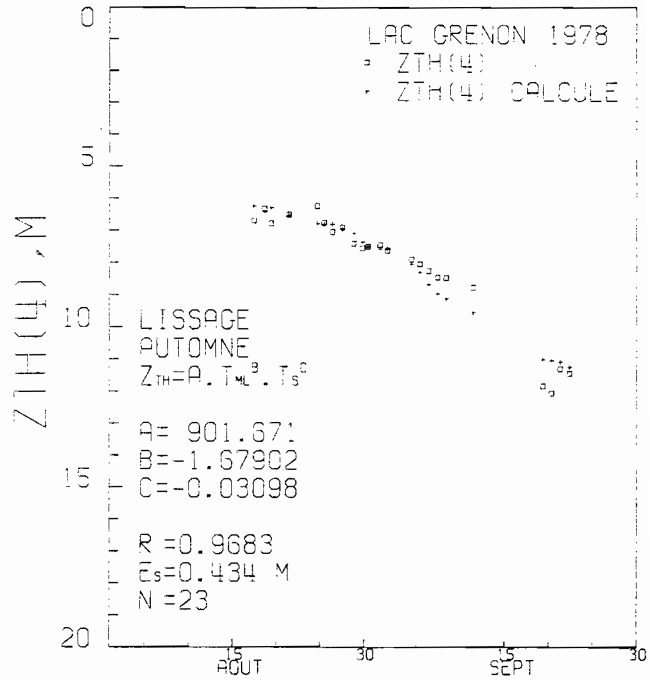
(c)


LAC GRENON 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).Z-H^C
A= 5.11498
B= 0.08833
C=-0.07783
R =0.9983
Es=0.198°C
N =23
TS, °C
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30

(d)



(e)



(f)

Figure D.8 Modèles pour la période automnale instable au lac Grenon en 1978.

TABLEAU D.6 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA PERIODE AUTOMNALE SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU <u>LAC GRENON</u>.
TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ES °C
1977	17	3.9563	0.0927	2.20	15.009	15.010	0.9964	0.290
1978	23	3.7189	0.0970	1.41	17.106	17.097	0.9979	0.215

TABLEAU D.7 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978 PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU <u>LAC GRENON</u>. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML)

	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	3.95634	3.84153	3.71894	3.84153
B	0.09270	0.09480	0.09696	0.09480
ESS	0.0161	0.0171	0.0106	0.0114
ES, °C	0.290	0.317	0.215	0.232
ES, %	1.93	2.11	1.26	1.36
R	0.9964	0.9960	0.9979	0.9976
$\overline{TS}$, °C	15.010	15.031	17.097	17.065
$\overline{TS}$, °C EXP	15.009		17.106	

TABLEAU D.8 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC GRENON SELON LA FONCTION:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1977	17	5.15481	0.08349	-0.1356	10.40	----	15.009	14.981	0.9967	0.0155	0.282
1978	23	4.18200	0.09214	-0.0497	4.34	----	17.106	17.103	0.9981	0.0102	0.208

TABLEAU D.9 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC GRENON. LA FONCTION UTILISEE EST:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	5.15481	4.61301	4.18200	4.61301
B	0.08349	0.08780	0.09214	0.08780
C	-0.01356	-0.00856	-0.00497	-0.00856
ESS	0.0155	0.0157	0.0102	0.0105
ES, °C	0.282	0.289	0.208	0.215
ES, %	1.88	1.92	1.22	1.26
R	0.9967	0.9966	0.9981	0.9980
$\overline{TS}$, °C	14.981	14.991	17.103	17.104
$\overline{TS}$, °C EXP	15.009		17.106	

TABLEAU D.10 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC GRENON SELON LA FONCTION:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C	$\overline{TS}$,°C EXP	LISS	R	ESS	ES °C
1977	17	4.93854	0.08806	-0.06869	9.55	----	15.009	14.991	0.9965	0.0159	0.289
1978	23	5.11498	0.08833	-0.07783	5.15	----	17.106	17.109	0.9983	0.0097	0.198

TABLEAU D.11 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC GRENON. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	4.93854	5.07350	5.11498	5.07350
B	0.08806	0.08777	0.08833	0.08777
C	-0.06869	-0.07900	-0.07783	-0.07900
ESS	0.0159	0.0159	0.0097	0.0097
ES,°C	0.289	0.292	0.198	0.200
ES, %	1.93	1.94	1.16	1.17
R	0.9965	0.9965	0.9983	0.9983
$\overline{TS}$,°C	14.991	14.983	17.109	17.111
$\overline{TS}$,°C EXP	15.009		17.106	

TABLEAU D.12 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU <u>LAC GRENON</u> SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1977	17	1.74105	1.01698	-0.23654	13.29	57.15	15.009	15.025	0.9946	0.0198	0.337
1978	23	0.28669	1.48878	-0.00241	7.47	-----	17.106	17.101	0.9966	0.0137	0.269

TABLEAU D.13 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978. PERIODES AUTOMNALES SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU <u>LAC GRENON</u>. LA FONCTION UTILISEE EST:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	1.74105	1.23250	0.28669	1.23250
B	1.01698	1.09792	1.48878	1.09792
C	-0.23654	-0.18254	-0.00241	-0.00241
ESS	S0.0198	0.0214	0.0137	0.0191
ES, °C	0.337	0.338	0.269	0.360
ES, %	2.24	2.25	1.57	2.11
R	0.9946	0.9936	0.9966	0.9933
$\overline{TS}$, °C	15.025	14.915	17.101	17.212
$\overline{TS}$, °C EXP	15.009		17.106	

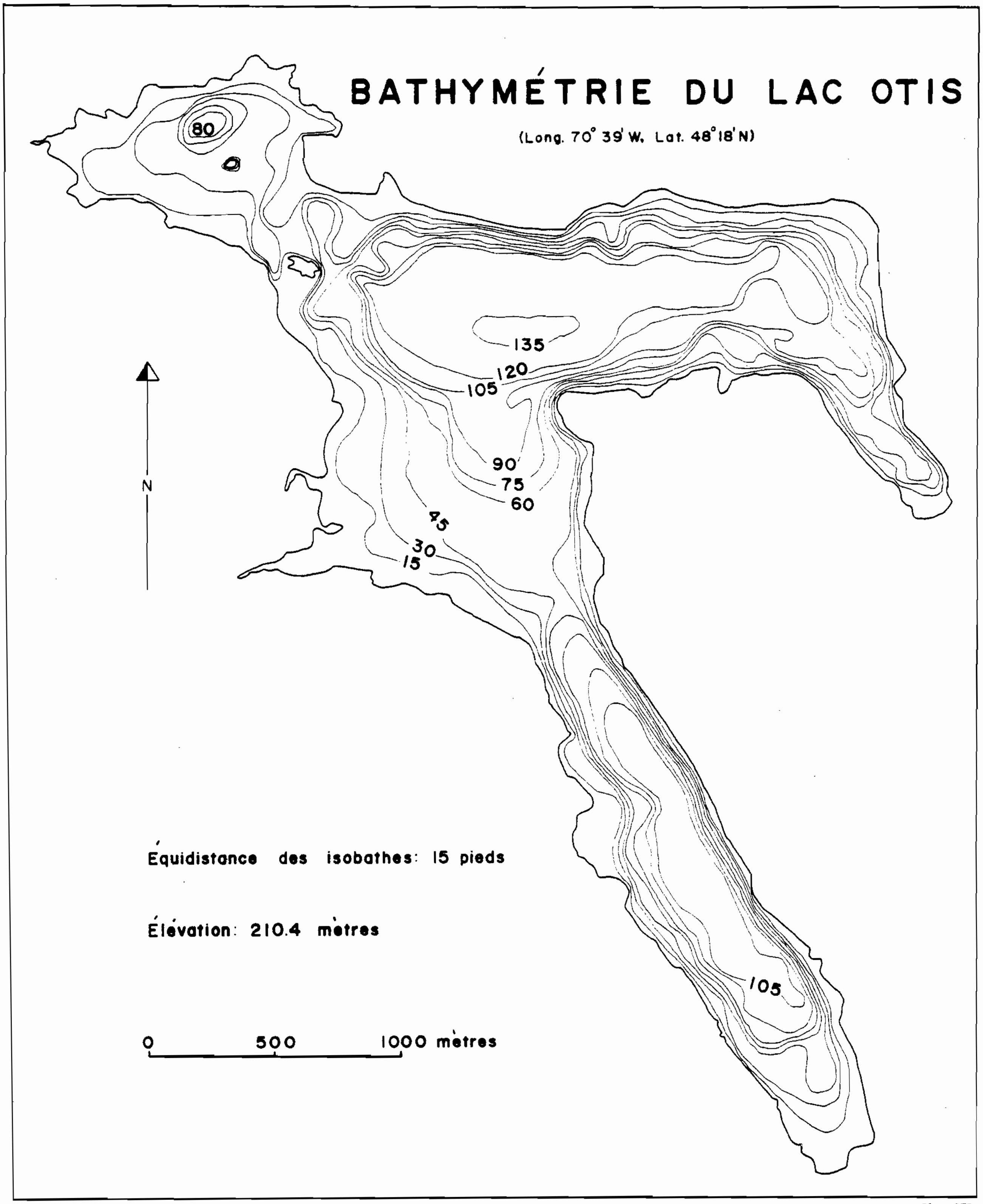
APPENDICE E

L'étude du lac Otis

E.1 L'étude bathymétrique et morphométrique

Le lac Otis est un lac situé dans le village de St-Félix d'Otis soit à 47 km en ligne droite au SE du lac Clair. Son élévation au-dessus du niveau de la mer est de 210.4 mètres et ses coordonnées géographiques sont $70^{o}39'$ W et $48^{o}18'$ N.

Les sondages bathymétriques ont été réalisés à l'été 1976 par le Service de la Faune (Ministère du Tourisme, Chasse et Pêche). La figure E.1 montre la carte bathymétrique construite à partir de ces données. La digitalisation de cette carte a permis d'obtenir les résultats morphométriques illustrés au tableau E.1 et à la figure E.2.



Source: Ministère du Tourisme, de la Chasse et de la Pêche, 1976
GSELR, Projet Lac Otis, 1978.

Figure E.1 La carte bathymétrique du lac Otis.

TABLEAU E.1 QUELQUES PARAMETRES MORPHOMETRIQUES DU LAC OTIS

ℓ, M	5724
b, M	995
A_0, KM^2	5.69667
V, KM^3	0.102795
D_m, M	2693
Z, M	18.04
Z_m, M	42.00

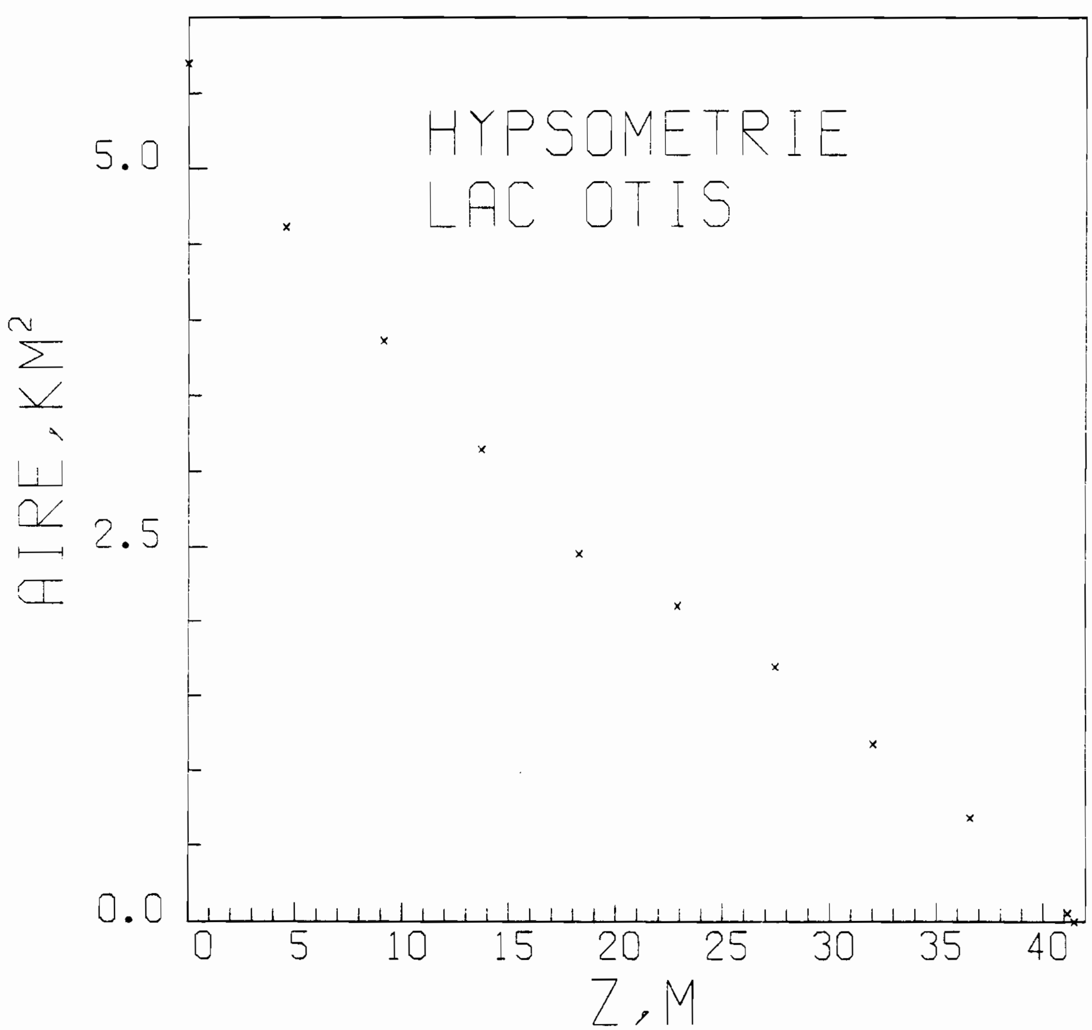


Figure E.2 La relation hypsométrique au lac Otis (Sondages été 1976).

E.2 L'étude évolutive de la thermique du lac Otis

Les profils thermiques ont été mesurés pour les cycles estivaux de 1977 et 1978 à six stations de mesure également réparties sur le lac. Malheureusement, la période automnale de 1977 n'a pu être complétée. Le tableau E.2 similaire au tableau 1.3, montre les dates limitant les deux périodes thermiques principales.

Pour chacune de ces périodes, nous étudions la thermique du lac Otis en utilisant la même procédure que celle proposée aux chapitres 4 et 5 pour le lac Clair.

TABLEAU E.2 LES PERIODES AVEC THERMOCLINE AU LAC OTIS
DATES SELON LES EXPEDITIONS REALISEES.

ANNEE		PERIODE THERMOCLINE STABLE		PERIODE AUTOMNALE INSTABLE
1977	DU	08-06-77		DONNEES
	AU	01-09-78		INSUFFISANTES
1978	DU	01-06-78	DU	20-08-78
	AU	28-09-78	AU	28-09-78

E.3 La période avec thermocline stable au lac Otis

L'étude corrélative pour cette période thermique entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} (MTSL) est basée sur les équations des modèles linéaire et puissance. Dans chaque cas, l'équation est inversée en faveur de Z_{TH} afin de permettre la visualisation de l'évolution de la thermocline et de pouvoir juger de la précision de la prédiction avec le modèle suggéré.

Les deux périodes estivales de 1977 et 1978 ont été utilisées et les figures E.3 à E.6 montrent les résultats du lissage par ces deux modèles, alors que les tableaux E.3 et E.4 résument les principaux résultats numériques de l'étude corrélative. Le tableau E.5 montre, quant à lui, le résultat de l'optimisation des paramètres A, B et C pour le meilleur modèle, soit le modèle puissance.

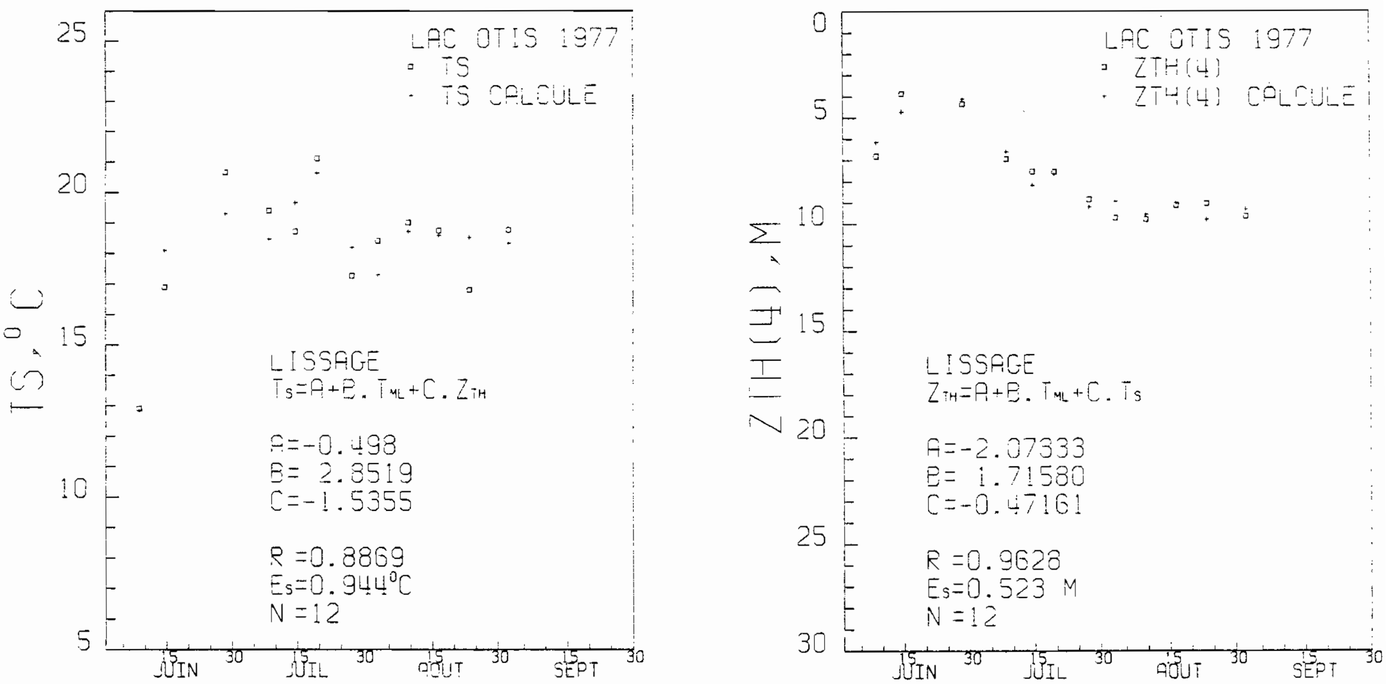


Figure E.3 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Otis en 1977.

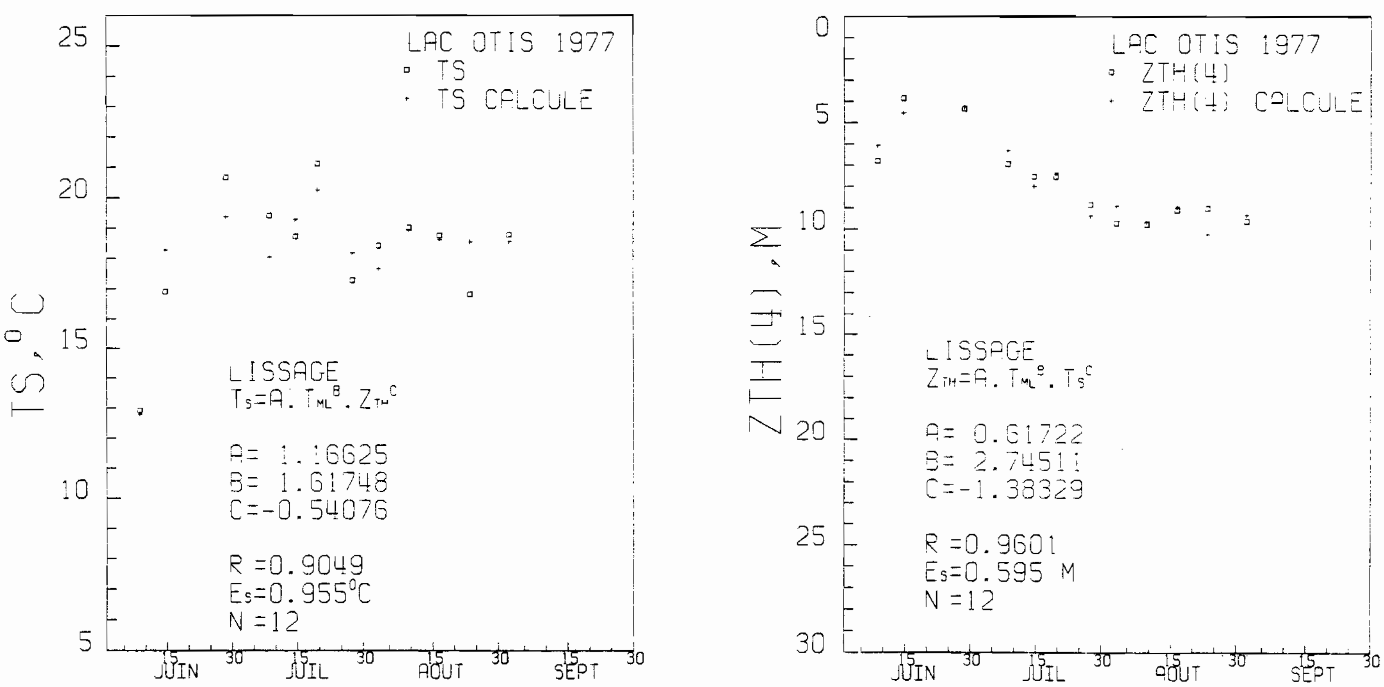
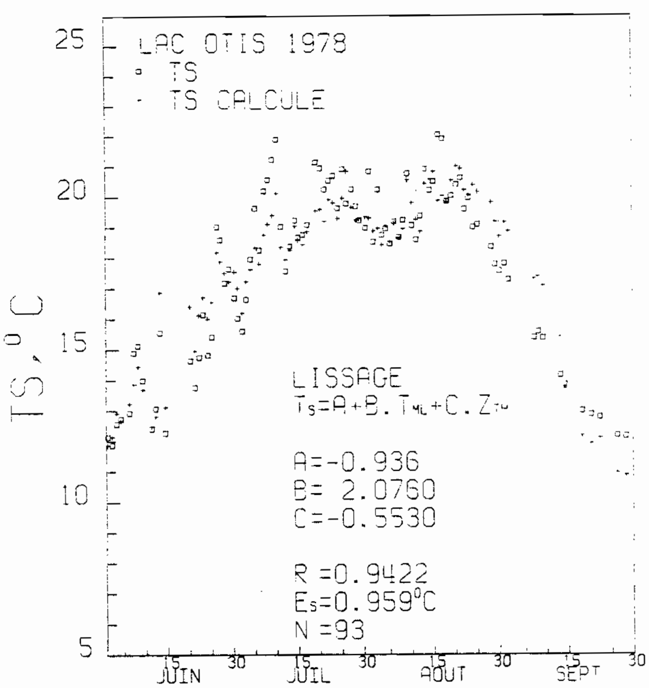


Figure E.4 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Otis en 1977.



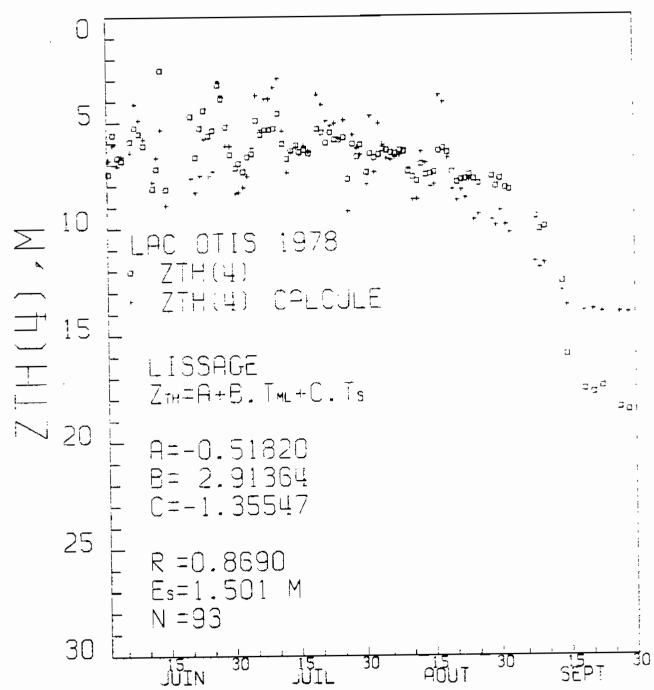
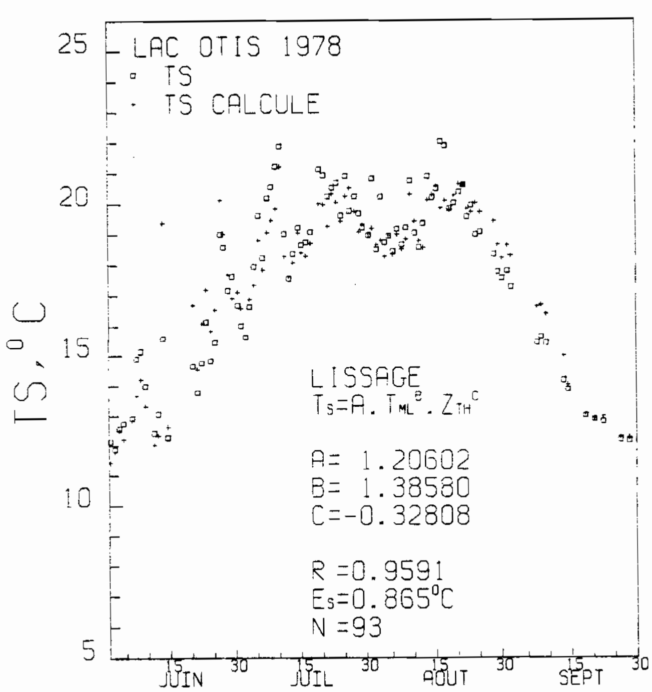


Figure E.5 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Otis en 1978.



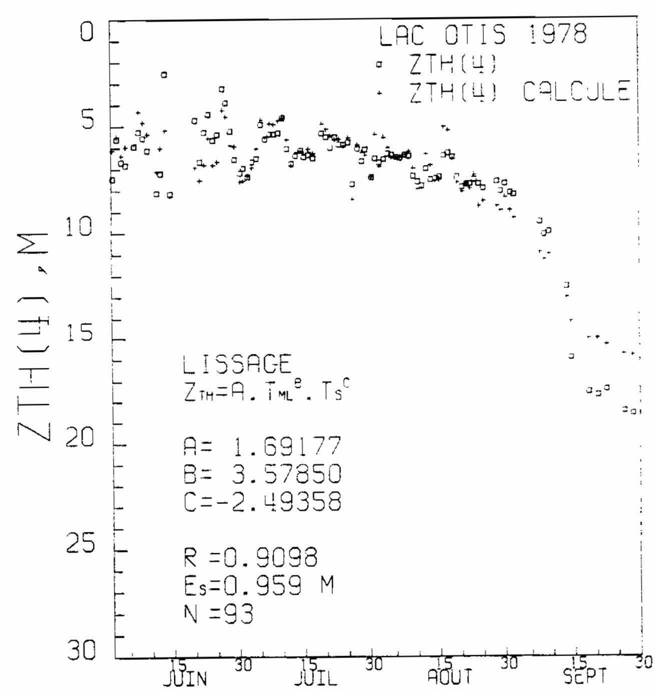


Figure E.6 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac Otis en 1978.

TABLEAU E.3 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC OTIS
TS=A+B.TML+C.ZTH

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ES °C
1977	12	-0.498	2.8519	-1.5355	17.37	20.57	18.529	18.510	0.8869	0.944
1978	93	-0.936	2.0760	-0.5530	4.30	6.09	16.968	17.095	0.9422	0.959

TABLEAU E.4 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC OTIS SELON LA FONCTION:

$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1977	12	1.16625	1.61748	-0.54076	15.69	19.35	18.529	18.492	0.9049	0.0520	0.955
1978	93	1.20602	1.38580	-0.32808	3.44	4.97	16.968	17.085	0.9591	0.0493	0.865

TABLEAU E.5 TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS DU MEILLEUR LISSAGE ANNUEL ET DES RESULTATS PREDITS PAR LE MODELE OBTENU EN OPTIMISANT LES PARAMETRES PAR LA MINIMISATION DE LA SOMME DES ERREURS STANDARDS ESS POUR LES DEUX ANNEES CONSIDEREES: 1977 ET 1978. PERIODES STABLES DE LA THERMOCLINE AU LAC OTIS, ALLANT DU DEBUT DE LA STABILITE A LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE. LA FONCTION UTILISEE EST:

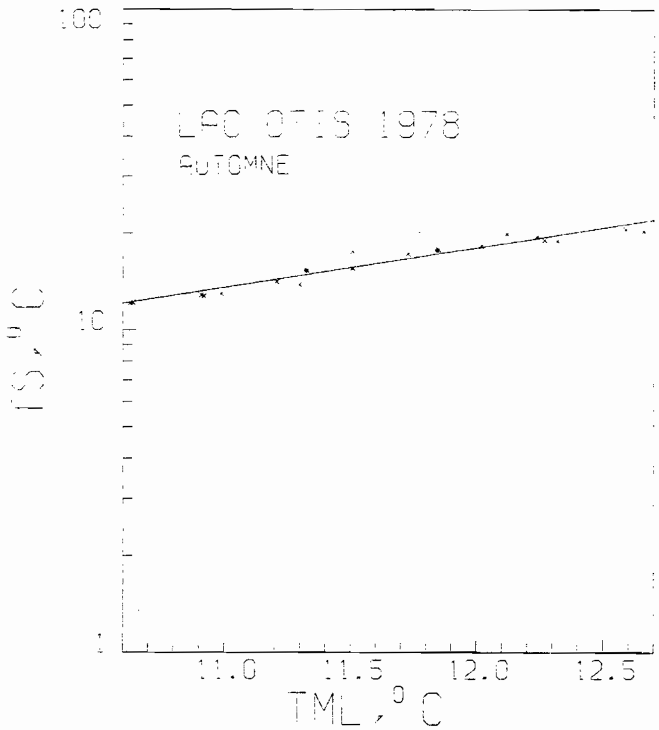
$$TS = A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

	1977 LISSAGE	1977 MODELE	1978 LISSAGE	1978 MODELE
A	1.16625	1.24982	1.20602	1.24982
B	1.61748	1.40578	1.38580	1.40578
C	-0.54076	-0.35155	-0.32808	-0.35155
ESS	0.0520	0.0824	0.0493	0.0626
ES, °C	0.955	1.531	0.865	1.106
ES, %	5.15	8.27	5.10	6.52
R	0.9040	0.7388	0.9591	0.9330
$\overline{TS}$, °C	18.492	17.397	17.085	17.729
$\overline{TS}$, °C EXP	18.529		16.968	

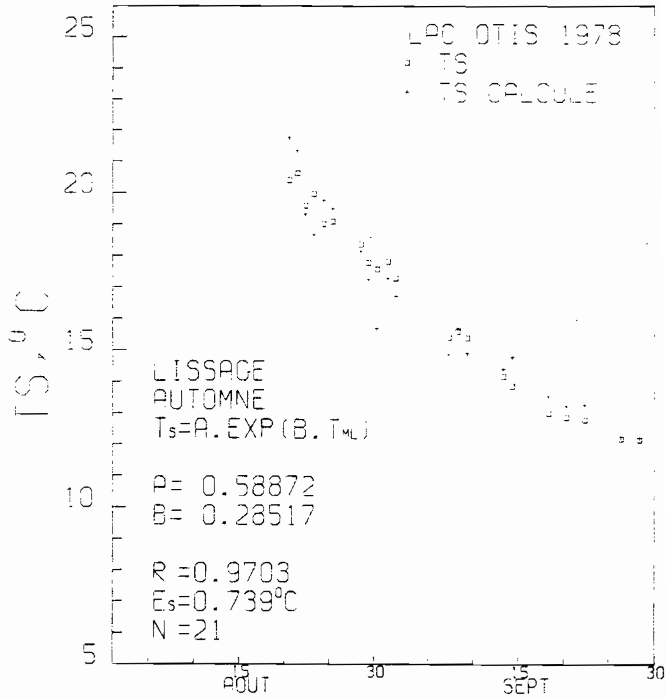
E.4 La période automnale instable au lac Otis

La seule période automnale étudiée pour ce lac est celle de 1978. Par conséquent il n'est pas question d'optimisation d'un ou l'autre des quatre modèles proposés au chapitre 5 pour le lac Clair.

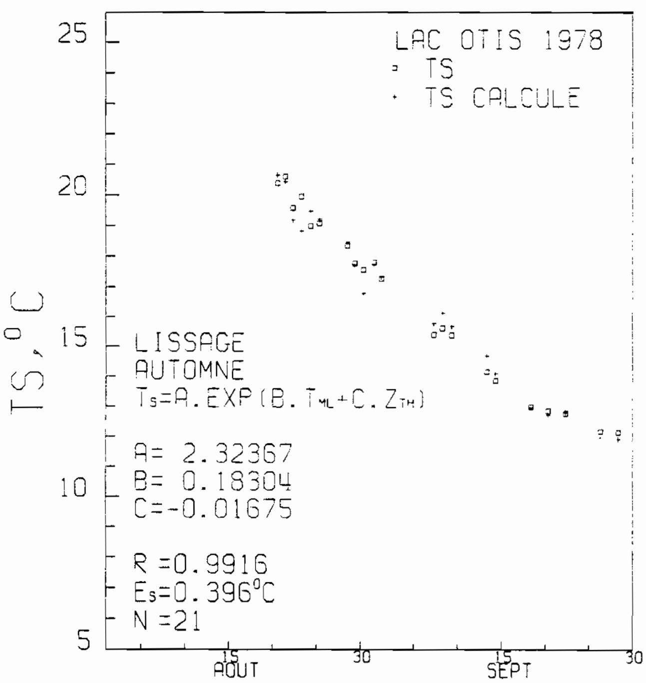
La figure E.7 nous montre six graphiques parmi lesquels on retrouve de (b) à (e) les quatre modèles étudiés. Le graphique (a) illustre la relation exponentielle entre T_S et T_{ML} et le graphique (f) montre l'évolution et la prédiction de la thermocline par le modèle puissance. Finalement, les résultats numériques de l'étude corrélative apparaissent aux tableaux E.6 à E.9.


LAC OTIS 1978
AUTOMNE
TS, °C
TML, °C
100
10
1
11.0
11.5
12.0
12.5

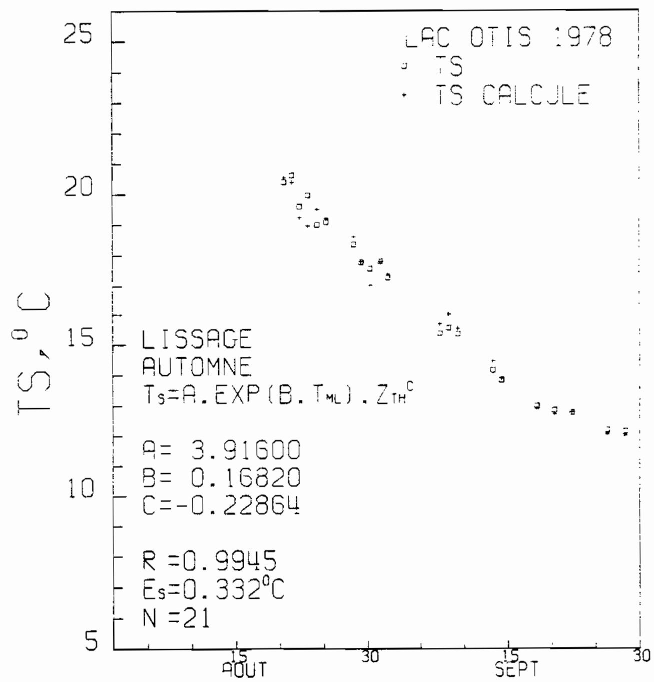
(a)


LAC OTIS 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 0.58872
B= 0.28517
R =0.9703
Es=0.739°C
N =21
TS, °C
AOUT
SEPT

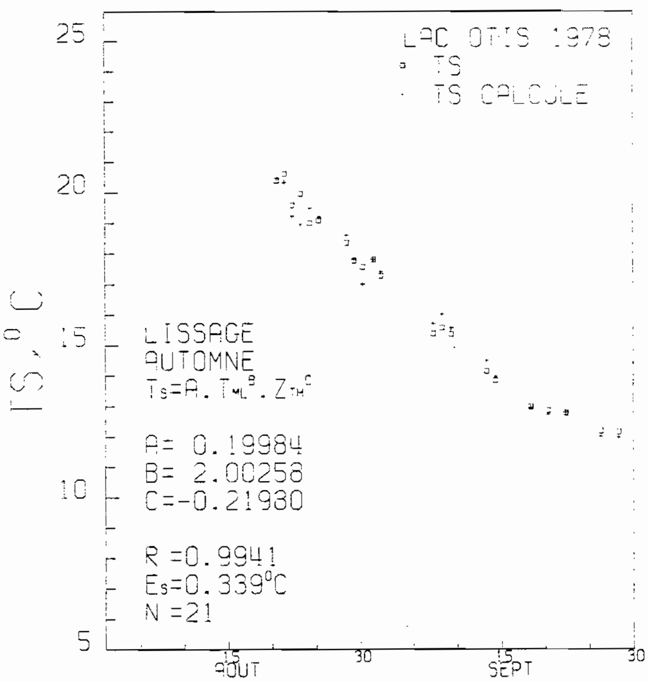
(b)


LAC OTIS 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
A= 2.32367
B= 0.18304
C=-0.01675
R =0.9916
Es=0.396°C
N =21
TS, °C
AOUT
SEPT

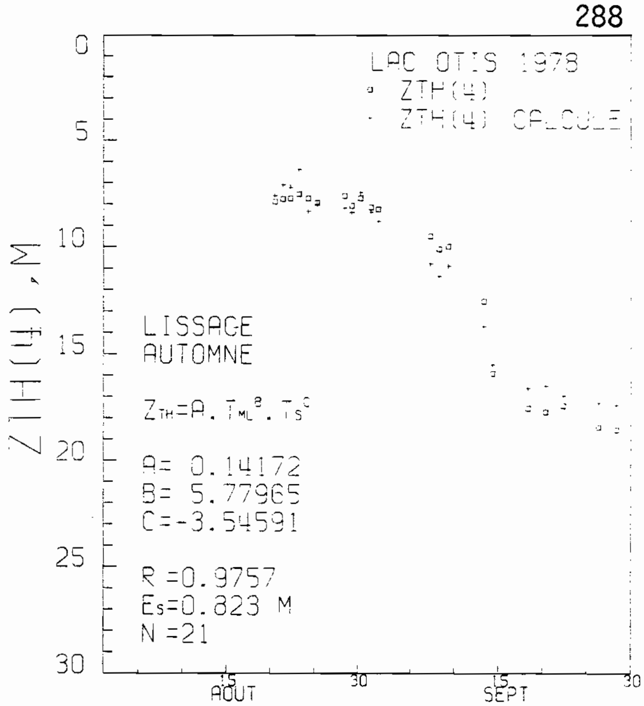
(c)


LAC OTIS 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 3.91600
B= 0.16820
C=-0.22864
R =0.9945
Es=0.332°C
N =21
TS, °C
AOUT
SEPT

(d)



(e)



(f)

Figure E.7 Modèles pour la période automnale instable au lac Otis.

TABLEAU E.6 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA PERIODE AUTOMNALE SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC OTIS.
TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ES °C
1978	21	0.5887	0.28517	5.72	15.549	15.548	0.9703	0.739

TABLEAU E.7 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC OTIS SELON LA FONCTION:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	LISS	R	ESS	ES °C
1978	21	2.32367	0.18304	-0.01675	9.64	14.89	15.549	15.599	0.9916	0.0229	0.396

TABLEAU E.8 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC OTIS SELON LA FONCTION:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1978	21	3.91600	0.16820	-0.22864	8.99	11.34	15.549	15.592	0.9945	0.0186	0.332

TABLEAU E.9 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC OTIS SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1978	21	0.19984	2.00258	-0.21980	9.32	12.54	15.549	15.597	0.9941	0.0192	0.339

APPENDICE F

L'étude du lac à-la-Croix

F.1 L'étude bathymétrique et morphométrique

Le lac à-la-Croix est un lac situé tout près du lac Otis, soit à une distance de 5 km du village de St-Félix d'Otis. Son élévation au-dessus du niveau de la mer est d'environ 190 mètres et ses coordonnées géographiques sont de $70^{o}33'$ W et $48^{o}18'$ N.

Les sondages bathymétriques ont été réalisés à l'été 1978 par le Service de la Faune (Ministère du Tourisme, Chasse et Pêche). La figure F.1 montre la carte bathymétrique obtenue avec ces données. Cependant une baie peu profonde et peu étendue située à l'ouest de la ligne pointillée a été enlevée du fait que celle-ci est séparée du bassin principal par une passe de faible épaisseur, ce qui donne environ 2 mètres d'eau sur la ligne pointillée. La digitalisation de cette carte permet d'obtenir les paramètres morphométriques de ce bassin et les principaux résultats sont montrés au tableau F.1 et à la figure F.2.

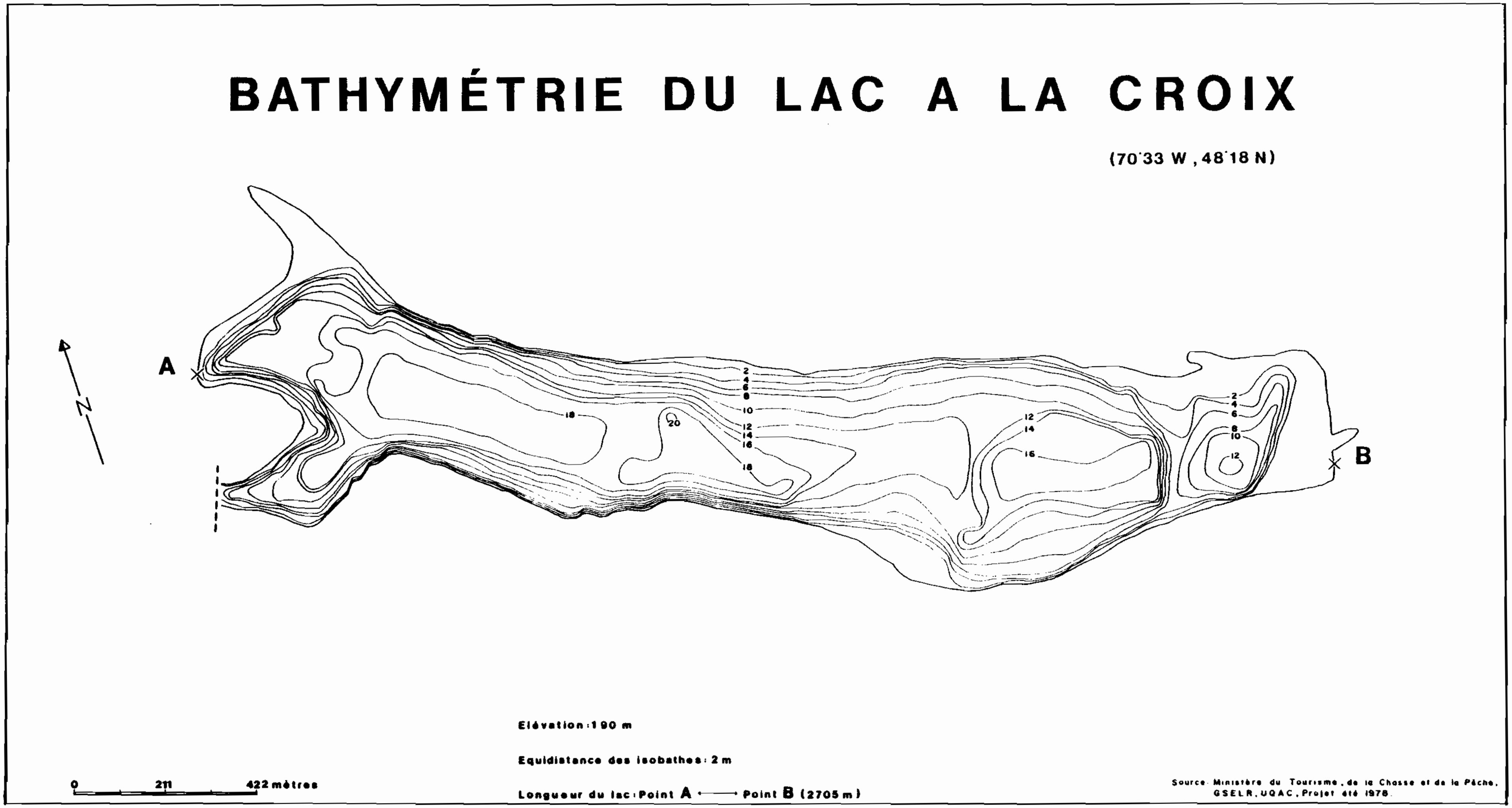


Figure F.1 La carte bathymétrique du lac à-la-Croix.

TABLEAU F.1 QUELQUES PARAMETRES MORPHOMETRIQUES DU LAC A-LA-CROIX

ℓ ,M	2705
$\bar{b}$,M	403
A_0 ,KM^2	1.090190
V ,KM^3	0.0112427
D_m ,M	1178
$\bar{Z}$,M	10.31
Z_m ,M	20.10

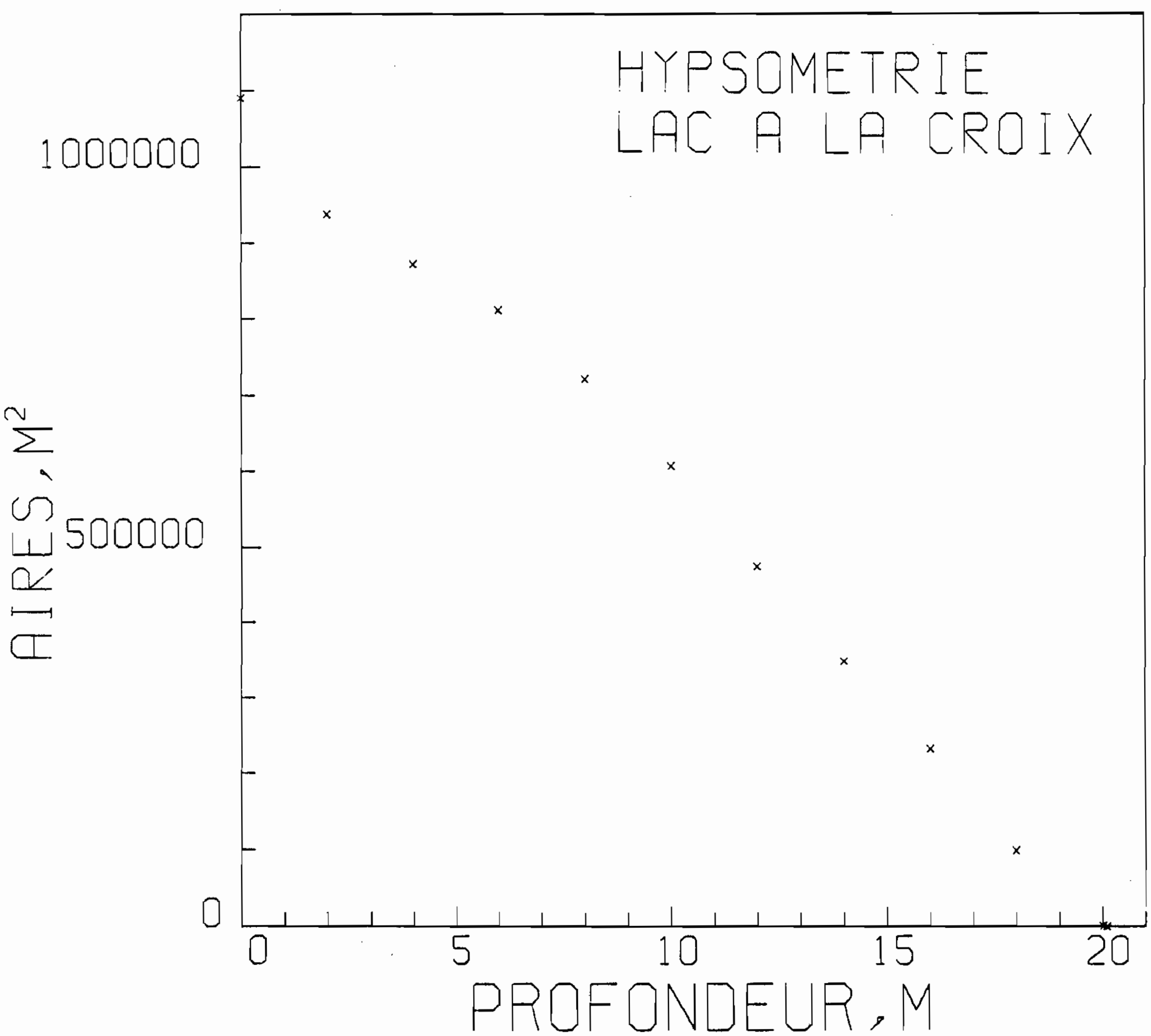


Figure F.2 La relation hypsométrique au lac à-la-Croix (Sondages été 1978).

F.2 L'étude évolutive de la thermique du lac à-la-Croix

Les profils thermiques ont été mesurés sur un seul cycle estival, soit celui de 1978, à trois stations également réparties sur l'axe principal du lac. Le tableau F.2, similaire au tableau 1.3 pour le lac Clair, donne les dates limitant les deux principales périodes thermiques : la période estivale stable et la période automnale instable.

Pour chacune de ces périodes, nous étudions la thermique du lac à-la-Croix en utilisant la même méthodologie utilisée pour le lac Clair aux chapitres 4 et 5, à l'exception qu'aucun calcul d'optimisation des paramètres ne peut être fait dans ce cas.

TABLEAU F.2 LES PERIODES AVEC THERMOCLINE AU LAC A LA CROIX DATES SELON LES EXPEDITIONS REALISEES.

ANNEE	PERIODE THERMOCLINE STABLE	PERIODE AUTOMNALE INSTABLE
1978	DU 04-06-78 AU 28-09-78	DU 16-08-78 AU 28-09-78

F.3 La période avec thermocline stable au lac à-la-Croix

Pour cette période thermique, on étudie les corrélations linéaire et puissance (équations 4.5 et 4.6) existant entre les variables T_S, T_{ML} et Z_{TH} (MTSL). En inversant les équations, on obtient l'évolution de la thermocline ainsi que sa prédiction par le modèle suggéré.

Les figures F.3 et F.4 montrent le résultat du lissage par ces deux modèles pour l'année 1978, tandis que les tableaux F.3 et F.4 donnent les principaux résultats numériques de l'étude corrélative.

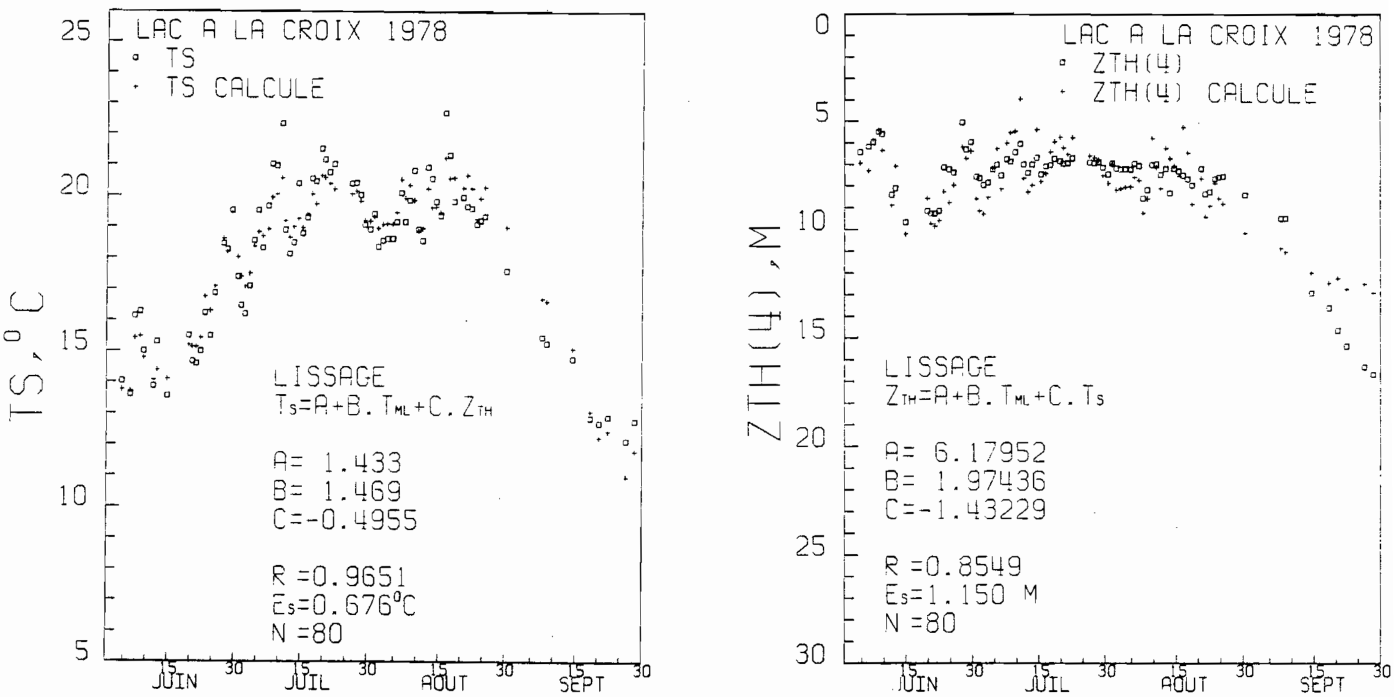


Figure F.3 Corrélations linéaires entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac à-la-Croix en 1978.

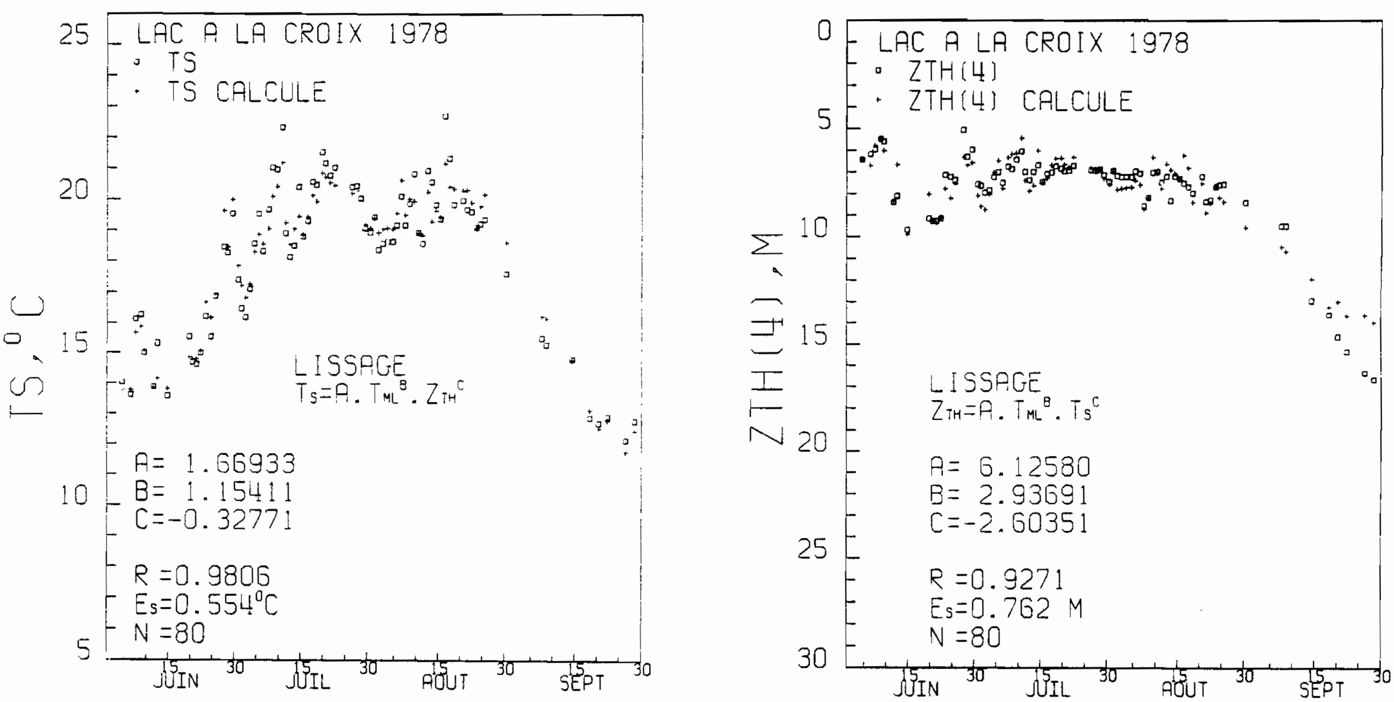


Figure F.4 Corrélations puissances entre les variables T_s, T_{ML} et Z_{TH} pour la période avec thermocline stable au lac à-la-Croix en 1978.

TABLEAU F.3 CORRELATION LINEAIRE ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC A LA CROIX
TS=A+B.TML+C.ZTH

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ES °C
1978	80	1.433	1.4695	-0.4955	4.08	7.29	17.375	17.501	0.9651	0.676

TABLEAU F.4 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE STABLE DE LA THERMOCLINE AU LAC A LA CROIX SELON LA FONCTION:

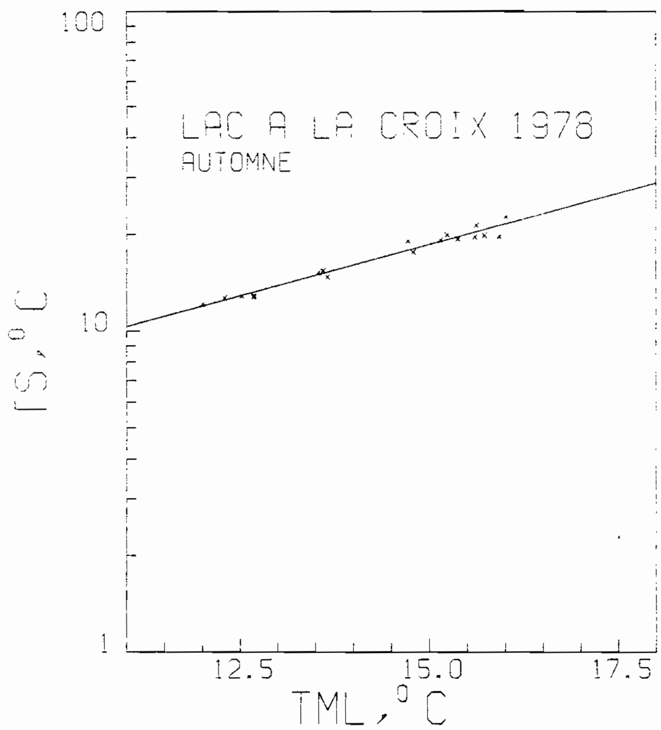
$$TS = A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ESS	ES °C
1978	80	1.66933	1.15411	-0.32771	3.00	4.73	17.375	17.454	0.9806	0.0298	0.554

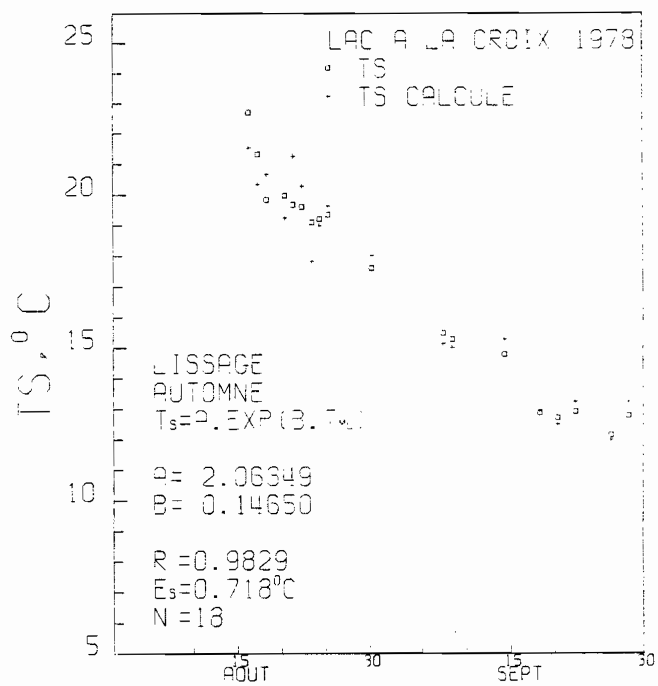
F.4 La période automnale instable au lac à-la-Croix

Les quatre modèles utilisés pour le lac Clair au chapitre 5 sont appliqués à l'unique saison automnale étudiée à ce lac, soit celle de 1978.

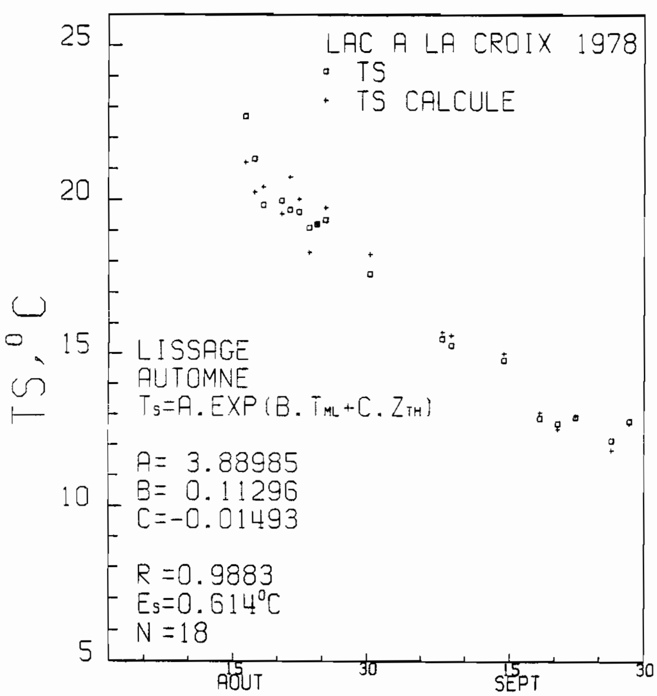
La figure F.5 montre six graphiques parmi lesquels on retrouve de (b) à (e) les quatre modèles proposés. Le graphique (a) illustre la relation exponentielle entre T_S et T_{ML} et le graphique (f) montre l'évolution et la prédiction de la thermocline par le modèle puissance. Les résultats numériques des quatre corrélations apparaissent aux tableaux F.5 à F.8.


100
10
1
12.5
15.0
17.5
TML, °C
TS, °C
LAC A LA CROIX 1978
AUTOMNE

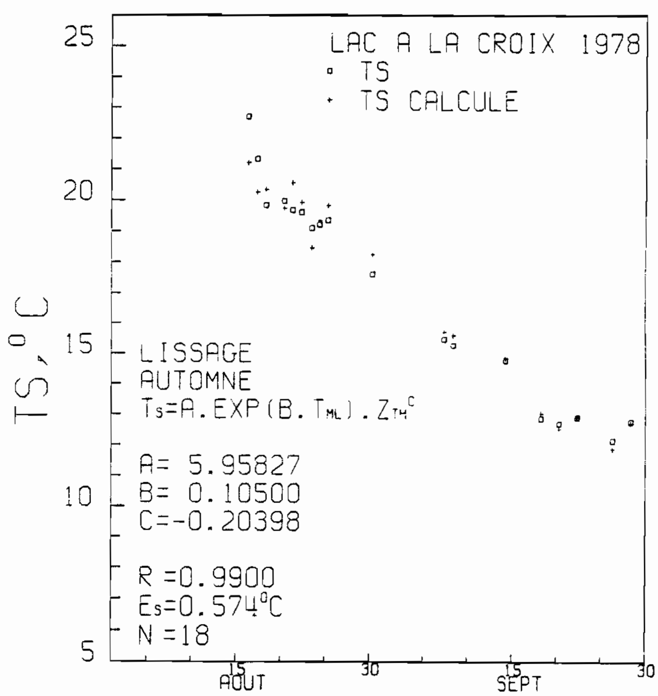
(a)


LAC A LA CROIX 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML)
A= 2.06349
B= 0.14650
R =0.9829
Es=0.718°C
N =18
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30
TS, °C

(b)


LAC A LA CROIX 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML+C.ZTH)
A= 3.88985
B= 0.11296
C=-0.01493
R =0.9883
Es=0.614°C
N =18
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30
TS, °C

(c)


LAC A LA CROIX 1978
TS
TS CALCULE
LISSAGE
AUTOMNE
Ts=A.EXP(B.TML).ZTH^C
A= 5.95827
B= 0.10500
C=-0.20398
R =0.9900
Es=0.574°C
N =18
25
20
15
10
5
15
AOUT
30
15
SEPT
30
TS, °C

(d)

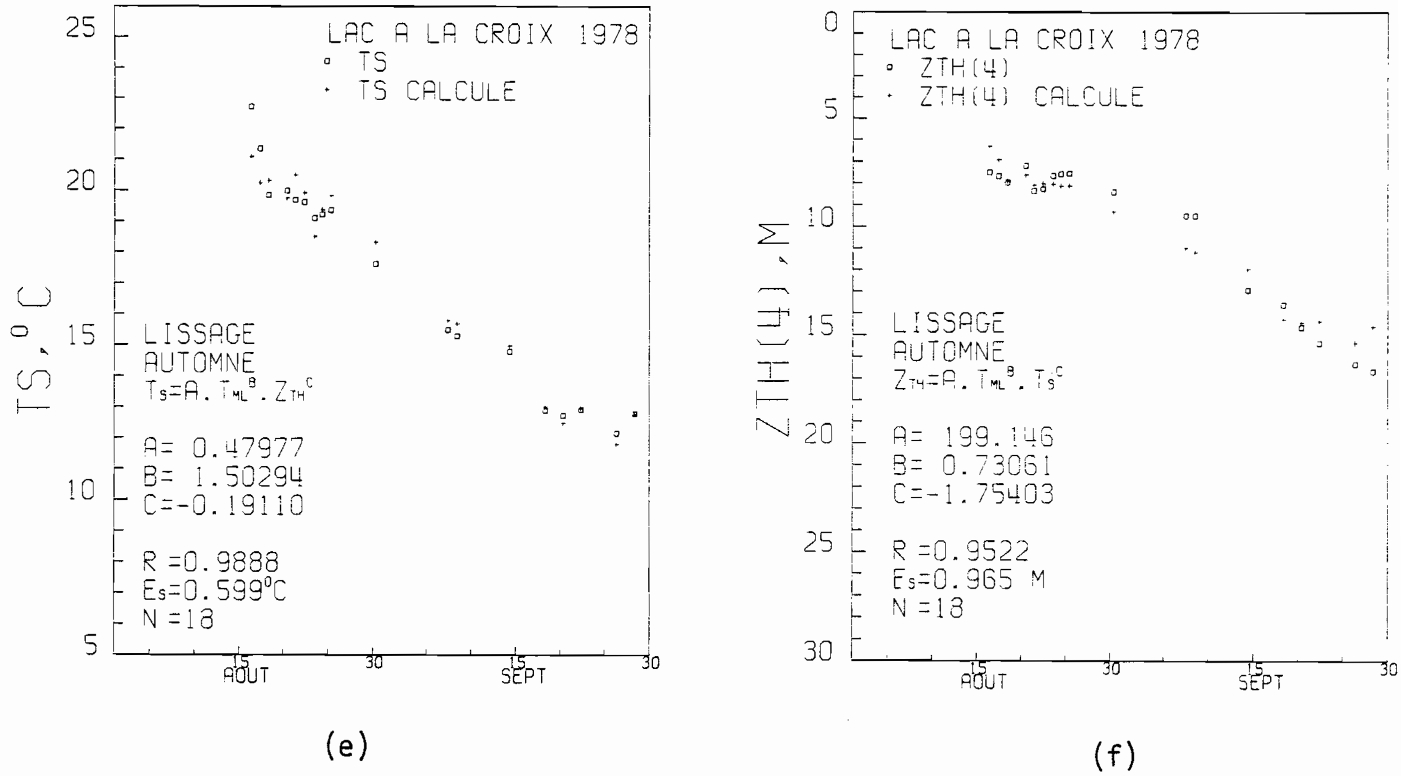


Figure F.5 Modèles pour la période automnale instable au lac à-la-Croix.

TABLEAU F.5 CORRELATION EXPONENTIELLE ENTRE TS ET TML POUR LA PERIODE AUTOMNALE SE TERMINANT AVEC LA DISPARITION DE LA THERMOCLINE AU LAC A LA CROIX.

TS=A.EXP(B.TML)

ANNEE	N	A	B	SB/B %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ES °C
1978	18	2.06349	0.14650	4.68	16.077	16.161	0.9829	0.718

TABLEAU F.6 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU LAC A LA CROIX SELON LA FONCTION:

TS=A.EXP(B.TML+C.ZTH)

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$,°C EXP	$\overline{TS}$,°C LISS	R	ESS	ES °C
1978	18	3.88985	0.11296	-0.01493	12.55	38.45	16.077	16.242	0.9883	0.0310	0.614

TABLEAU F.7 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU <u>LAC A LA CROIX</u> SELON LA FONCTION:

$$TS=A.EXP(B.TML).ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1978	18	5.95827	0.10500	-0.20398	13.31	31.00	16.077	16.233	0.9900	0.0287	0.574

TABLEAU F.8 CORRELATION ENTRE TS ET LES VARIABLES TML ET ZTH (MTSL) POUR LA PERIODE AUTOMNALE AU <u>LAC A LA CROIX</u> SELON LA FONCTION:

$$TS=A.TML^{B}.ZTH^{C}$$

ANNEE	N	A	B	C	SB/B %	SC/C %	$\overline{TS}$, °C EXP	$\overline{TS}$, °C LISS	R	ESS	ES °C
1978	18	0.47977	1.50294	-0.19110	14.29	36.36	16.077	16.258	0.9888	0.0304	0.599

APPENDICE G

QUELQUES CONSIDERATIONS D'ANALYSE DIMENSIONNELLE

G.1 Considérations générales pour le modèle puissance

Lorsqu'on met en corrélation certains paramètres de la thermique des lacs, il est important d'évaluer les dimensions de chacun des coefficients et de voir si un ou l'autre de ceux-ci n'est pas lui-même une fonction d'autres paramètres ou encore le produit de deux ou plusieurs autres nouveaux coefficients. Prenons l'exemple du modèle puissance qu'on a utilisé sous deux formes, soit

$$T_s = A \cdot T_{ML}{}^{B} \cdot Z_{TH}{}^{C} \qquad (G.1)$$

$$Z_{TH} = a \cdot T_s{}^{b} \cdot T_{ML}{}^{c} \qquad (G.2)$$

D'abord on peut montrer que B, C, b et c sont non-dimensionnels. Ainsi dans l'équation (G.1), en conservant constants à tour de rôle les termes $T_{ML}{}^{B}$ ou $Z_{TH}{}^{C}$ et en prenant le logarithme de l'ensemble, on constate que B ou C représentent des rapports de différences de logarithmes, ce qui correspond en soit à une expression non-dimensionnelle.

En second lieu, si on ne pose aucune condition "a priori" sur les valeurs relatives des coefficients A, B et C, les unités du coefficient A sont, en prenant la convention L pour longueur et T pour la température, T^{1-B}/L^{C} ou encore dans le système MKS $°C^{1-B}/m^{C}$. De telles unités pour le paramètre A peut suggérer une redéfinition de celui-ci selon l'équation suivante

$$A = k_1 \cdot k_2{}^{B} \cdot k_3{}^{C} \qquad (G.3)$$

tel que l'équation (G.1) s'écrive

$$T_s = k_1 \cdot (k_2 \cdot T_{ML})^{B} \cdot (k_3 \cdot Z_{TH})^{C} \qquad (G.4)$$

où tout naturellement les unités de k_1, k_2 et k_3 sont les suivantes dans le système MKS

$$\begin{array}{ll} k_1 & \text{en } ^{o}C \\ k_2 & \text{en } ^{o}C^{-1} \\ k_3 & \text{en } m^{-1} \end{array} \tag{G.5}$$

Dans un traitement ultérieur k_2 et k_3 pourraient être reliés physiquement à une température moyenne du lac de référence, T^*, et à une profondeur de la thermocline de référence, Z^*, respectivement, tel que

$$k_2 = 1/T^* \qquad \text{et} \qquad k_3 = 1/Z^* \tag{G.6}$$

En remplacant les termes en (G.6) dans l'équation (G.4) on obtiendrait alors

$$T_s = k_1 \cdot (T_{ML}/T^*)^B \cdot (Z_{TH}/Z^*)^C \tag{G.7}$$

Etant donné qu'avec un seul coefficient A, nous en avons introduit trois nouveaux, soit k_1, k_2 et k_3, il est logique en dehors de toute nouvelle contrainte, d'imposer à deux de celles-ci des valeurs arbitraires mais qu'on doit quand même choisir selon le bon sens physique. D'abord, il est pertinent de choisir $T^* = 4^oC$ puisque pour les lacs cette température moyenne est celle qui survient dans la plupart des cas lors des grands retournements d'automne et du printemps. En ce qui concerne la profondeur de la thermocline qui varie au cours de l'année de zéro à plusieurs mètres, il n'est pas plus illogique de choisir $Z^* = 1m$ que toute autre profondeur. Ainsi on pourrait obtenir

$$\begin{array}{l} k_2 = 1/4^oC = 0.25^oC^{-1} \\ k_3 = 1m^{-1} \end{array} \tag{G.8}$$

et par la suite k_1 serait évalué à partir de l'équation (G.3), selon

$$k_1 = A/(k_2^B \cdot k_3^C) \qquad (G.9)$$

A partir des équations (G.1) et (G.2) on doit avoir que

$$a = A^{-1/C} \quad ; \qquad b = 1/C \quad ; \qquad c = -B/C \qquad (G.10)$$

De l'équation (G.4) on peut isoler Z_{TH} et comparer l'équation obtenue

$$Z_{TH} = (1/k_3) \cdot (T_s/k_1)^{1/C} \cdot (k_2 \cdot T_{ML})^{-B/C} \qquad (G.11)$$

avec l'équation (G.2). On remarque que le coefficient a s'exprime par

$$a = (1/k_3) \cdot (1/k_1)^b \cdot k_2^c \qquad (G.12)$$

et ses unités sont

$$(1/L^{-1}) \cdot (1/T)^b \cdot (T^{-1})^c = L/T^{b+c}$$

ou encore dans le système MKS : $m/{}^oC^{b+c}$

Physiquement, une meilleure façon d'écrire l'équation (G.2) serait de remplacer les termes à (G.6) dans l'équation (G.11). Ainsi

$$Z_{TH} = Z^* \cdot (T_s/k_1)^b \cdot (T_{ML}/T^*)^c \qquad (G.13)$$

On doit remarquer dans l'équation (G.13) comme dans l'équation (G.7), qu'on a laissé les expressions T^* et Z^* générales afin qu'on puisse leur attribuer toute autre valeur dans l'avenir sous forme de constantes comme à (G.8) ou encore sous forme de fonctions.

G.2 Considération particulière pour le modèle puissance

La présente section est pour répondre plus spécifiquement à une considération s'énoncant comme suit:

"Sur le plan de l'analyse dimensionnelle, le modèle montré à l'équation (G.2) nous oblige à attribuer une dimension de longueur pour a, et les exposants b et c doivent être d'égale valeur et de signe opposé."

Un tel énoncé serait correct dans le cas où les variables du côté droit de l'équation seraient des variables absolument indépendantes. Or, on sait que T_s est une variable de l'interface air-eau qui dépend de plusieurs autres facteurs reliés au bilan d'énergie à cette frontière, et que T_{ML} est une variable qui dépend de la structure thermique et de la bathymétrie du lac. Comme on l'a vu à la section précédente, il est possible d'expliciter le coefficient a en fonction de quelques autres et d'introduire par la suite de nouvelles variables physiques qui feront que dans le cas général les coefficients b et c seront absolument quelconques. Ainsi, le cas pour lequel $b=-c$ serait un cas particulier de l'équation (G.2) ou encore d'une de ses formes plus explicite, soit l'équation (G.13).

Les tableaux G.1 et G.2 nous montrent pour les cinq lacs étudiés, les coefficients a, b, c, les erreurs-types sur b et c, le rapport (-c/b) et son incertitude, respectivement pour la période avec thermocline stable et pour la période automnale instable. Dans l'hypothèse où $b=-c$, le rapport (-c/b) est nécessairement égal à l'unité et l'incertitude sur ce rapport est donné par la relation suivante

$$\Delta(-c/b) = (-c/b) \cdot \left(|Sb/b| + |Sc/c| \right) \qquad \text{(G.14)}$$

Au tableau G.1, il existe six cas sur douze pour lesquels on peut affirmer que le rapport (-c/b) est égal à un en tenant compte des incertitudes (cas avec astérisque). On remarque de plus qu'il existe une certaine stabilité de ce rapport d'un lac à l'autre et d'une saison à l'autre; ce rapport a plutôt tendance à être légèrement supérieur à l'unité qu'à être typiquement

Tableau G.1 Les coefficients et le rapport (-c/b) plus ou moins son incertitude en période avec thermocline stable pour le modèle puissance $Z_{TH} = a \cdot T_s^{\,b} \cdot T_{ML}^{\,c}$

Lac	année	a	b	c	Sb/b %	Sc/c %	(-c/b)	± Δ(-c/b)	
Clair	1974	11.6265	-2.27381	2.51008	4.37	7.85	1.104	0.135	*
	1975	8.93519	-1.95061	2.22682	2.96	3.78	1.142	0.077	
	1976	9.97989	-2.11512	2.36910	3.01	4.89	1.120	0.088	
	1977	11.7817	-2.27975	2.47454	4.32	6.28	1.085	0.115	*
Emmuraillé	1975	10.3317	-1.53115	1.63290	4.34	6.77	1.066	0.118	*
	1977	15.8991	-2.09670	2.11396	5.14	8.20	1.008	0.134	*
	1978	3.70243	-1.57496	2.08384	6.14	5.20	1.323	0.150	
Grenon	1977	10.3056	-2.22921	2.23333	7.19	7.78	1.002	0.150	*
	1978	7.15506	-2.97038	3.11092	6.90	8.41	1.047	0.160	*
Otis	1977	0.61722	-1.38329	2.74511	19.35	9.71	1.984	0.577	
	1978	1.69177	-2.49358	3.57850	4.97	5.39	1.435	0.149	
à-la-Croix	1978	6.12580	-2.60351	2.93691	4.73	6.37	1.128	0.125	

Tableau G.2 Les coefficients et le rapport (-c/b) plus ou moins son incertitude en période automnale instable pour le modèle puissance $Z_{TH} = a \cdot T_s^{\,b} \cdot T_{ML}^{\,c}$

Lac	année	a	b	c	Sb/b %	Sc/c %	(-c/b)	± Δ(-c/b)	
Clair	1974	674.905	0.29969	-2.21192	101.3	23.81	7.381	9.234	*
	1975	63.1800	-0.73830	0.04515	18.06	475.2	0.061	0.301	
	1976	562.949	0.69465	0.36872	53.8	24.39	-0.531	0.411	
	1977	424.511	-0.20301	-1.37999	104.0	26.83	-6.798	8.894	*
Emmuraillé	1975	122.094	-0.37430	-0.64687	36.38	37.68	-1.728	1.280	
	1977	259.906	-0.35436	-1.00838	69.97	41.49	-2.846	3.172	
	1978	3.42688	-1.82715	2.40408	13.99	23.97	1.316	0.500	*
Grenon	1977	66.7450	-0.75869	0.04223	57.15	1268.	0.056	0.742	
	1978	901.671	-0.03098	-1.67902	2587.	71.51	54.20	1441.	*
Otis	1978	0.14172	-3.54591	5.77965	12.54	26.24	1.630	0.632	*
à-la-Croix	1978	199.146	-1.75403	0.73061	36.36	182.1	0.417	0.911	*

égal à un. Le modèle puissance semble donc être un modèle physique approprié pour prédire la thermocline pendant la période avec thermocline stable et les résultats montrés au tableau G.1 ne nous permettent pas d'affirmer que b=-c dans l'équation (G.2).

Les résultats au tableau G.2 nous révèlent qu'à la rigueur, la moitié des cas (6 sur 12) ont un rapport (-c/b) égal à un en tenant compte des incertitudes, lesquelles sont en général très élevées. Contrairement aux résultats précédents pour la période avec thermocline stable, les résultats pour la période automnale instable nous montrent un rapport (-c/b) très inconsistant d'un lac à l'autre et d'une saison à l'autre, cela accompagné d'incertitudes très grandes sur les coefficients b et c et sur leur rapport. A l'instar des résultats précédents, ceux-ci ne nous permettent pas d'affirmer que le rapport (-c/b) soit égal à l'unité. De plus, ces derniers résultats nous suggèrent de rejeter ce modèle pour la période automnale instable en raison de l'inconsistance des résultats.

G.3 L'énergie interne par le modèle puissance

On a vu à l'équation (4.10) que l'énergie interne était reliée à la température moyenne du lac T_{ML} et à sa profondeur moyenne $\bar{Z}$ par la relation suivante

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T_{ML} \qquad (G.15)$$

De l'équation (G.1) ou encore sous sa forme modifiée (G.7) on obtient T_{ML} comme suit

$$T_{ML} = T^* \cdot (T_s/k_1)^E \cdot (Z_{TH}/Z^*)^F \qquad (G.16)$$

où $\qquad E = 1/B \quad ; \quad F = -C/B$

En remplacant (G.16) dans (G.15), on obtient une équation dont le sens physique est plus évident qu'à l'équation (4.11), soit

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T^* \cdot (T_s/k_1)^E \cdot (Z_{TH}/Z^*)^F \qquad (G.17)$$

Sur le plan dimensionnel, les deux dernières expressions de l'équation (G.17) sont sans dimension puisque k_1 s'exprime en ^oC et Z^* en m, tandis que l'expression $k_e \cdot \bar{Z} \cdot T^*$, analogue à celle de l'énergie totale à (G.15), s'exprime en J/m^2. Sur le plan de la physique, on remarque que l'énergie interne du lac est directement proportionnelle à T_s et à Z_{TH}, les exposants E et F étant positifs; par exemple, au chapitre 4 on a obtenu E≃0.87 et F≃0.37 en moyenne pour le lac Clair.

G.4 Le modèle exponentiel simple

Le modèle exponentiel simple s'écrit selon l'équation (5.1) comme suit

$$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \qquad (G.18)$$

Il découle naturellement que les unités de A et B sont

A en ^oC
B en $^oC^{-1}$

Ainsi dans l'équation de l'énergie interne avec ce modèle

$$E_{TA} = K \cdot \ell n(T_s/A) \qquad (G.19)$$

où $K = k_e \cdot \bar{Z}/B$ s'exprime en J/M^2, puisque $k_e(J/m^3\text{-}^oC)$, $\bar{Z}(m)$ et $B(^oC^{-1})$. En posant $B=1/T^*$, on obtient une nouvelle forme de l'équation de l'énergie du lac, soit

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T^* \cdot \ell n\ T_s/A \qquad (G.20)$$

G.5 Le modèle exponentiel multiple

Ce modèle s'écrit selon l'équation (5.7) comme suit

$$T_s = A \cdot e^{(B \cdot T_{ML} + C \cdot Z_{TH})} \tag{G.21}$$

Le terme exponentiel étant sans dimension, il faut nécessairement que les dimensions de A, B et C soient comme suit

A en ^oC
B en $^oC^{-1}$
C en m^{-1}

L'équation de l'énergie est comme à (5.11) soit

$$E_{TA} = K \cdot (\ell n\ T_s/A - C \cdot Z_{TH}) \tag{G.22}$$

où $K = k_e \cdot \bar{Z}/B$ s'exprime en J/m^2 analogiquement à ce qu'on a obtenu à la section précédente pour le modèle exponentiel simple. En posant $B=1/T^*$ et $C=1/Z^*$ on obtient

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T^* \left[\ell n(T_s/A) - Z_{TH}/Z^* \right] \tag{G.23}$$

G.6 Le modèle exponentiel-puissance

Ce modèle s'écrit selon l'équation (5.13) comme suit

$$T_s = A \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \cdot Z_{TH}{}^C \tag{G.24}$$

Selon cette équation B s'exprime en $^oC^{-1}$ alors que C est nécessairement non-dimensionnel (voir section G.1). Les unités pour A sont alors : T/L^C ou en MKS $^oC/m^C$. Pour obtenir une équation ayant un sens physique plus évident, on peut procéder comme à la section G.1 en définissant A comme suit

$$A = k_1 \cdot k_3{}^C = k_1/(Z^*)^C \tag{G.25}$$

En remplacant cette expression dans l'équation (G.24), on obtient

$$T_s = k_1 \cdot e^{B \cdot T_{ML}} \cdot (Z_{TH}/Z^*)^C \tag{G.26}$$

En posant $B=1/T^*$ par analogie avec la section G.1, l'énergie du lac s'exprimerait comme suit

$$E_{TA} = k_e \cdot \bar{Z} \cdot T^* \, (\ell n \; T_s/k_1 - C \; \ell n \; Z_{TH}/Z^*) \tag{G.27}$$

BIBLIOGRAPHIE

ALEXANDER, R.C., and JEONG-WOO KIM, (1976). Diagnostic model study of mixed-layer depths in the summer North Pacific. J. Phys. Oceanogr., 6, 293-298.

BACHMANN, R.W.,and GOLDMAN, C.R., April (1965). Hypolimnetic heating in Castle Lake, California, Limnol. Oceanog., 10 (2).

BEETON, A.M., (1962). Light penetration in the Great Lakes, Great Lakes Res. Div. Univ. Michigan, Publ. 9, Ann Arbor.

BIRD, R.B., W.E. STEWART, and E.N. LIGHTFOOT. Transport phenomenon. John Wiley and Sons, 1965, p.379.

BIRGE, E.A., (1897). Plankton studies on lake Mendota. II. The crustacea from the plankton from July, 1894, to december, 1896. Trans. Wis. Acad. Sci. Arts Lett., 11 : 274-448.

BIRGE, E.A., and JUDAY, C., (1914). A limnological study of the Finger Lakes of New-York. Bull. U.S. Bur. Fish., 32 : 523-609.

BIRGE, E.A., (1916). The work of the wind in warming a lake. Trans. Wis. Acad. Sci. 18 : 341-391.

BOSTON, N.E.J., (1966). Objective definition of the thermocline. Texas A. and M. Univ., College Station, Texas. Tech. Rep. 286-D : ix 38p. (Unpublished MS Report).

BOUDREAULT, F.R., et LAPRISE, J.P.,(1973). Vers une analyse objective de la thermocline saisonnière. J. Fish Board Can. 30 : 320-322.

BRONSTED, J.N., and WESENBURG-LUND, C., (1911). Chemisch-physikalische Untersuchungen der dänischen Gewässer nebst Bemerkungen über ihre Bideutung für unsere Auffassung der Temporalvariationen. Int. Rev. Hydrobiol., 4 : 251-290, 437-492.

CALDWELL, D.R., C.W. VAN ATTA, and K.N. HELLAND, (1972). A laboratory study of the turbulent Ekman layer. Geophys. Fluid Dyn., 3, 125-160.

CROMWELL, T., (1960). Pycnoclines created by mixing in an aquarium tank. J. Mar. Res., 18, 73-82.

DAKE, J.M.K., and HARLEMAN, D.R.F., (September 1966). An analytical and experimental investigation of thermal stratification in lakes and ponds. MIT Hydrodynamics Lab. Tech. Rept. 99, Cambridge, Massachusetts.

DAKE, J.M.K., and HARLEMAN, D.R.F., (April 1969). Thermal stratification in lakes : Analytical and Laboratory studies, Water Resources Research, Vol. 5, No. 2.

DARBYSHIRE, J., and A. EDWARDS, (1972). Seasonal formation and movement of the thermocline in lakes. Pageoph., 93, 141-150.

DARBYSHIRE, J., and G.L. JONES, (1974). A further note on the seasonal formation and movement of the thermocline in lakes. Pageoph., 112, 955-966.

DEARDORFF, J.W., (1970). A three-dimensional numerical investigation of idealized planetary boundary layer. Geophys. Fluid Dyn., 1, 377-410.

DEARDORFF, J.W., (1973). Note on a paper by D.R. Caldwell, C.W. Van Atta and K.N. Helland. Geophys. Fluid Dyn., 4, 293-296.

DEARDORFF, J.W., G.E. WILLIS, and D.K. LILLY, (1969). Laboratory investigation of non-steady penetrative convection. J. Fluid Mech., 35, part 1, 7-31.

DENMAN, K.L., (1973). A time dependent model of the upper ocean. J. Phys. Oceanogr., 3, 173-184.

DENMAN, K.L., and M. MIYAKE, (1973). Upper layer modification at ocean station PAPA : Observations and simulation. J. Phys. Oceanogr., 3, 185-196.

DE SZOEKE, R.A., and P.B. RHINES, (1976). Asymptotic regimes in mixed layer deepening. J. Marine Res., 34, 111-116.

EKMAN, V.W., (1905). On the influence of the earth's rotation on ocean currents. Ark. Mat. Astron. Fys., 2, No. 11.

ERTEL, H., (1954). Theorie der thermischen Sprungschicht in Seen. Acta Hydrophysics, V1, p. 151.

FARMER, D.M., (1975). Penetrative convection in the absence of mean-shear. Q. Jour. Roy. Met. Soc., 101-430.

GILL, A.E., (1969). The turbulent Ekman layer. Dept. Appl. Math. Theoret. Phys., University of Cambridge.

GILL, A.E., and J.S. TURNER, (1974). Mixing models for the seasonal thermocline. NORPAX Highlights, 2, No. 5, Scripps Institution of Oceanography, La Jolla, 9-12.

GOLDMAN, C.R., and CARTER, C.R., (July 1965). An investigation by rapid carbon-14 bioassy of factors affecting the cultural eutrophication of Lake Tahoe, California-Nevada. J. Water Pollution Control Federation, 1044.

HUTCHINSON, G.E., (1957). A treatise on limnology. Vol. 1, John Wiley and Sons.

JEONG-WOO KIM, (1976). A generalized bulk model of the oceanic mixed layer. J. Phys. Oceanogr., 6, 686-695.

KATO, H., and O.M. PHILLIPS, (1969). On the penetration of a turbulent layer into a stratified fluid. J. Fluid Mech., 37, 643-655.

KITAIGORODSKY, S.A., and Yu. Z. MIROPOLSKY, (1970). On the theory of the open-ocean active layer. Izv. Atmos. Oceanic Phys., 6, 97-102.

KRAUS, E.B., and ROOTH, C., (1961). Temperature and steady state vertical heat flux in the ocean surface layers; Tellus, Vol. 13, p.231.

KRAUS, E.B., and J.S. TURNER, (1967). A one-dimensional model of the seasonal thermocline. II. The general theory and its consequences. Tellus, 19, 98-106.

LAZIER, J.R.N., (1973). Temporal changes in some fresh water temperature structures. J. Phys. Oceanogr., 3, 226-229.

LEBLOND, A., et VONARBURG, J.J., (1974). Etude bathymétrique et morphométrique du lac Clair. Rapport 7401, Centre de Recherche du Moyen-Nord. Université du Québec à Chicoutimi.

LEBLOND, A., (1976). Etude évolutive de la stratification thermique du lac St-Jean. Rapport 7601, Centre de Recherche du Moyen-Nord. Université du Québec à Chicoutimi.

LINDEN, P.F., (1975). The deepening of a mixed layer in a stratified fluid. J. Fluid. Mech., 71, 2, 385-405.

MAYHEW, J., (1973). Some relationships between morphometry and thermal stratification in some Iowa lake basins. Proc. Iowa Acad. Sci., 80, 162-166.

MELLOR, G.L., (1973). Analytic prediction of the properties of stratified planatary surface layers. J. Atmos. Sci., 30, 1061-1069.

MELLOR, G.L., (1975). A comparative study of curved flow and density stratified flow. J. Atmos. Sci., 32, 1278-1282.

MELLOR, G.L., and P.A. DURBIN, (1975). The structure and dynamics of the ocean surface mixed layer. J. Phys. Oceanogr., 5, 718-728.

MELLOR, G.L., and J.A. HERRING, (1973). A survey of the mean turbulent field closure models. AIAA Journal, 11, 590-599.

MELLOR, G.L., and T. YAMADA, (1974). A hierarchy of turbulent closure model for planatary boundary layers. J. Atmos. Sci., 31, 1791-1806.

MINKLEY, B., (1971). Oceanographic observations at Ocean Station P (50^{o}N, 145^{o}W), Vol. 46, May 15 - July 1, 1970. Department of Environment, Marine Sciences Branch, Pacific Region, Report No. 71-5.

MOORE, M.J., and R.R. LONG, (1971). An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow. J. Fluid Mech., 49, 635-655.

MUNK, W.H., and E.R. ANDERSON, (1948). Notes on a theory of the thermocline. J. Marine Res., 7, 276-295.

NEAL, V.I., S.J. NESHYBA, and W.W. DENNER, (1971). Temperature microstructure in Crater lake. Limn. Oceanogr., 16, 695-700.

NIILER, P.P., (1975). Deepening of the wind-mixed layer. J. Marine Res., 33, 405-422.

NIILER, P.P., and E.B. KRAUS, (1977). One-dimensional models of the upper ocean. In " Modelling and prediction of the upper layers of the ocean ". Edited by E.B. Kraus, Pergamon Press.

ORLOB, G.I., (1965). A mathematical model of thermal stratification in deep reservoirs; presented at the annual meeting of the American Fisheries Society, Portland, Oregon, Sept. 24.

OTTENSEN HANSEN, N.E., (1975). Effect of wind stress on a stratified deep lake. J. Hydraulics Div. ASCE, 1037-1052.

POLLARD, R.T., P.B. RHINES, and R.O.R.Y. THOMPSON, (1973). The deepening of the wind-mixed layer. Geophys. Fluid Dynamics, 2, 381-404.

RICHTER, E., (1892). Die temperaturverhaltnisse der Alpenseen. 9 dtsch Georgrtags, Wien, 189. (Note : référence citée par Birge en 1897).

RIFFENBURGH, R.H., (1970). Probable depths of interfaces between temperature layers, with a generalization. Deep-sea Res. Oceanogr. Abstr. 17 : 303-316.

SCHMIDT, W., (1928). Uber temperatur und Stabilitätsverhältnisse von Seen. Geogr. Ann. 10 : 145-177.

SCHULE, J.J., (1965). Relation of thermocline depth to surface temperature in the Atlantic; Oceanography from Space. WHOI Ref. 65-10, The Woods Hole Oceanographic Institute, Woods Hole, Mass., p. 159.

SIMPSON, J.H., and J.D. WOODS, (1970). Temperature microstructure in a fresh water thermocline. Nature, 226, 832-834.

SUNDARAM, T.R., and R.G. REHM, (1973). The seasonal thermal structure of deep temperate lakes. Tellus, 25, 157-167.

SVENSSON, U., (1978). Examination of the summer stratification. Nordic Hydrology, 9, 105-120.

TABATA, S., and L.F. GIOVANDO, (1963). The seasonal thermocline of Ocean Station P during 1956 through 1959. Fish. Res. Bd. of Canada, Manuscript Rep. Series No. 157.

TABATA, S., BOSTON, N.E.J., and F.M. BOYCE, (1965). The relation between wind speed and summer isothermal surface layer of water at Ocean P in the Eastern Subartic Pacific Ocean. J. Geophy. Res., 70, No. 16, 3867-3878.

TULLY, J.P., (1965). The possible use of satellite data in estimating the depth of thermocline; Oceanography from Space. WHOI Ref. 65-10, The Woods Hole Oceanographic Institute, Woods Hole, Mass., p. 153.

TULLY, J.P., and GIOVANDO, L.F., (1963). Seasonal temperature structure in the Eastern subartic Pacific Ocean. Spec. Publ. R. Soc. Can., (5), 11-36.

TURNER, J.S., (1973). Buoyancy effects in fluids. Cambridge University Press.

TURNER, J.S., and E.B. KRAUS, (1967). A one-dimensional model of the seasonal thermocline. I. A laboratory experiment and its interpretation. Tellus, 19, 88-97.

WARREN, B.A., (1972). Insensivity of subtropical mode water characteristics to meteorological fluctuations. Deep-Sea Res., 19, 1-20.

WEDDERBURN, E.M., (1907). The temperature of fresh-water lochs of Scotland, with special reference to Loch Ness. Trans. Roy. Soc. Edinb., 45 : 407-489.

WEDDERBURN, E.M., (1912). Temperature observations in Loch Earn. Trans. Roy. Soc. Edin., Vol. XLVIII, 3, No. 26, 629-695.